

Analítica del Máximo Índice de Modulación Aceptable, sin Producir Distorsión, en la Demodulación de FM por Derivación

Pedro E. Danizio¹, Eduardo R. Danizio², Alejandro D. Danizio¹, Víctor H. Sauchelli¹

¹ Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba. Maestro M. López esq. Cruz Roja Argentina. Ciudad Universitaria. Casilla de Correo 36 C.P. (X5016ZAA) Córdoba. (0351) 468-4215 / 468-4006 / 468-4317, pdanizio@gmail.com

² Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Villa María. Av. Universidad 450 - X5900 - Villa María – Córdoba. (0353) 453-7500 / 01

Resumen - Cuando se deriva una señal modulada en frecuencia (FM), la señal resultante aparece simultáneamente modulada en amplitud (AM) y en FM con la misma banda base. La AM resultante tiene un índice de modulación directamente proporcional al de FM. En este trabajo se encuentra cual es el máximo índice de modulación que puede tener la señal de FM para que cuando se aplique la derivación no se obtenga sobremodulación en AM.

Palabras clave: AM, FM, derivación, trapecio de modulación, sobremodulación, detección, convivencia ortogonal

Abstract - When a FM signal is derived, the resulting signal appears simultaneously modulated in AM and FM with the same baseband. The AM resulting signal has a modulation index which is proportional to the FM resulting signal. This paper explains how to find the maximum modulation index of the original FM signal to avoid over-modulation in resulting AM signal when the derivative operation is used.

Keywords: orthogonal, base bands, carrier, amplitude modulation, frequency modulation

INTRODUCCIÓN

Si se deriva una señal de FM, ésta aparece simultáneamente modulada en amplitud y frecuencia con la misma banda base.

De tal manera que se puede recuperar la banda base original demodulando con un simple detector de envuelta (Danizio 2009, Lathi 1989, Couch II 1998).

De hecho el índice de modulación resultante en AM (como resultado de la derivación) es función directa del índice en FM. Esto implica que a partir de un cierto valor de índice en FM, el de AM producirá sobremodulación distorsionando la señal detectada.

Este trabajo demuestra analíticamente el valor del máximo índice de modulación en frecuencia que se puede utilizar con este método sin que se produzca sobremodulación en la señal de AM.

Se aplica un enfoque periódico y se presentan los resultados en simulación en un entorno MultiSim V12.

DE LA ANALÍTICA

Una señal $f(t)$ modulada en FM se expresa tal como se muestra en la (1).

$$\phi_{FM} = E_c \text{Sen} \theta_i = E_c \text{Sen} \left[\omega_c t + K_f \int_0^t f(t) dt \right] \quad (1)$$

donde E_c es la tensión pico de portadora, θ_i la fase instantánea, K_f el coeficiente de diseño del modulador y ω_c la frecuencia de la portadora.

La expresión resultante de derivar la señal de FM es una señal simultáneamente modulada en amplitud y frecuencia, tal como se ve en la (2) (Strembler, 1997; Danizio, 2006).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \phi_{FM} &= \frac{d}{dt} E_c \text{sen} \left[\omega_c t + K_f \int_0^t f(t) dt \right] = \\ &= E_c \left[\omega_c + K_f f(t) \right] \cos \left[\omega_c t + K_f \int_0^t f(t) dt \right] = \\ &\omega_c E_c \cdot 1 + \frac{K_f}{\omega_c} f(t) \cos \left[\omega_c t + K_f \int_0^t f(t) dt \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Suponiendo una señal periódica como modulante

$$f(t) = E_m \text{Sen} \omega_m t \quad (3)$$

donde E_m es la tensión pico de la modulante y ω_m la frecuencia de la modulante.

Reemplazando y operando en la (1):

$$\phi_{FM} = E_c \text{Sen} (\omega_c t - m_f \text{Cos} \omega_m t) \quad (4)$$

donde $m_f = \frac{K_f E_m}{\omega_m} = \frac{\Delta \omega_c}{\omega_m}$ índice de modulación en FM.

Derivando la (4) se obtiene:

$$\frac{d\phi_{FM}}{dt} = E_c \left(\omega_c + m_f \omega_m \text{sen} \omega_m t \right) \cos \left(\omega_c t - m_f \text{cos} \omega_m t \right) \quad (5)$$

Operando:

$$\frac{d\phi_{FM}}{dt} = E_c \omega_c \left(1 + \frac{m_f \omega_m}{\omega_c} \text{sen} \omega_m t \right) \cos \left(\omega_c t - m_f \text{cos} \omega_m t \right) \quad (6)$$

La señal modulada en FM es de la forma inicial pero con la portadora en forma cosenoidal y la parte de modulación en AM es la encerrada en el primer paréntesis de la (6).

La (7) representa una señal modulada en AM con modulante periódica, siendo $m = \frac{E_m}{E_c}$ el índice de modulación en AM.

$$\phi_{AM} = E_c (1 + m \text{sen} \omega_m t) \cdot \cos \omega_c t \quad (7)$$

Operando con las componentes de AM en la (6) y la (7) se visualiza que:

$$1 + \frac{m_f \omega_m}{\omega_c} \text{sen } \omega_m t = 1 + m \text{sen } \omega_m t \tag{8}$$

Para que no exista sobremodulación en AM se debe cumplir:

$$\frac{m_f \omega_m}{\omega_c} = 1 \tag{9}$$

El máximo índice de modulación en frecuencia que logra esta condición será:

$$m_f = \frac{\omega_c}{\omega_m} \tag{10}$$

Por encima de este valor la componente de AM, resultante de la derivación, sufrirá sobremodulación lo que dificultará la detección.

DE LA SIMULACIÓN

Para una visualización de resultados la Fig. 1 muestra el diagrama en bloques utilizado.

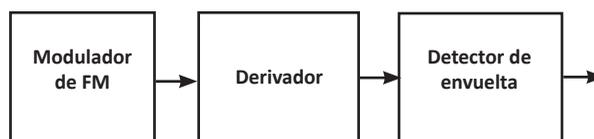


Figura 1 - Diagrama en bloques de la demodulación

La señal de FM está constituida por una portadora de 100 KHz modulada con un tono de 10 KHz. El valor del máximo índice según (10), será:

$$m_f = \frac{\omega_c}{\omega_m} = \frac{100 \text{ KHz}}{10 \text{ KHz}} = 10 \tag{11}$$

Por encima de este valor la señal de AM tendrá sobre modulación.

Para la simulación se operará con varios índices de modulación para visualizar este efecto. Se toma inicialmente como índice de modulación $m_f = 4$. La Fig. 2 muestra la señal de FM denominada Φ_{FM} vista en el tiempo y la Fig. 3 en frecuencia.

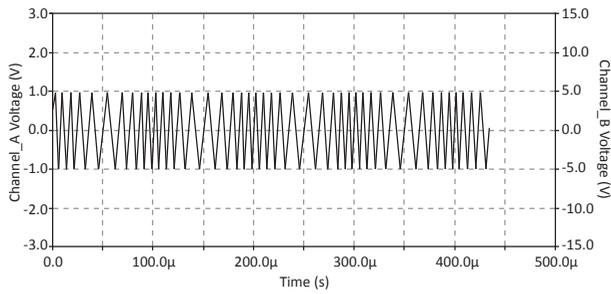


Figura 2 - ϕ_{FM} señal modulada en FM con $m_f = 4$

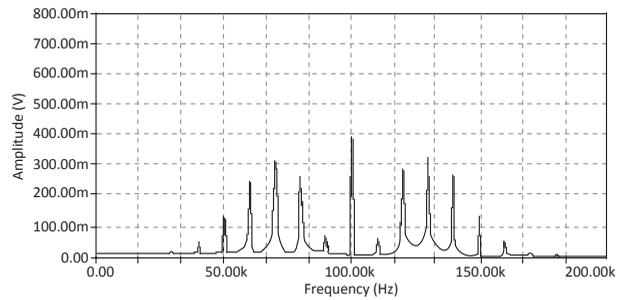


Figura 3 - Espectro en frecuencia de ϕ_{FM}

La señal a la salida del derivador $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ se ve en la Fig. 4, de manera temporal y en la Fig. 5 en frecuencia.

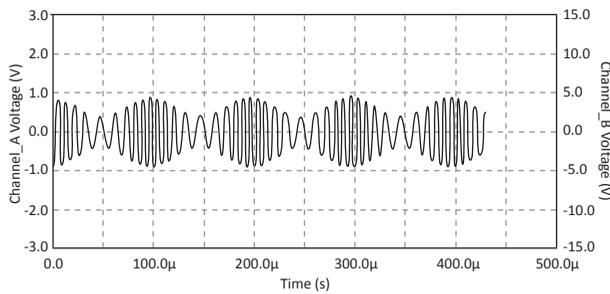


Figura 4 - $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ en el tiempo

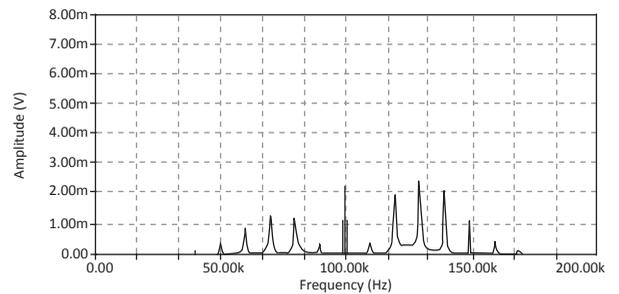


Figura 5 - $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ en el dominio de la frecuencia

Un aspecto importante de la Fig. 5 es que ve con la misma composición espectral de la Fig. 3 pero las bandas laterales aparecen asimétricas en amplitud.

Esto se debe al hecho que esta portadora está modulada en FM y AM simultáneamente con la misma información.

En la Fig. 6 se compara de manera temporal la señal derivada y la resultante de la detección donde se ve que no hay sobremodulación.

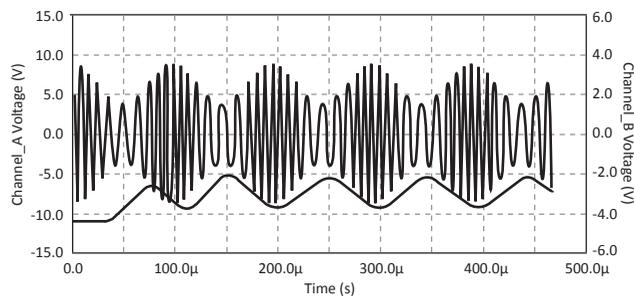


Figura 6 - Señal $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ junto a la resultante de la detección

A efectos de poder visualizar mejor el índice de modulación resultante en AM es que en la Fig. 7 se muestra el trapecio de modulación donde se ve claramente que el índice en AM es menor que 1.

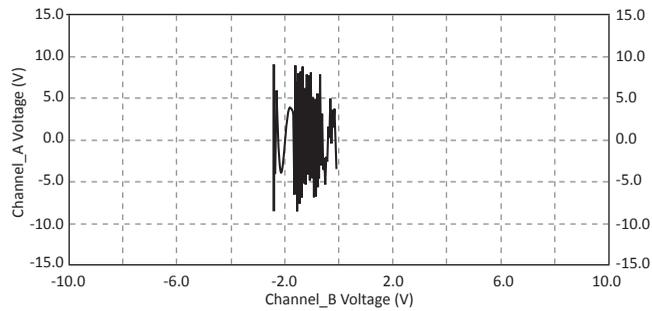


Figura 7 - Trapecio de modulación para $m_f = 4$

Tomando la (10), el máximo índice de modulación FM debe ser 10 para que no exista sobremodulación. En la Fig. 8 se ve el trapecio para $m_f = 10$, donde se ve que el índice resultante en AM es 1.

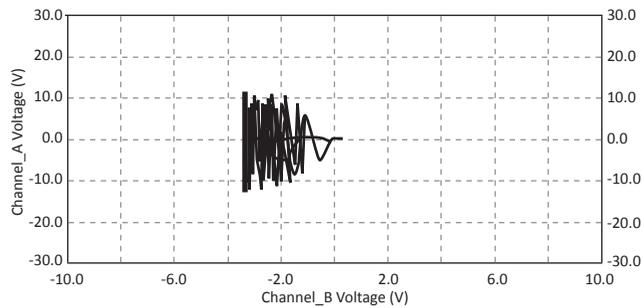


Figura 8 - Trapecio de modulación para $m_f = 10$

Tomando un índice de modulación en frecuencia mayor de 10, se verá la sobremodulación en la señal de AM. En la Fig. 9 se ve de manera temporal ϕ_{FM} con $m_f = 15$.

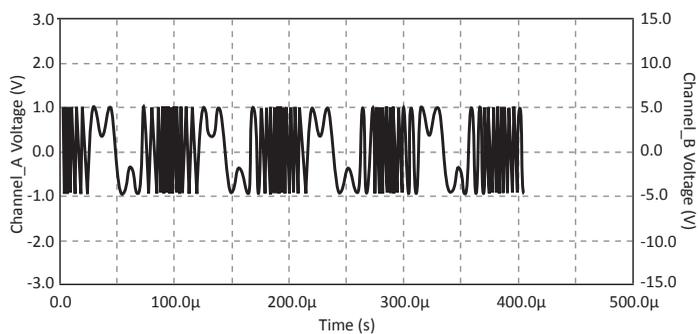


Figura 9 - ϕ_{FM} de manera temporal con $m_f = 15$

En la Fig. 10 se ve la $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ de manera temporal, con un índice 15, donde se ve claramente la sobremodulación.

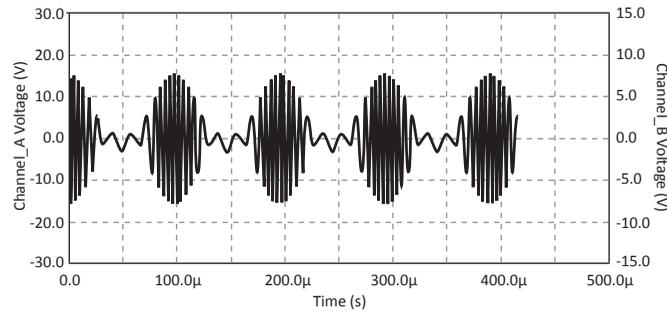


Figura 10 - Señal $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ con sobremodulación en AM

Como aspecto complementario se muestra la sobremodulación con el trapecio de modulación de la $\frac{d}{dt}\phi_{FM}$ con índice 15 en la Fig. 11.

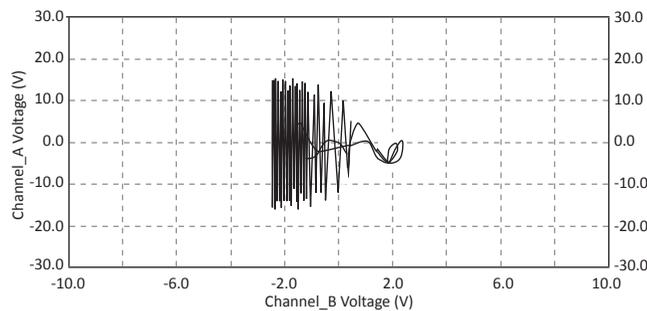


Figura 11 - Trapecio de modulación para $m_f = 15$

CONCLUSIONES

Si se deriva una señal modulada en FM, ésta aparece simultáneamente modulada en amplitud y frecuencia con la misma banda base. El índice de modulación resultante en AM es función directa del índice en FM. Ésto implica que a partir de un cierto valor de índice en FM el de AM producirá sobremodulación distorsionando la señal detectada. Se ha demostrado que el cociente entre la frecuencia de portadora y la modulante es el valor del máximo índice de modulación que se debería transmitir en FM para que no exista sobremodulación en la señal de AM resultante. Esto conlleva a que en la demodulación por este método se debe tener en cuenta este límite para evitar la distorsión.

REFERENCIAS

- Danizio P., "Teoría de las Comunicaciones" 4ª Edición. Universitas. 37-105, (2009).
 Lathi, "Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación". 1ª Edición. Limusa. 155-169, 212-220, (1989).
 Couch II, "Sistemas de Comunicación Digitales y Analógicos". 5ª Edición. Prentice-Hall. 296-322, (1998).

Strembler, "Introducción a los Sistemas de Comunicación". 3º Edición. Addison-Wesley; 219-238, 298-351, (1997).

Danizio P., "Sistemas de Comunicaciones". 3º Edición. Universitas. 11-76, (2006).

Blake, "Sistemas Electrónicos de Comunicaciones". 2º Edición. Thomson. 136-161, (2004).