Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

Actas de las IX Jornadas Argentinas de Robótica 15-17 de noviembre, Córdoba, Argentina

Seguimiento de Trayectoria de un Robot Móvil Tipo Auto

Trajectory Tracking of a Car-Like Mobile Robot

Presentación: 25/09/2017

Aprobación: 02/12/2017

Julio Montesdeoca
Universidad Politécnica Salesiana– Cuenca,Ecuador
jmontesdeoca@ups.edu.ec

Lucio Salinas
Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan – San Juan, Argentina
lsalinas@inaut.unsj.edu.ar

Marcos Toibero
Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan – San Juan, Argentina
mtoibero@inaut.unsj.edu.ar

Ricardo Carelli
Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan – San Juan, Argentina
rcarelli@inaut.unsj.edu.ar

Resumen

En este documento se presenta los resultados de simulación del diseño de un controlador cinemático para seguimiento de trayectoria aplicado a un robot móvil tipo auto. Dentro del diseño de la ley de control se considera las limitaciones de giro en el volante y la limitada velocidad del robot. Además de ello se considera el punto de interés en una posición arbitraria dentro o fuera del cuerpo del robot. La trayectoria se obtiene de un proceso de planificación en donde se presta atención a la limitación del giro del volante. Las simulaciones muestran un gran desempeño del controlador.

Palabras claves:Seguimiento de Trayectoria, Robot Móvil Tipo Auto, Modelo Cinemático Extendido.

Abstract

This document presents the simulation results of the design of a kinematic controller for trajectory tracking applied to a mobile robot type auto. Within the design of the control law, the steering wheel rotation limitations and the robot's limited speed are considered. In addition, the point of interest is considered in an arbitrary position inside or outside the robot's body. The trajectory is obtained from a planning process where attention is paid to limiting the rotation of the steering wheel. The simulations show great controller performance.

Keywords: Trajectory Tracking, Car-Like Mobile Robot, Extended Kinematic Model.

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

I. Introducción

Actualmente, los robots móviles tipo auto son ampliamente usados en procesos de agricultura de precisión, navegación en exteriores, exploración de terrenos irregulares entre otras aplicaciones.En este contexto, los nuevos algoritmos de control orientados a este tipo de robots han facilitado la ejecución de las tareas antes mencionadas.

El modelado matemático clásico de un robot móvil tipoauto se rige por las restricciones no holonómicas de nodeslizamiento ni desplazamiento lateral (De Luca et al, 1998) que se derivan delas matrices de Pffafian (Canudas de Wit et al, 1996).A este proceso se conoce comomodelado clásico, el problema de este modelo las técnicasde control usadas con muy complejas al momento de laimplementación (F. Hamerlain, 2012) (L. Hwang et al, 2007). Por tal motivo, en este documentose propone el uso del modelado cinemático extendido parael diseño una ley de control de fácil implementación, quecumple con las restricciones en las entradas de control (D. Chwa, 2007) para seguimiento de trayectoria, considerando el punto deinterés del robot móvil tipo auto en una posición arbitraria, dentro o fueradel cuerpo del robot.

Este documento esta estructurado de la siguiente manera:la sección II presenta el modelado cinemático extendido pararobots móviles tipo auto, considerando el punto de interés enuna posición arbitraria. La sección III presenta el diseño dela ley de control auxiliar considerando las entradas de controlrestringidas. Por otra parte, la sección IV presenta la pruebade estabilidad del sistema en lazo cerrado, usando la teoría deLyapunov, mientras que en la sección V se presenta la etapa deplanificación de la trayectoria; en la sección VI se presentanlas simulaciones, y finalmente las conclusiones se presentanen la sección VIII.

II. Modelado Cinemático Extendido

La cinemática extendida para robots móviles con restriccionesno holonómicas se basa en proponer un modelo cinemáticode tipo holonómico para el sistema. Esto se logra al considerarla velocidad del eje lateral dentro del modelado suponiendoque es una pseudo entrada de control.La Fig. 1 muestra la estructura de un robot móvil tipo autousada para el modelado cinemático extendido considerando elpunto de interés en una posición cartesiana arbitraria(x, y) definida por d y α medidos desde la rueda posterior, ϕ representa elángulo de orientación del cuerpo del robot yδcorresponde al ángulo de dirección de la rueda del frente.

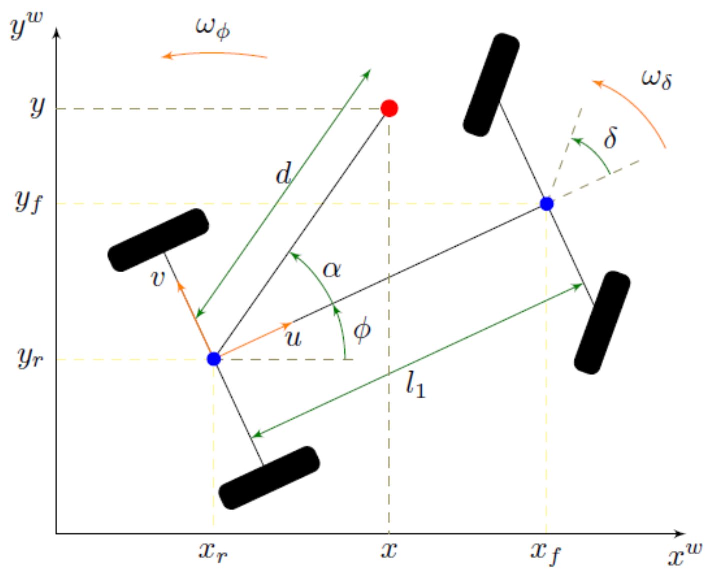

Fig. 1: Estructura de un robot tipo auto usado para obtener el modelo cinemático extendido.

El modelo cinemático extendido resultante al considerar laFig. 1 se muestra a continuación:

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\phi}\\ \dot{\delta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\phi & -\sin\phi & -d\sin(\phi+\alpha) & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & d\cos(\phi+\alpha) & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\ v\\ \omega_\phi\\ \omega_\delta\end{bmatrix} \tag{1}$$

Aplicando la cinemática inversa en (1) se obtiene (2),cuya representación compacta es $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$

$$\begin{bmatrix}u\\ v\\ \omega_\phi\\ \omega_\delta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi & d\sin\alpha & 0\\ -\sin\phi & \cos\phi & d\cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\phi}\\ \dot{\delta}\end{bmatrix} \tag{2}$$

A partir de (2) se diseña un controlador basado en cinemáticainversa que se muestra en (3).

$$\begin{bmatrix}u_c\\ v\\ \omega_\phi\\ \omega_{\delta_c}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi & d\sin\alpha & 0\\ -\sin\phi & \cos\phi & d\cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_x\\ \eta_y\\ \eta_\phi\\ \eta_\delta\end{bmatrix} \tag{3}$$

Expresando (3) como un sistema de ecuaciones, es posibleobtener de forma independiente las entradas de control parael robot, en donde u_c en (4) corresponde a la velocidad linealyω_{δ_c}en (7) representa la velocidad angular, por otra parte$v$en (5) representa la velocidad lateral del robot, parámetro que no corresponde a una acción de control real.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \eta_x\cos\phi+\eta_y\sin\phi+\eta_\phi d\sin\alpha && (4)\\ \dot{y} &= -\eta_x\sin\phi+\eta_y\cos\phi-\eta_\phi d\cos\alpha && (5)\\ \dot{\phi} &= \eta_\phi && (6)\\ \dot{\delta} &= \eta_\delta && (7)\end{aligned}$$

Ahora, al considerar la condición no holonómica del roboten la rueda de atrás, se tiene que no existe desplazamiento enel eje transversal por lo tanto se tiene que$v=0$, entonces resolviendo (5) paraη_ϕ se tiene:

$$\eta_\phi=(d\cos\alpha)^{-1}\left(\eta_y\cos\phi-\eta_x\sin\phi\right) \tag{8}$$

en donde (8) se usa como solución para (6). Al analizar lascondiciones no holonómicas de la rueda del frente se tiene: $L\omega_\phi\cos\delta-u\sin\delta=0$, asumiendo que $u=u_c$ y $\omega_\phi=\eta_\phi$seresuelve paraδ, en donde δ_{max} es el máximo giro del volante del auto.

$$\delta_d=\delta_{max}\tanh\left[\delta_{max}^{-1}\arctan\left(\frac{L\eta_\phi}{u_c}\right)\right] \tag{9}$$

III. Diseño de la Ley de Control

Dado el vector de coordenadas generalizadas deseadas,el cual se expresa como$\boldsymbol{q}_d=[x_d\quad y_d\quad \phi_d\quad \delta_d]^T$, apartir de esto, se define el vector de errores en coordenadasgeneralizadas como$\tilde{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{q}_d-\boldsymbol{q}$, por lo tanto el objetivo decontrol se expresa de la siguiente manera:

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{q}}=0$$

Definiendo los errores cartesianos como$\tilde{x}=x_d-x$, $\tilde{y}=y_d-y$, y el error de ángulo de dirección como$\tilde{\delta}=\delta_d-\delta$, además teniendo en cuenta el objetivo de control y considerandoque en la práctica los actuadores tienen las entradas decontrol restringidas, la ley de control auxiliar es diseñada dela siguiente manera:

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

$$
\begin{aligned}
\eta_x &= \dot{x}_d + l_x \tanh(k_x l_x^{-1}\tilde{x}) && (10)\\
\eta_y &= \dot{y}_d + l_y \tanh(k_y l_y^{-1}\tilde{y}) && (11)\\
\eta_\phi &= (d\cos\alpha)^{-1}(\eta_y \cos\phi - \eta_x \sin\phi) && (12)\\
\eta_\delta &= \dot{\delta}_d + l_\delta \tanh(k_\delta l_\delta^{-1}\tilde{\delta}) && (13)
\end{aligned}
$$

en donde, $l_x, l_y > 0, l_\delta = \delta_{max}$corresponden a los valoresde máximos en la entrada de los actuadores, por otra parte$k_x, k_y, k_\delta > 0$son parámetros de diseño;note que (12) esobtenida directamente de (8).

A. Sistema en Lazo Cerrado

Si se asume un seguimiento perfecto de velocidad, es decir$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_c$en forma compacta el sistema en lazo cerrado resulta:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta} \qquad (14)$$

Note que, al considerar (10), (11), (12) y (13); (14) puedeser expresada de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= \dot{x}_d + l_x \tanh(k_x l_x^{-1}\tilde{x}) && (15)\\
\dot{y} &= \dot{y}_d + l_y \tanh(k_y l_y^{-1}\tilde{y}) && (16)\\
\dot{\phi} &= (d\cos\alpha)^{-1}(\eta_y \cos\phi - \eta_x \sin\phi) && (17)\\
\dot{\delta} &= \dot{\delta}_d + l_\delta \tanh(k_\delta l_\delta^{-1}\tilde{\delta}) && (18)
\end{aligned}
$$

Ahora, si se definen los siguientes errores, $\dot{\tilde{x}} = \dot{x}_d - \dot{x}$, $\dot{\tilde{y}} = \dot{y}_d - \dot{y}$ y $\dot{\tilde{\delta}} = \dot{\delta}_d - \dot{\delta}$; entonces, las ecuaciones de lazo cerrado se pueden expresar como:

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{x}} &= -l_x \tanh(k_x l_x^{-1}\tilde{x}) && (19)\\
\dot{\tilde{y}} &= -l_y \tanh(k_y l_y^{-1}\tilde{y}) && (20)\\
\dot{\tilde{\delta}} &= -l_\delta \tanh(k_\delta l_\delta^{-1}\tilde{\delta}) && (21)
\end{aligned}
$$

En la Fig. 2 se presenta un esquema de la estructura delsistema de control en lazo cerrado.

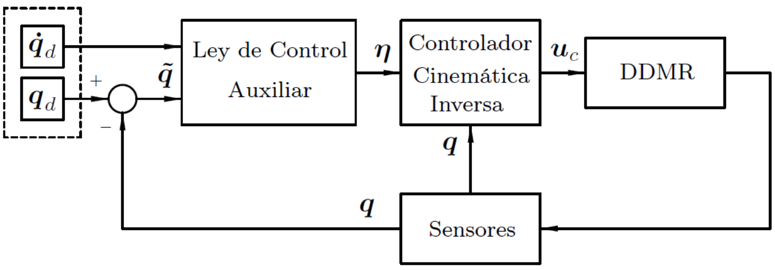

Fig. 2: Estructura del sistema de control en lazo cerrado.

IV. Análisis de estabilidad

Esta sección presenta el análisis de estabilidad de la ley decontrol auxiliar propuesta en la sección anterior, para lo cualse recurre a la teoría de Lyapunov.

En este caso se considera los siguientes estados como puntosde equilibrio:$[\tilde{x} \quad \tilde{y} \quad \tilde{\phi}]^T = [0 \quad 0 \quad 0]^T$, a partir de esto se escoge la función de Lyapunovque se muestra en (22).

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

$$V = \frac{1}{2}\left(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{\delta}^2\right) \tag{22}$$

Derivando (22) se obtiene (23).

$$\dot{V} = \tilde{x}\dot{\tilde{x}} + \tilde{y}\dot{\tilde{y}} + \tilde{\delta}\dot{\tilde{\delta}} \tag{23}$$

Reemplazando (19) y (20) en (23) se obtiene (24).

$$\dot{V} = -l_x \tanh(k_x l_x^{-1}\tilde{x})\tilde{x} - l_y \tanh\left(k_y l_y^{-1}\tilde{y}\right)\tilde{y} - l_\delta \tanh\left(k_\delta l_\delta^{-1}\tilde{\delta}\right)\tilde{\delta} \tag{24}$$

Analizando (24) se determina que$\dot{V}$es definida negativa,con lo cual se tiene que$\tilde{x}(t) \to 0$, $\tilde{y}(t) \to 0$ y$\tilde{\delta}(t) \to 0$ cuando $t \to \infty$. Ahora, tomando en consideración este análisis, laecuación de lazo cerrado en (17) se reduce a:

$$\dot{\phi} = (d\cos\alpha)^{-1}(\dot{y}_d\cos\phi - \dot{x}_d\sin\phi) \tag{25}$$

Con lo cual es posible establecer queestá acotada.

V. Diseño de Valores Deseados

Para que el controlador tenga un comportamiento de seguidorde trayectoria se realiza una etapa de planificaciónde trayectoria definida de forma temporal preferentementecomo una función expresada en coordenadas cartesianas, losvalores deseados de posición correspondientes a la trayectoriacartesiana son definidos en (26)

$$x_d = x_d(t) \tag{26a}$$
$$y_d = y_d(t) \tag{26b}$$

Tomando la derivada respecto al tiempo la función deposición cartesiana propuesta en (26) se obtienen las expresionescorrespondientes a la velocidad deseada en coordenadascartesianas mostradas en (27)

$$x_d = x_d(t) \tag{27a}$$
$$y_d = y_d(t) \tag{27b}$$

Es necesario comprobar que la curvatura de trayectoriadeseada cumpla con los requerimientos del robot móvil tipoauto. Una de las formas de hacer es comprobar que la direccióndel volante del auto este dentro de los límites de:

$$\delta_d = \arctan\left(\frac{L\dot{\phi}_d}{\dot{x}_d\cos\phi_d + \dot{y}_d\sin\phi_d}\right) \tag{28}$$

Por último, note que en el diseño de la ley de controlpresentado en la sección III se usa directamente$\eta_\phi$de (8),por tal motivo no requiere ser diseñada.

VI. Simulaciones

En esta sección se presentan las simulaciones para verificarel comportamiento del controlador propuesto, se presentandiseños de trayectorias que cumplen las restricciones delvolante y a propósito se muestra también un trayectoria queno va acorde a los límites del giro del volante, todo esto conel fin de verificar el comportamiento del controlador.La Fig. 3 muestra el seguimiento de trayectoria elíptica cuyoradio menor es 2.5m y su radio mayor es 3m, el tiempo establecido para completar una vuelta completa es de 50s. De acuerdo a esto losparámetros usados en el controlador son: el estado inicial estadado por$\boldsymbol{q}(0) = [1.5 \quad 0 \quad 0^o]^T$, $l_\phi = 0.8$, $l_x = l_y = 0.7$, $d = 0.4$ y $\alpha = 45^o$.

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

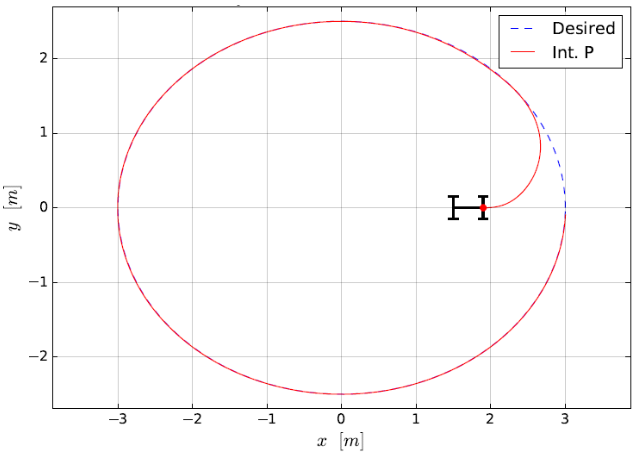

Fig. 3: Trayectoria circular para un robot móvil tipo auto.

Los errores cartesianos y las acciones de control se muestranen la Fig. 4 es importante notar que los errores de posicióntienden asintóticamente a cero, y las entradas de control estánacorde a los límites del robot.

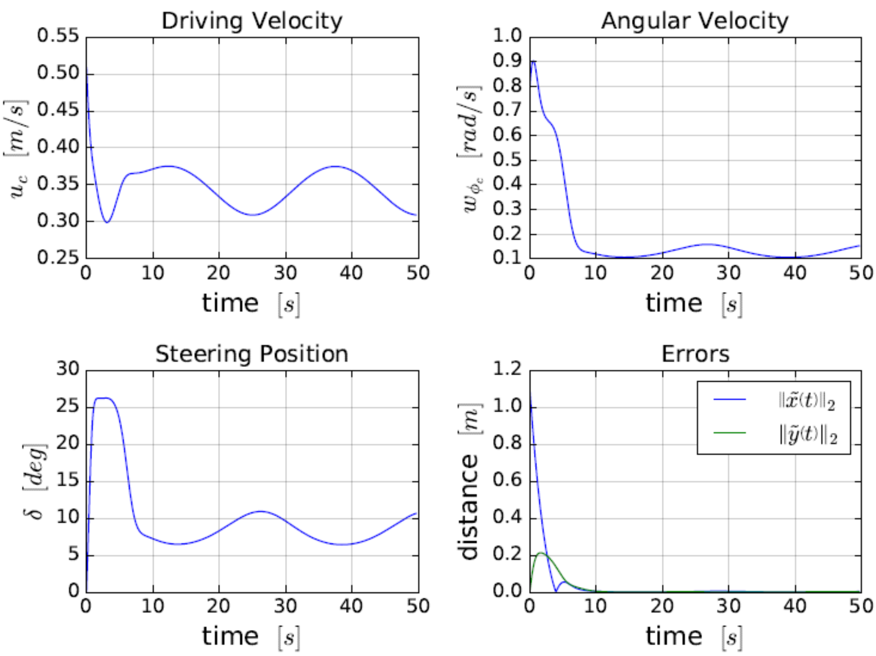

Fig. 4: Acciones de control y convergencia de errores cartesianos.

La Fig. 5 muestra el seguimiento de trayectoria tipo lazocuyo eje menor es 2m y su eje mayor es 3m, el tiempo establecido para dar una vuelta completa es de 100s, (el reducidoradio de giro en los extremos del lazo) de acuerdo a esto losparámetros usados en el controlador son: el estado inicial estadado por$\boldsymbol{q}(0) = [1.5 \quad 0 \quad 0^o]^T$, $l_\phi = 0.8, \quad l_x = l_y = 0.7$, $d = 0.4$ y $\alpha = 0^o$, con estos parámetros el punto de interés se sitúa en la ruedadel frente.

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

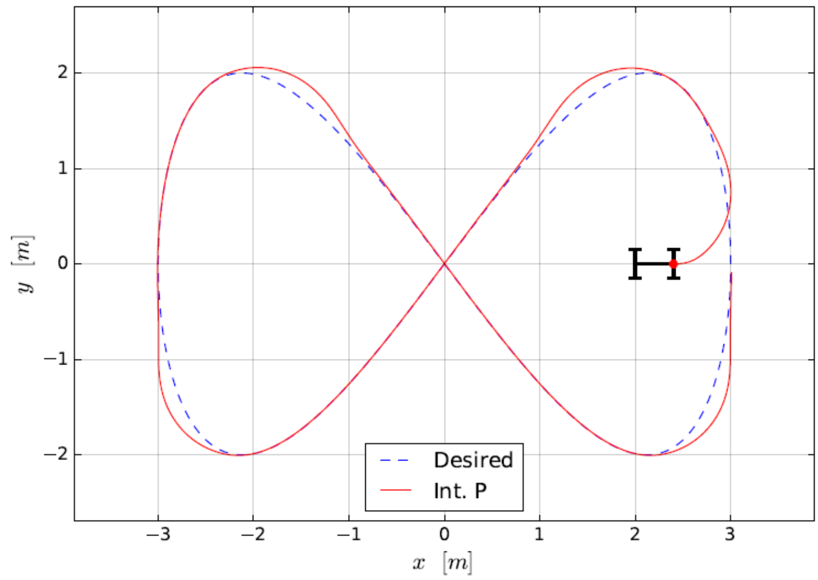

Fig. 5: Trayectoria tipo lazo para un robot móvil tipo auto.

Los errores cartesianos y las acciones de control producidosal realizar una planificación sin tomar en cuenta lasrestricciones en el giro del volante se muestran en la Fig.6, es importante notar que los errores de posición tiendenasintóticamente a cero en donde la trayectoria si cumplecon las restricciones física del robot, y donde no lo haceel controlador se adapta lo mejor posible a fin de seguir latrayectoria, es importante notar que las entradas de controlestán acorde a los límites del robot.

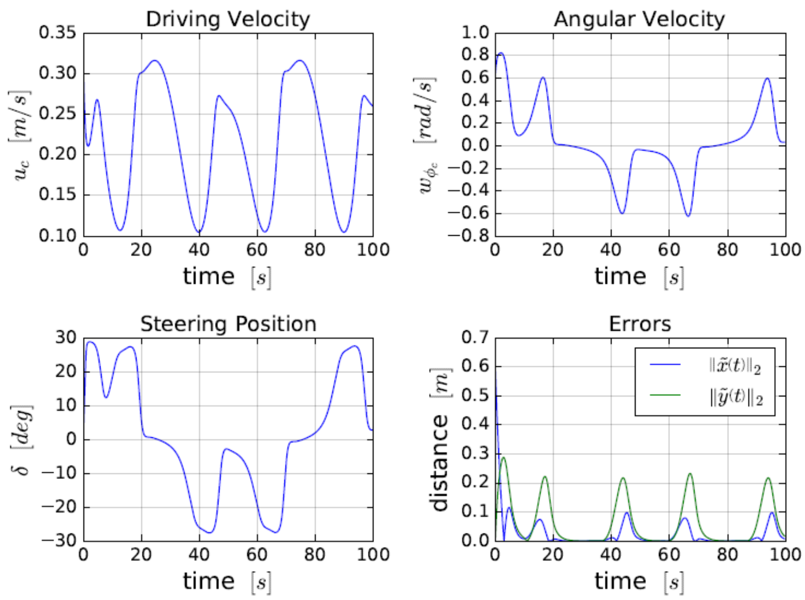

Fig. 6: Acciones de control y convergencia de errores cartesianos.

VII. Trabajo Futuro

Actualmente se esta trabajando en proponer un nuevo modelocinemático para resolver el problema de la indeterminaciónmatemática cuando; adicionalmente setrabaja en como formular los valores deseados a fin de que
se pueda usar este controlador para solucionar el problemareferente a seguimiento de caminos.

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933
.

VIII. Conclusiones

Basados en el modelado cinemático extendido y usando lacinemática inversa como estrategia de control, se ha propuestoun controlador invariante en el tiempo que cumple con lasrestricciones no holonómicas; el cual ha sido destinado alseguimiento de trayectoria, considerando el punto de interésen una posición arbitraria.

Revista Tecnología y Ciencia
DOI:https://doi.org/10.33414/rtyc.37.157-165.2020 - ISSN 1666-6933

Referencias

A. De Luca, G. Oriolo, and C. Samson, Feedback control of a nonholonomic car-like robot. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998, pp. 171–253. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10. 1007/BFb0036073

Canudas de Wit, G. Bastin, and B. Siciliano, Eds., Theory of Robot Control,1st ed. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1996.

D. Chwa, "Tracking control of differential-drive wheeled mobile robots using a backstepping-like feedback linearization," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, vol. 40,no. 6, pp. 1285–1295, Nov 2010

F. Hamerlain, "Trajectory tracking control of a car-like mobile robotin presence of sliding," in Proceedings of 2012 UKACC InternationalConference on Control, Sept 2012, pp. 502–507.

L. Hwang and L. J. Chang, "Trajectory tracking and obstacle avoidance of car-like mobile robots in an intelligent space using mixed h2/h; decentralized control," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 12, no. 3, pp. 345–352, June 2007.