

Actas de las IX Jornadas Argentinas de Robótica 15-17 de noviembre, Córdoba, Argentina

Modelado Dinámico y Control de un Tractor Articulado con Implemento

Dynamic Modeling and Control of a Articulated Tractor with Implement

Presentación: 17/11/2017

Aprobación: 02/12/2017

Lucas Genzelis

Universidad Nacional del Litoral, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Santa Fé - Argentina.
lgenzelis@sinc.unl.edu.ar

Guido Sánchez

Universidad Nacional del Litoral, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Santa Fé - Argentina.
gsanchez@sinc.unl.edu.ar

Nahuel Deniz

Universidad Nacional del Litoral, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Santa Fé - Argentina.
ndeniz@sinc.unl.edu.ar

Marina Murillo

Universidad Nacional del Litoral, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Santa Fé - Argentina.
mmurillo@sinc.unl.edu.ar

Leonardo Giovanini

Universidad Nacional del Litoral, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Santa Fé - Argentina.
lgiovanini@sinc.unl.edu.ar

Resumen

El presente trabajo lleva adelante un análisis de un tractor articulado con dirección delantera acoplado a un implemento agrícola (como ser una fumigadora o una sembradora). Se desarrolla aquí el modelo de este sistema, en primer lugar en términos cinemáticos y luego en términos dinámicos. Utilizando la técnica de control predictivo, se calculan las acciones de control que permiten al implemento recorrer una trayectoria de referencia. Se emplean simulaciones numéricas para ilustrar el comportamiento del sistema y del controlador implementado.

Palabras clave: Tractor Articulado, Implemento Agrícola, Modelado, MPC.

Abstract

The present work carries out an analysis of an articulated tractor with front steering coupled to an agricultural implement (such as a sprayer or a seeding machine). The model of this system is developed here, first in cinematic terms and then in dynamic terms. Using the predictive control technique, the control actions that allow the implement to travel a reference trajectory are calculated. Numerical simulations are used to illustrate the behavior of the system and the implemented controller.

keywords: Articulated Tractor, Agricultural Implement, Modeling, MPC.

INTRODUCCIÓN

Los recientes avances en los campos de la robótica y la agricultura de precisión se han visto acompañados por un interés creciente en el desarrollo de vehículos agrícolas autónomos. Es decir, maquinaria agrícola que pueda realizar tareas tales como fumigación, siembra o cosecha, sin contar con un operario humano a bordo.

En el área del control automático, uno de los métodos cuyo empleo se vuelve cada vez más relevante, tanto en el campo de la actividad industrial como en la académica, es el del control predictivo basado en modelos [1], [2]. Esta técnica emplea un modelo del sistema que se desea controlar para predecir el comportamiento futuro del mismo, calculando la secuencia de acciones de control que minimicen una cierta función de costo a lo largo de un horizonte impuesto. Luego, si se desea aplicar este método para controlar un vehículo agrícola, es necesario en primera instancia obtener el modelo matemático del mismo.

Existen diferentes mecanismos que pueden emplearse para modificar la dirección de

movimiento de un vehículo terrestre. Aquí se han considerado dos de ellos. El primero consiste en el control de la dirección delantera del vehículo, como puede verse en la Fig. 1(a). Otra alternativa consiste en añadir al vehículo una articulación central, integrando en el mismo un sistema mecánico que permita actuar directamente sobre esta articulación. En la Fig. 1(b) puede apreciarse un ejemplo de un vehículo dotado de este mecanismo. Finalmente, una alternativa adicional consistiría en incluir en el vehículo ambos tipos de mecanismos. A pesar de que éste no es común en la industria de la maquinaria agropecuaria, han podido hallarse casos de aplicación, como el vehículo desarrollado por Valtral,

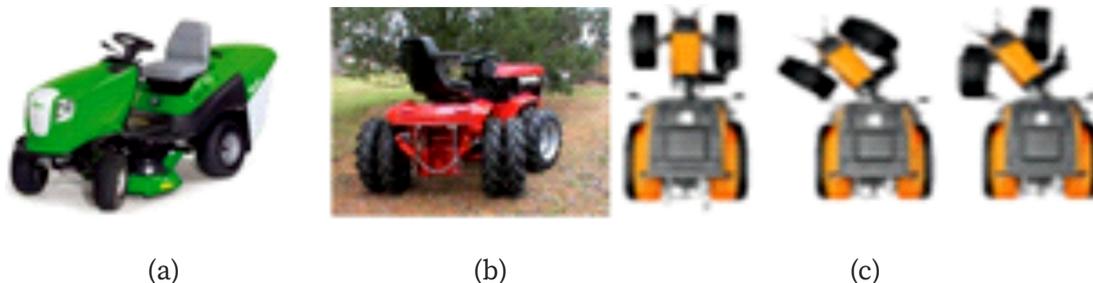


Figura 1. Diferentes mecanismos empleados por tractores para modificar su dirección.

que se observa en la Fig. 1(c). Con el objeto de obtener un modelo matemático que se adapte a la mayor cantidad posible de vehículos, se ha decidido aquí considerar esta tercera alternativa. Luego, limitando la aplicación de cualquiera de los mecanismos, el modelo a hallar representaría correctamente cualquiera de los sistemas más restringidos.

Existen ya numerosas publicaciones enfocadas en la aplicación de diferentes técnicas de control al problema de la operación autónoma de tractores [3]-[5]. Sin embargo, estos modelos no resultan adecuados para describir la situación en la cual se acoplan implementos agrícolas a estos vehículos. En la práctica suele procederse controlando sólo la trayectoria seguida por el tractor, suponiendo que el implemento recorrerá aproximadamente la misma trayectoria. Esta metodología, no obstante, puede conducir a resultados poco satisfactorios.

En el análisis de la literatura especializada no ha podido hallarse un modelo semejante al que se busca desarrollar aquí. Se han realizado muchos trabajos que incorporan modelos de vehículos con implementos, como el presentado por LaValle [6]. Sin embargo, estos modelos suelen obtenerse bajo la simplificación de considerar que el implemento se halla conectado directamente al eje trasero del vehículo, lo cual en general no resulta ser así (atendiendo a la Fig. 2, esto se correspondería con tomar la longitud d_1 como 0). Además, estos trabajos no incorporan al vehículo el mecanismo de articulación central. Por otra parte, se han realizado publicaciones que presentan modelos de vehículos articulados, pero sin incorporar el acople de un implemento [7], [8]. Finalmente, debe destacarse que en general los modelos presentados en las publicaciones son de tipo cinemático, es decir, que suponen como acción de control a la velocidad de alguna parte del tractor (como el eje trasero o el delantero) y no consideran variaciones de segundo orden de las posiciones y los ángulos involucrados. Un modelo de este tipo para el sistema bajo análisis fue presentado por los autores en la reunión de trabajo RPIC 2017 [9]. Sin embargo, si bien el enfoque cinemático da lugar a modelos más sencillos, podría no ser suficientemente preciso. Resultaría de interés la obtención de un modelo dinámico, es decir, uno que incorpore el control de aceleraciones lineales y angulares. En este trabajo se pretende desarrollar un modelo de este tipo. Debe mencionarse

1 <http://www.valtra.com/articulated-tractors.aspx>

empero que el procedimiento seguido aquí debe considerarse sólo como una primera aproximación al problema, ya que el modelo obtenido es derivado a partir del modelo cinemático hallado en primera instancia, y por ende no considera verdaderamente la inercia de las diferentes partes del sistema ni las fuerzas intervinientes. Aún así, el modelo obtenido resulta de utilidad en sí mismo. Esto se ha ilustrado aquí mediante la inclusión de perturbaciones que podrían surgir de la inclinación no modelada del terreno. Esto no podría hacerse con el modelo cinemático presentado en [9].

El presente trabajo se halla estructurado de la siguiente manera. En la Sección I se ha presentado una breve descripción del problema que desea resolverse. En la Sección II se procede a la obtención del modelo matemático del vehículo. En la Sección III se presenta el método empleado para controlar el sistema. Luego, en la Sección IV se discuten los resultados obtenidos utilizando el modelo desarrollado, mediante la aplicación de la metodología de control predictivo propuesta, y se analizan diferentes condiciones operacionales. Finalmente, en la Sección V se presentan las conclusiones obtenidas y se discuten posibles trabajos futuros sobre esta temática.

DERIVACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

En la Fig. 2 puede observarse una representación del sistema a modelar, junto con las diferentes constantes de longitud involucradas. Como puede verse, se ha considerado aquí una representación plana del sistema, por lo que la orientación de cada bloque del mismo está determinada por un único ángulo: θ es el ángulo de rotación del implemento, θ_r es

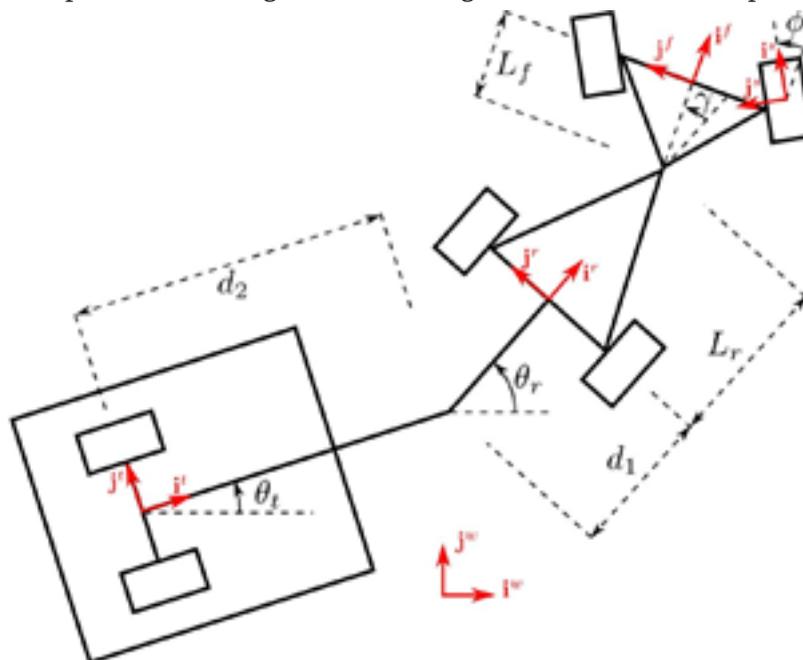


Figura 2. Esquema del vehículo articulado con implemento.

el ángulo formado por la parte trasera del tractor, θ_r es el ángulo de articulación y θ_f representa el ángulo de dirección frontal.

A continuación se realiza la derivación del modelo diferencial del sistema en estudio. En primer lugar se discuten los diferentes marcos de referencia empleados, y luego se

procede a hallar las ecuaciones diferenciales que gobiernan la cinemática del vehículo. Posteriormente, se utilizan estas ecuaciones para derivar un modelo dinámico del mismo. Debe destacarse que el método que se emplea aquí para obtener las ecuaciones cinemáticas del sistema, basado en expresar cantidades vectoriales en diferentes marcos de coordenadas, resulta a su vez novedoso, ya que en los trabajos analizados los modelos matemáticos suelen obtenerse sólo mediante observaciones realizadas a partir de la geometría del sistema. Estas observaciones no suelen ser completamente justificables, estando apoyadas más en la intuición que en el rigor matemático, y además la extensión de dicha metodología a sistemas de mayor complejidad, como el presente, resulta dificultosa.

A. Sistemas de referencia

En el proceso de obtención del modelo del sistema se utilizarán cinco marcos de coordenadas. En la Fig. 2 se encuentran graficados los versores i y j de cada uno de estos sistemas de referencia. Dado que estos marcos se utilizarán para transformar vectores, y no puntos, su ubicación no es relevante, sino que sólo resulta de interés su orientación. El primer sistema de referencia, denotado por el superíndice w , se corresponde con el marco de referencia global, cuya orientación es fija. El marco t coincide con la orientación del implemento, es decir, el versor i^t forma un ángulo de θ_t con la horizontal, dada por PD. El marco r coincide con la orientación de la parte trasera del vehículo, de forma que el versor i^r forma un ángulo de θ_r con la horizontal. El sistema f , a su vez, posee la misma orientación que la parte delantera del vehículo, por lo que el versor i^f forma un ángulo de γ con i^r , es decir, un ángulo de $\theta_r + \gamma$ con la horizontal. Por último, el marco s coincide con la orientación de las ruedas delanteras, de forma que el versor i^s forma un ángulo de θ con i^f , y por ende un ángulo de $\theta_r + \gamma + \theta$ con la horizontal.

La matriz de cambio de coordenadas de un sistema a a un sistema f_i se denota aquí como $C_{g_i}^a$, de forma que la representación y_i^3 de un vector y en el marco f_i puede obtenerse a partir de su representación v_a mediante la expresión $v_a = C_{g_i}^a v_a$.

B. Obtención de las ecuaciones cinemáticas y dinámicas

En primer lugar considérese la ubicación relativa de las distintas partes del sistema, en relación con los diferentes ángulos involucrados. Sea $[x_f, y_f]^T$ la posición del centro del eje delantero del vehículo, $[x_r, y_r]^T$ la posición del centro de su eje trasero, y $[x_t, y_t]^T$ la posición del centro del eje del implemento, todas ellas expresadas en el marco global w . Se observan entonces las siguientes relaciones geométricas:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} + C_t^w \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \end{bmatrix} + C_r^w \begin{bmatrix} d_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + C_r^w \begin{bmatrix} L_r \\ 0 \end{bmatrix} + C_f^w \begin{bmatrix} L_f \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Derivando estas expresiones, se tiene

$$\begin{cases} \dot{x}_r = \dot{x}_t - d_2 \dot{\theta}_t \sin \theta_t - d_1 \dot{\theta}_r \sin \theta_r \\ \dot{y}_r = \dot{y}_t + d_2 \dot{\theta}_t \cos \theta_t + d_1 \dot{\theta}_r \cos \theta_r \\ \dot{x}_f = \dot{x}_r - L_r \dot{\theta}_r \sin \theta_r - L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \sin(\theta_r + \gamma) \\ \dot{y}_f = \dot{y}_r + L_r \dot{\theta}_r \cos \theta_r + L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \cos(\theta_r + \gamma) \end{cases} \quad (3)$$

Se realiza ahora una simplificación, considerando que cada eje del vehículo consta de una única rueda, ubicada en su centro. Se plantean entonces ciertas restricciones sobre el movimiento del sistema, limitando el desplazamiento de cada bloque del mismo (implemento, parte trasera y parte delantera) de forma que su correspondiente rueda pueda trasladarse sólo en dirección longitudinal, sin que se produzcan deslizamientos laterales [6]. Si se impusiese esta restricción no holonómica a cada rueda del sistema, sin considerar la simplificación mencionada, se tendría como único desplazamiento admisible al del movimiento rectilíneo, es decir, con $\dot{\theta}_t = \dot{\theta}_r$ y $\dot{\gamma} = \dot{\phi} = 0$. Es por ello que todos los trabajos analizados referentes al modelado de vehículos terrestres realizan esta simplificación.

Las restricciones mencionadas pueden expresarse como

$$[\dot{x}_t, \dot{y}_t]^T = C_t^w [v_t, 0]^T, [\dot{x}_r, \dot{y}_r]^T = C_r^w [v_r, 0]^T \text{ y } [\dot{x}_f, \dot{y}_f]^T = C_s^w [v_f, 0]^T, \text{ donde } v_t \mathbf{i}^t, v_r \mathbf{i}^r \text{ y } v_f \mathbf{i}^s$$

son las velocidades del eje del implemento, el centro del eje trasero y el centro del eje delantero, respectivamente (notar que para la velocidad del eje frontal se utiliza la matriz C_f en lugar de

C_w de manera de tener en cuenta la dirección delantera). Desarrollando estas expresiones, se obtiene

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_t \cos \theta_t \\ \dot{y}_t = v_t \sin \theta_t \\ \dot{x}_r = v_r \cos \theta_r \\ \dot{y}_r = v_r \sin \theta_r \\ \dot{x}_f = v_f \cos(\theta_r + \gamma + \phi) \\ \dot{y}_f = v_f \sin(\theta_r + \gamma + \phi) \end{cases} \quad (4)$$

Reemplazando estas relaciones en las Ecs. (3), se tiene ahora

$$\begin{cases} v_r \cos \theta_r = v_t \cos \theta_t - d_2 \dot{\theta}_t \sin \theta_t - d_1 \dot{\theta}_r \sin \theta_r & (a) \\ v_r \sin \theta_r = v_t \sin \theta_t + d_2 \dot{\theta}_t \cos \theta_t + d_1 \dot{\theta}_r \cos \theta_r & (b) \\ v_f \cos(\theta_r + \gamma + \phi) = v_r \cos \theta_r - L_r \dot{\theta}_r \sin \theta_r \\ \quad - L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \sin(\theta_r + \gamma) & (c) \\ v_f \sin(\theta_r + \gamma + \phi) = v_r \sin \theta_r + L_r \dot{\theta}_r \cos \theta_r \\ \quad + L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \cos(\theta_r + \gamma) & (d) \end{cases} \quad (5)$$

Tomando la Ec. (5.c) multiplicada por $-\sin(\theta_r + \gamma + \phi)$ y sumándola a la Ec. (5.d) multiplicada por $\cos(\theta_r + \gamma + \phi)$, y luego aplicando identidades trigonométricas, se obtiene

$$\dot{\theta}_r = \frac{v_r \sin(\gamma + \phi) - \dot{\gamma} L_f \cos \phi}{L_r \cos(\gamma + \phi) + L_f \cos \phi} \quad (6)$$

Esta expresión presentaría inconvenientes en caso que $L_r \cos(\gamma + \phi) + L_f \cos \phi = 0$. Sin embargo, debido a limitaciones mecánicas, en general se tendrá $|\phi| \leq \bar{\phi} < \frac{\pi}{2}$. Luego, imponiendo la restricción adicional de que $|\gamma| \leq \arccos\left(-\frac{L_f \cos \bar{\phi}}{L_r}\right) - \bar{\phi}$, puede garantizarse que esta dificultad no se presentará.

Tomando ahora la Ec. (5.a) multiplicada por $-\sin \theta_t$ y sumándola a la Ec. (5.b) multiplicada por $\cos \theta_t$, y procediendo de forma similar al caso anterior, puede obtenerse

$$\dot{\theta}_t = \frac{v_r}{d_2} \sin(\theta_r - \theta_t) - \frac{d_1}{d_2} \dot{\theta}_r \cos(\theta_r - \theta_t) \quad (7)$$

El modelo cinemático completo del vehículo puede expresarse entonces como

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_r \cos \theta_r + d_1 \dot{\theta}_r \sin \theta_r + d_2 \dot{\theta}_t \sin \theta_t \\ \dot{y}_t = v_r \sin \theta_r - d_1 \dot{\theta}_r \cos \theta_r - d_2 \dot{\theta}_t \cos \theta_t \\ \dot{\theta}_r = \frac{v_r \sin(\gamma + \phi) - \omega_\gamma L_f \cos \phi}{L_r \cos(\gamma + \phi) + L_f \cos \phi} \\ \dot{\theta}_t = \frac{v_r}{d_2} \sin(\theta_r - \theta_t) - \frac{d_1}{d_2} \dot{\theta}_r \cos(\theta_r - \theta_t) \\ \dot{\gamma} = \omega_\gamma \end{cases} \quad (8)$$

donde v_r , ω_γ y ϕ son las variables de control del sistema, siendo v_r la velocidad del bloque trasero del tractor en la dirección de ir y ω_γ la velocidad de rotación de la articulación central. Las primeras dos ecuaciones diferenciales, que describen la posición del implemento, pueden obtenerse a partir

de la Ec. (4): $\dot{x}_t = v_t \cos \theta_t$ y $\dot{y}_t = v_t \sin \theta_t$, reemplazando los términos involucrados a partir de las Ecs. (5.a) y (5.b).

Las ecuaciones del modelo obtenido pueden reemplazarse en la Ec. (4), de manera de verificar que se satisfacen las restricciones no holonómicas impuestas.

Para obtener ahora un modelo dinámico simplificado del vehículo, puede calcularse la derivada de cada una de las ecuaciones del sistema planteado, añadiendo luego variables adicionales de forma de dar lugar a un sistema de primer orden. Procediendo de esta forma, se obtiene

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_t = v_{tx} \\ \dot{y}_t = v_{ty} \\ \dot{\theta}_r = \omega_{\theta_r} \\ \dot{\theta}_t = \omega_{\theta_t} \\ \dot{\gamma} = \omega_\gamma \\ \dot{\phi} = \omega_\phi \\ \dot{v}_{tx} = (a_r + d_1\omega_{\theta_r}^2) c \theta_r + (d_1\dot{\omega}_{\theta_r} - v_r\omega_{\theta_r}) s \theta_r + \\ \quad d_2(\dot{\omega}_{\theta_t} s \theta_t + \omega_{\theta_t}^2 c \theta_t) \\ \dot{v}_{ty} = (a_r + d_1\omega_{\theta_r}^2) s \theta_r + (v_r\omega_{\theta_r} - d_1\dot{\omega}_{\theta_r}) c \theta_r - \\ \quad d_2(\dot{\omega}_{\theta_t} c \theta_t - \omega_{\theta_t}^2 s \theta_t) \\ \dot{\omega}_{\theta_r} = [a_r s(\gamma + \phi) + v_r(\omega_\gamma + \omega_\phi) c(\gamma + \phi) - L_f \dot{\omega}_\gamma c \phi + \\ \quad L_f \omega_\gamma \omega_\phi s \phi] / [L_r c(\gamma + \phi) + L_f c \phi] + [v_r s(\gamma + \phi) - \\ \quad L_f \omega_\gamma c \phi] [L_r(\omega_\gamma + \omega_\phi) s(\gamma + \phi) + L_f \omega_\phi s \phi] / \\ \quad [L_r c(\gamma + \phi) + L_f c \phi]^2 \\ \dot{\omega}_{\theta_t} = \frac{s(\theta_r - \theta_t)}{d_2} [a_r + d_1\omega_{\theta_r}(\omega_{\theta_r} - \omega_{\theta_t})] \\ \quad + \frac{c(\theta_r - \theta_t)}{d_2} [v_r(\omega_{\theta_r} - \omega_{\theta_t}) - d_1\dot{\omega}_{\theta_r}] \\ \dot{\omega}_\gamma = \alpha - k\omega_\gamma \\ \dot{v}_r = a_r \end{array} \right. \quad (9)$$

donde $s(\bullet) = \sin(\bullet)$ y $c(\bullet) = \cos(\bullet)$. Como puede verse, se ha añadido un término de amortiguación a la ecuación de la aceleración angular de la articulación central (c.v.-y), de manera de dar lugar a un comportamiento más realista. Aún así, como se mencionó en la Sección I, el procedimiento seguido no permite considerar la inercia de los diferentes bloques del sistema, por lo que el modelo resultante es una aproximación simplificada de la verdadera dinámica del vehículo.

El sistema obtenido puede expresarse vectorialmente como

$$\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (10)$$

de acciones de control, siendo a_r la aceleración lineal del bloque trasero del tractor en la dirección de ir, a un término proporcional al torque aplicado sobre la articulación central y ω_ϕ la velocidad de rotación de la dirección delantera.

Es interesante observar que el modelo obtenido, en su versión cinemática, resulta ser una generalización de otros presentados en la bibliografía. Por ejemplo, si se fija la dirección delantera en $\phi = 0$ y se ignora el modelo del implemento (es resultante coincide con el derivado por Nayl et al. [8]. Por otra parte, si se considera que la articulación del implemento se halla directamente sobre el eje trasero ($d_1 = 0$) y se quita la articulación central (fijando $\gamma = 0$), el modelo obtenido coincide con el de LaValle [6].

CONTROL

Disponiendo ya de un modelo del vehículo, debe discutirse la estrategia de control que va a emplearse para lograr que el implemento siga trayectorias predefinidas. Se ha optado aquí por utilizar un esquema de control predictivo (MPC, de la sigla en inglés de Model Predictive Control) [1], [2]. De esta forma se logra combinar las ventajas del control óptimo con la posibilidad de realizar control a lazo cerrado (de forma de tener en cuenta las perturbaciones externas) y con una carga computacional suficientemente baja como para posibilitar su implementación futura en un ordenador de placa reducida.

Si bien el sistema representado en la Ec. (9) está expresado en tiempo continuo, se pretende trabajar en tiempo discreto, como suele ser usual en el campo del control digital. Para ello se define un cierto período de discretización ΔT , y se emplea un retenedor de orden cero para obtener acciones de control en tiempo continuo, es decir, $u(t) = u_k$, $t_k < t < t_{k+1}$, donde $t_k = t_0 + k\Delta T$, siendo t_0 el instante inicial del experimento.

Asimismo, debe definirse la forma en que se discretizará la dinámica del sistema. Existen diferentes métodos para ello, como ser, métodos de disparo, métodos de Runge-Kutta y el método de colocación. Este último consiste en hallar, para cada período de discretización, un polinomio de cierto orden que satisfaga la ecuación diferencial en un determinado conjunto de puntos [10]. Estos puntos pueden obtenerse, por ejemplo, a partir de la cuadratura de Gauss-Legendre. Éste es el método que se ha optado por utilizar en este trabajo. De este modo, se obtiene un sistema de la forma

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \quad (11)$$

donde \hat{F} aproxima la dinámica del sistema a tiempo discreto.

La función de costo a emplear se define aquí como

$$\mathcal{J}(k) = \sum_{i=0}^{n-1} \mathcal{L}_s(\mathbf{x}_{k+i}, \mathbf{u}_{k+i}) + \mathcal{L}_f(\mathbf{x}_{k+n}), \quad (12)$$

donde \mathcal{L}_s define el costo de etapa, \mathcal{L}_f es la penalización terminal y $H = (n - 1) \times \Delta T$ es el horizonte empleado.

El problema de optimización queda formado entonces por

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{U} \in \mathcal{U}} \mathcal{J}(k) \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \hat{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \\ \mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}_k, \\ \mathbf{x} \in \mathcal{X} \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

siendo \mathcal{X} y \mathcal{U} los conjuntos de estados y controles admisibles, respectivamente. Al resolver este problema en cada instante de discretización t_k , se obtiene como resultado la secuencia de acciones de control óptimas, $\mathbf{U} = \{u_k, u_{k+1}, \dots\}$, a aplicar a lo largo del horizonte H . En cada período se aplica sólo la primer acción de control calculada, y se vuelve a resolver el problema en el instante siguiente.

Tradicionalmente, las funciones de costo de etapa y penalización terminal se definen de forma cuadrática, como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) &= (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k)^T Q (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k) + \mathbf{u}_k^T R \mathbf{u}_k \\ \mathcal{L}_f(\mathbf{x}_{k+n}) &= (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n})^T Q_f (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n}) \end{aligned}, \quad (14)$$

siendo Q y Qf matrices simétricas semidefinidas positivas, R una matriz simétrica definida positiva y donde rk define la trayectoria de referencia para los estados del sistema que se desean controlar.

Puesto que en general sólo se cuenta con valores de referencia para la posición del implemento en cada instante de tiempo, normalmente Q y Qf sólo penalizarán los desvíos incurridos en las variables de estado xt e yt. Sin embargo, este enfoque resulta ser insuficiente para el problema en tratamiento, dando lugar a un comportamiento poco satisfactorio. Para resolver este inconveniente, podría considerarse añadir referencias para uno o más de los ángulos que definen la orientación del vehículo. No obstante, debido a la periodicidad que surge del uso de variables angulares, esto puede resultar dificultoso. Aquí se ha optado por definir una referencia para el vector tangente unitario a la trayectoria seguida por el implemento. Este vector puede calcularse a partir del ángulo Ot como este vector puede ser calculada empleando aproximaciones de diferencias finitas a partir de la trayectoria deseada para el implemento. Para ello, se define

$$r_{\mathbf{T}k} = \frac{[x_{tk+1} - x_{tk-1}, y_{tk+1} - y_{tk-1}]^T}{\sqrt{(x_{tk+1} - x_{tk-1})^2 + (y_{tk+1} - y_{tk-1})^2}}. \quad (15)$$

Para que los vectores unitarios \mathbf{T}_k y $r_{\mathbf{T}k}$ tengan la misma dirección, debe cumplirse que $\mathbf{T}_k \cdot r_{\mathbf{T}k} = 1$. Por lo tanto, puede agregarse este término a las funciones de costo \mathcal{L}_s y \mathcal{L}_f , dando lugar a

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) &= (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k)^T Q (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k) \\ &\quad + q_T (\mathbf{T}_k \cdot r_{\mathbf{T}k} - 1)^2 + \mathbf{u}_k^T R \mathbf{u}_k, \\ \mathcal{L}_f(\mathbf{x}_{k+n}) &= (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n})^T Q_f (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n}) \\ &\quad + q_{Tf} (\mathbf{T}_{k+n} \cdot r_{\mathbf{T}k+n} - 1)^2, \end{aligned} \quad (16)$$

donde qT y qTf son coeficientes de penalización no negativos. Como se verá posteriormente, esta modificación conduce a resultados satisfactorios.

RESULTADOS

Todos las simulaciones presentadas en esta sección fueron realizadas empleando el lenguaje de programación Python. Para implementar el controlador propuesto, basado en MPC y empleando el método de colocación para discretizar el sistema, se utilizó el framework simbólico de diferenciación algorítmica y optimización numérica CasADi [11], en combinación con la librería "Nonlinear Model Predictive Control Tools for CasADi"(mpc-tools-casadi) [12].

Para todas las simulaciones presentadas en esta sección se han definido los parámetros del sistema como Lf = 1m, L, = 1.5m, d1 = 1m, d2 = 2m y k = 0.8. Por otra parte, las matrices de peso intervinientes en el problema de optimización dado por la Ec. (13) se han tomado como

$Q = \text{diag}([10, 10, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])$, $R = \text{diag}([1, 50, 50])$ y $Q_f = \text{diag}([250, 250, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])$, empleando un horizonte de $H = 6s$ y un período de discretización de $\Delta T = 0.1s$. Como puede notarse, se ha dado un mayor peso a las acciones de control α y ω_ϕ que a la aceleración a_r . Esto resulta necesario para evitar que se presenten grandes oscilaciones en los ángulos del sistema. Además, puede verse que en las matrices Q y Q_f sólo se consideran los errores cometidos en la posición del implemento. Los coeficientes de penalización de estos errores se eligen de forma que el controlador busque minimizar las desviaciones respecto de la referencia, pero sin dar lugar a controles tan agresivos como para llevar el sistema a la inestabilidad. Por otra parte, con el objeto de que el comportamiento resultante respete las limitaciones de los actuadores y de la mecánica del sistema, se definen las siguientes restricciones sobre los estados del sistema, las acciones de control y los cambios en las mismas:

$$|\gamma| \leq 60^\circ, |\theta_r - \theta_t| \leq 90^\circ, |\dot{\phi}| \leq 60^\circ, |a_r| \leq 10m/s^2, \\ |\Delta a_r| \leq 5m/s^2, |\Delta \alpha| \leq 15^\circ/s^2 \text{ y } |\Delta \omega_\phi| \leq 15^\circ/s. \text{ Con el}$$

propósito de ilustrar el comportamiento del sistema modelado y el desempeño del controlador implementado, se propone aquí una trayectoria de referencia circular, con un radio de 10m, que debe ser recorrida por el implemento sujeto al tractor.

En primer lugar, supónganse que se define $q_T = q_{Ts} = 0$, es decir, que no se penalizan las desviaciones en el vector tangente a la trayectoria. La evolución resultante de la posición del implemento puede observarse en la Fig. 3, donde se ha utilizado una línea discontinua para indicar la trayectoria de referencia, una línea llena para la trayectoria efectuada y se ha señalado el punto de partida mediante un círculo. En la Fig. 4 pueden apreciarse los ángulos del sistema, mientras que en la Fig. 5 se han graficado las correspondientes acciones de control. Como puede verse, no se han obtenido resultados favorables. Cabe mencionar que, en los experimentos realizados, la elección de diferentes coeficientes en R , Q y Q_f no ha dado lugar a un comportamiento sensiblemente superior.

Se procede ahora a incorporar la referencia para el vector tangente unitario a la trayectoria del implemento, fijando

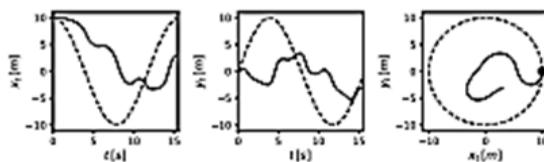


Figura 3. Simulación 1: trayectoria seguida por el implemento.

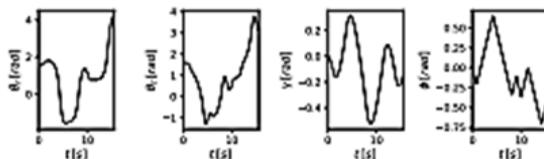


Figura 4. Simulación 1: ángulos del sistema.

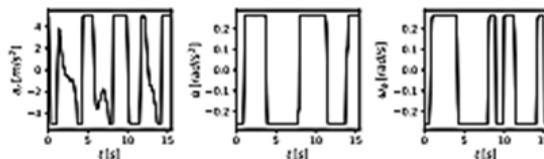


Figura 5. Simulación 1: acciones de control.

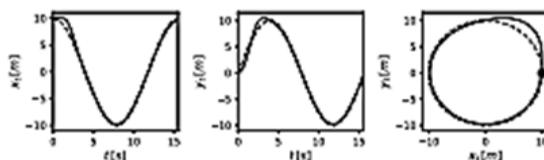


Figura 6. Simulación 2: trayectoria seguida por el implemento.

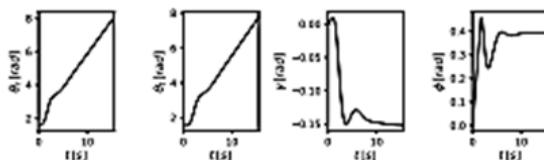


Figura 7. Simulación 2: ángulos del sistema.

$qT = 100$ y $qTs = 200$. Los resultados obtenidos pueden ser observados en las Figs. 6, 7 y 8, donde se han graficado la evolución de la posición del implemento, los ángulos del sistema y los controles aplicados, respectivamente. Como puede verse, procediendo de esta forma el desempeño del sistema resulta ser satisfactorio. La desviación que se observa en los primeros instantes respecto a los valores de referencia se debe a que las condiciones iniciales del sistema no son las óptimas para la realización de la maniobra.

Finalmente, supóngase que el terreno sobre el cual se realiza la maniobra presenta una cierta pendiente, de manera que un cuerpo que se halle ubicado sobre el mismo, sin estar sujeto a ningún otro tipo de fuerzas, se vería acelerado en la dirección de $-j w$. Debe notarse que tal situación no podría ser

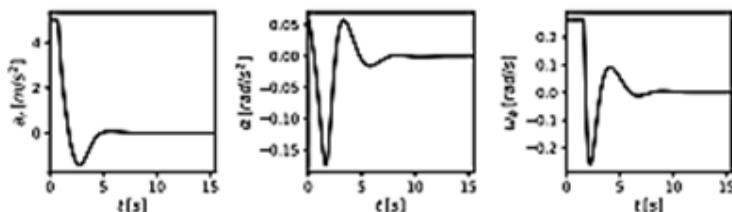


Figura 8. Simulación 2: acciones de control.

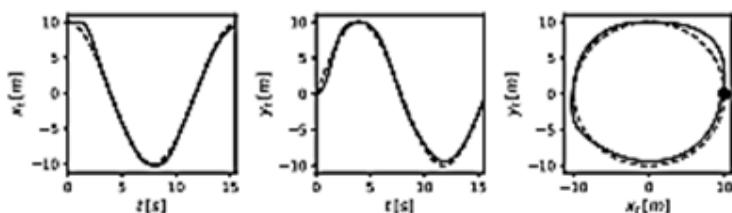


Figura 9. Simulación 3: trayectoria seguida por el implemento.

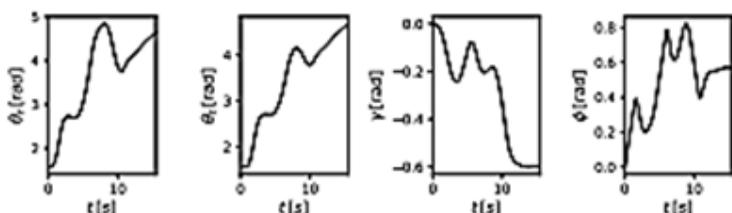


Figura 10. Simulación 3: ángulos del sistema.

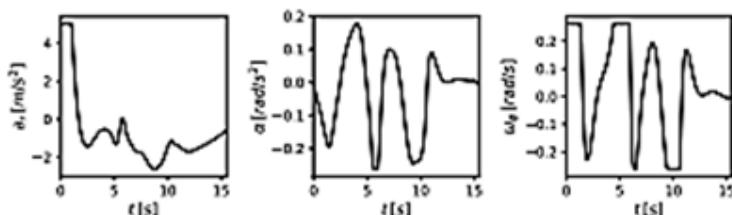


Figura 11. Simulación 3: acciones de control.

simulada considerando sólo la cinemática del sistema, sino que resulta necesario recurrir al modelo dinámico del mismo. Para ello, se añade un término -apert a la ecuación diferencial de $\dot{\theta}_1$. Tomando $\text{apert} = 0.5 \text{ ml s}^2$, y utilizando nuevamente los parámetros definidos anteriormente, se obtienen los resultados graficados en las Figs. 9, 10 y 11. Como puede verse, si bien se presenta un error mayor al observado en la simulación anterior, el desempeño del sistema continúa siendo satisfactorio.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se ha realizado un estudio de un tractor articulado con dirección delantera que lleva acoplado un implemento agrícola. Se ha derivado el modelo cinemático del

vehículo propuesto mediante una formulación matemática sólida, y a partir de éste se ha obtenido un modelo dinámico simplificado. El procedimiento seguido para realizar la obtención del modelo cinemático no se ha observado en otros trabajos similares, y podría extenderse a otra clase de vehículos sujetos a diferentes tipos de restricciones no holonómicas. Asimismo, se ha implementado un controlador basado en MPC y se lo ha utilizado satisfactoriamente en simulaciones computacionales. Debe destacarse que en las pruebas realizadas se dispuso de referencias sólo para la posición del implemento. Como cabe suponer, si se contase con un planeador de trayectorias operando en un nivel superior, que permitiese obtener referencias para cada una de las 12 variables de estado del sistema, el desempeño resultante sería superior.

Como trabajo futuro podría llevarse adelante el modelado dinámico del sistema mediante un enfoque más realista, utilizando las ecuaciones de Euler-Lagrange e incorporando las diferentes fuerzas y torques actuantes sobre cada parte del vehículo. Además, se pretende en una etapa posterior implementar el controlador desarrollado en un modelo a escala, de manera de contrastar su desempeño con el observado a partir de las simulaciones.

REFERENCIAS

- [1] J. M. Maciejowski, Predictive control: with constraints. Pearson education, 2002.
- [2] J. B. Rawlings y D. Q. Mayne, Model predictive control: Theory and design. Nob Hill Pub., 2009.
- [3] K. Tanaka y T. Kosaki, "Design of a stable fuzzy controller for an articulated vehicle", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), vol. 27, n.º 3, págs. 552-558, 1997.
- [4] J. L. Farmer, "Kinematic analysis of a two-body articulated robotic vehicle", Tesis doct., Virginia Tech, 2008.
- [5] T. Nayl, "Modeling, control and path planning for an articulated vehicle", PhD thesis, Luleá Tekniska Universitet, 2013.
- [6] S. M. LaValle, Planning algorithms. Cambridge university press, 2006.
- [7] T. Nayl, G. Nikolakopoulos y T. Gustafsson, "Switching model predictive control for an articulated vehicle under varying slip angle", en Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on, IEEE, 2012.
- [8] , "Effect of kinematic parameters on MPC based on-line motion planning for an articulated vehicle", Robotics and Autonomous Systems, vol. 70, 2015.
- [9] L. Genzelis, G. Sánchez, N. Déniz, M. Murillo y L. Giovanini, "Modelado y Control de un Vehículo Agrícola Articulado con Implemento", en Proceedings on XVII Reunión de trabajo en Procesamiento de la Información y Control, 2017.
- [10] M. Diehl, H. G. Bock, H. Diedam y P.-B. Wieber, "Fast direct multiple shooting algorithms for optimal robot control", en Fast motions in biomechanics and robotics, Springer, 2006, págs. 65-93.
- [11] J. Andersson, "A General-Purpose Software Framework for Dynamic Optimization", PhD thesis, Arenberg Doctoral School, KU Leuven, 2013.
- [12] M. J. Risbeck y J. B. Rawlings, MPCTools: Nonlinear model predictive control tools for CasADi, <https://bitbucket.org/rawlings-group/mpc-tools-casadi>, Accedido: 2017-10-09.