

Modelo de Circuito para la Corriente Continua de Retorno en el Interior del Subsuelo Terrestre

Resumen: Los Sistemas de Transmisión en Corriente Continua (STCC) son competitivos cuando se transporta mucha potencia a gran distancia. Aunque en Argentina esta tecnología aún no ha sido usada, sí lo es en otros países desarrollados. Tres son las configuraciones de líneas que se usan: monopolar, homopolar y bipolar. Las dos primeras, en condición normal, operan utilizando el subsuelo como conductor de retorno y la tercera (bipolar), lo hace en condición de emergencia (pérdida de un polo), en la que puede continuar en servicio transportando la mitad de potencia. En consecuencia, a efecto de evaluar pérdidas, problemas de corrosión, seguridad eléctrica e impacto ambiental, es necesario determinar el derrotero de la corriente de retorno en el interior del subsuelo terrestre. Se propone aquí un modelo circuital contrastado, que permite evaluar los porcentajes de distribución de corriente en cualquier localización a lo largo de toda la línea.

Palabras Claves: Modelo de circuito para la corriente continua de retorno. Sistema de Transmisión en Corriente Continua. Puesta a Tierra. Corriente de Retorno por Tierra.

Abstract: High Voltage Direct Current Transmission Systems (HVDC) are economically competitive when they transmit much power over a long distance. Although in Argentina this technology has not yet been implemented, it is in other developed countries. There are three common configurations: monopolar, homopolar and bipolar. Under normal operating conditions, the first two use the earth as a return conductor. In bipolar transmission, if a fault occurs which affects one of the lines, the earth can be used as a return conductor and half the rated power can still be transmitted. Consequently, in order to evaluate losses, the corrosion process, electrical safety and environmental impact, it is necessary to determine the actual path of the return current in the ground. A contrasting circuit model is proposed here, which allows to evaluate the percentages of the return ground current distribution at any location along the entire line.

Keywords: Direct current return circuit model. HVDC Transmission System. HVDC Grounding. Earth Return Current.

Raúl Roberto Villar

Centro de Investigación, Desarrollo e Innovación en Energía Eléctrica (UTN CIDIEE) UTN FRGP, Hipólito Yrigoyen 288 Buenos Aires, Argentina.

Mail: raulrobertovillar@gmail.com

INTRODUCCIÓN

Una de las funciones importantes de un electrodo de puesta a tierra (electrodo de PAT), de una estación convertidora en un STCC que opera en configuración monopolar, es inyectar/extraer la corriente de retorno. El medio conductor en el que desempeña esa función es la corteza terrestre (de resistividad " p_c " relativamente baja y geometría de cascarón esférico de profundidad " h_c "). Según la geología, esta capa está conformada por sustancias con propiedades conductoras aceptables.

La corteza se encuentra apoyada en una capa, denominada manto, compuesta por grandes bloques de roca primigenia de muy alta resistividad " $p_m \gg p_c$ " y de espesor " $h_m \gg h_c$ ". En tal sentido, la corteza puede considerarse un medio volumétrico de transmisión superficial, "aislada" del núcleo de la tierra por el manto.

El núcleo, compuesto básicamente por hierro, 5 a 10% de níquel y otros elementos ligeros (azufre, oxígeno, etc.), se encuentra a temperaturas del orden de 6700°C, con una parte externa en estado líquido y una interna que, debido a la elevada presión a esas profundidades, se encuentra en estado sólido. Aunque la resistividad del núcleo en tales condiciones no es baja, dado el radio del núcleo, miles de kilómetros (dimensión "ilimitada"), se considera como resistencia nula.

Los "electrodos de PAT" de geometría y dimensión adecuada, se encuentran insertados en la parte superior de la corteza, preferiblemente en zonas de baja resistividad, menor que "1000 ohm-m"; conformada por una capa, que por lo general es de poca profundidad menor que "1000 m". La resistencia " R_e " del propio electrodo (anillo circular de radio " r_e ") y la resistencia " R_o " del área vecina que lo circunda (delimitada por un radio crítico " r_o " no menor que " $4r_e$ "), son determinadas por separado de este trabajo, con procedimientos de (CIGRE, 2017). El motivo es que, en

el propio "electrodo de PAT" y en su vecindad inmediata, las líneas de corriente no guardan configuración uniforme, una de las hipótesis en que se basa el modelo aquí propuesto.

Las resistencias " R_e " y " R_o " antes mencionadas, se encuentran conectadas en serie con el modelo de circuito aquí propuesto. La conexión en serie se debe a que el área de terreno " $4\pi r_o^2$ " involucrada en la resistencia " R_o ", es demasiado pequeña a efectos de considerar derivación transversal de corriente desde la corteza al núcleo. Por lo tanto, entre las posiciones " r_e " y " r_o " se considera que el 100% de la corriente fluye por la corteza.

En resumen, el modelo propuesto permite evaluar, con alto grado de certidumbre, y a cualquier distancia de los electrodos, los porcentajes de corriente que fluyen por: la corteza, el manto y el núcleo, y consecuentemente, pueden hacerse previsiones de problemas de seguridad eléctrica, corrosión en instalaciones enterradas, impacto ambiental y las pérdidas energéticas que origina el retorno por tierra.

FUNDAMENTOS FISICOS

La corteza no es un conductor homogéneo ni isótropo, su resistividad, depende de las características locales según la posición geográfica que se trate. Si se asume a la corteza como un conductor homogéneo de resistividad uniforme, a partir de cierta distancia crítica " r_o " del electrodo, las líneas de corriente constitutivas de " $i(r)$ ", que fluyen por la corteza, vistas en planta, adoptan configuración radial, y vistas en una sección transversal, son de distribución uniforme (paralelas y separadas la misma distancia).

La determinación de la fracción de corriente " $i(r)$ " a distancia " r " del electrodo, considerada uniforme en

toda la superficie transversal cilíndrica que atraviesa, ver figura 1, permite calcular el módulo del vector densidad de corriente " $J(r)$ ", válido para cualquier punto de dicha superficie, de dirección radial, saliente o entrante que depende de que el electrodo inyecte o extraiga la corriente de retorno.

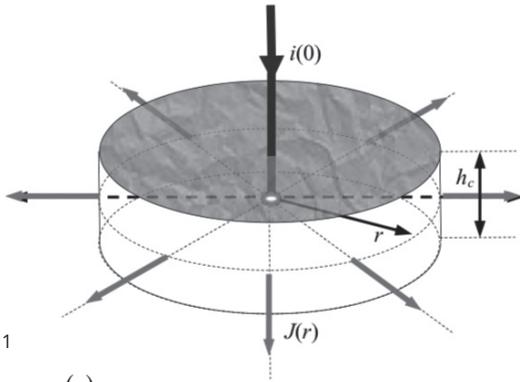


Fig. 1

$$J(r) = \frac{i(r)}{2\pi r h_c} \tag{1}$$

Al conocer, por un lado, la resistividad medida " ρ_c " (constante para cualquier punto de la sección transversal cilíndrica atravesada por " $i(r)$ ") y, por el otro, la densidad de corriente " $J(r)$ ", calculada según (1), apelando a la versión microscópica de la ley de Ohm aplicable a parámetros puntuales, se puede calcular el campo eléctrico para cualquier punto de la superficie transversal cilíndrica.

$$\vec{E}(r) = \rho_c \cdot \vec{J}(r) \tag{2}$$

La expresión (2) permite obtener el gradiente de potencial y con éste, la variación de potencial en la dirección radial de máxima variación, dada por:

$$E(r) = -\frac{dv(r)}{dr} \tag{3}$$

Reemplazando (1) y (3) en (2), se obtiene:

$$-\frac{dv(r)}{dr} = \left[\frac{\rho_c}{2\pi r \cdot h_c} \right] \cdot i(r) \tag{4}$$

Ecuación diferencial de primer orden que relaciona, la variación de potencial " $v(r)$ " respecto del núcleo de la tierra (potencial de referencia), en función de la corriente " $i(r)$ " que respecto del "electrodo de PAT" recorre la corteza horizontalmente, en dirección radial.

Por otro lado, dado que la resistividad del manto (capa intermedia entre la corteza y el núcleo) es muy grande, pero no infinita; debido a la diferencia de potencial " $v(r)$ " a la que se encuentra la corteza respecto del núcleo, habrá una derivación " $di(r)$ " (de dirección transversal) desde la corteza al núcleo. Tomando un " dr " tal que " $v(r)$ " pueda considerarse constante respecto del núcleo, como se muestra en figura 2, queda determinada para el manto una geometría cilíndrica infinitesimal que actúa como conductor del " $di(r)$ " que, en dirección vertical, se deriva al núcleo de la tierra, dada por:

$$-di(r) = \frac{v(r)}{\rho_m \frac{h_m}{2\pi r \cdot dr}} \tag{5}$$

dónde: " h_m " espesor del manto, es la dimensión longitudinal que recorre el " $di(r)$ ", hacia el núcleo y " $2\pi r \cdot dr$ " la sección infinitesimal que atraviesa.

Se obtiene así una segunda ecuación diferencial de primer orden, la (6), que relaciona con " $v(r)$ " la variación de corriente " $di(r)$ " que abandona la corteza para pasar al núcleo a través del manto.

$$-\frac{di(r)}{dr} = \left[\frac{2\pi \cdot r}{\rho_m h_m} \right] \cdot v(r) \tag{6}$$

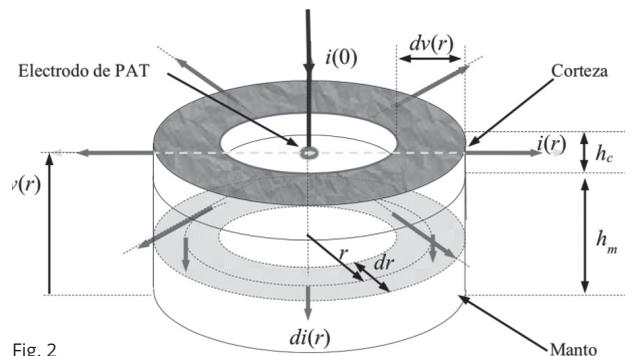


Fig. 2

La semejanza de (4) y (6), con las ecuaciones que representan el funcionamiento de un circuito bifilar como el de la figura 3, aporta también como hipótesis la posibilidad de obtener la distribución de la corriente de retorno en el subsuelo terrestre, por medio de modelos de circuitos similares a los “pi” y “te” equivalentes de dicho circuito bifilar.

MODELO CIRCUITAL PROPUESTO

Como fue dicho, las ecuaciones diferenciales de primer orden (4) y (6), en variables “ $v(r)$ ” e “ $i(r)$ ” (incógnitas del sistema), son formalmente similares a las de un circuito bifilar como el de figura 3, en el que la corriente va hacia la carga por el conductor superior y retorna a la fuente por el inferior. Sin embargo, debido a que el aislante del circuito no es perfecto (su resistencia no es infinita), una pequeña parte de la corriente se deriva transversalmente por el aislante a lo largo de todo el circuito. Por lo tanto, no toda la “ i_s ” insertada en el extremo fuente llega al extremo carga. Para las ecuaciones de equilibrio que modelan el funcionamiento en régimen permanente, del circuito bifilar de la figura 3, referirse al punto 2.1, página 185 (Villar 2017), son:

$$\frac{dv(x)}{dx} = r_1 \cdot i(x) \tag{7}$$

$$\frac{di(x)}{dx} = \frac{1}{r_2} \cdot v(x) \tag{8}$$

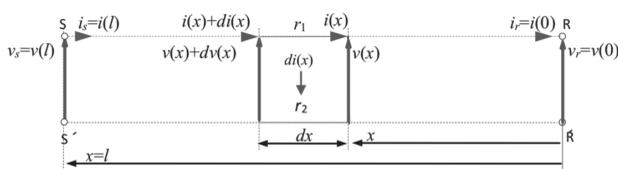


Fig. 3: Circuito bifilar o medio superficial de transmisión longitudinal.

La resistencia “ r_1 ” de los conductores del circuito (en por unidad de longitud), es la que origina la variación longitudinal de “ $v(x)$ ” para cada posición “ x ” en todo su largo. La resistencia del aislante entre conductores “ $r_2 \gg r_1$ ” (también en por unidad de longitud), es la responsable de la derivación transversal “ $di(x)$ ”, pérdida del circuito.

La similitud entre (4) y (6) con (7) y (8), sugiere la hipótesis de representar el comportamiento del subsuelo terrestre por modelos “pi” o “te” similares a los equivalentes que se usan para el circuito bifilar de la figura 3. La diferencia de (4) y (6), respecto a las ecuaciones del circuito bifilar, radica en que los coeficientes de “ $i(r)$ ” y “ $v(r)$ ”, son función del radio “ r ”, por lo tanto, corresponden a ecuaciones diferenciales de primer orden, con coeficientes dependientes de la variable “ r ” del sistema de ecuaciones.

Sin embargo, si para el “ dr ” (figura 2) se adopta “ Δr ” finito (figura 4), tal que “ $\Delta r \ll l$ ” (“ l ” distancia entre electrodos), entonces los coeficientes de (4) y (6), podrán considerarse aproximadamente constantes y en consecuencia sus ecuaciones semejantes a (7) y (8). Esto permite encontrar para cada elemento finito de medio volumétrico de transmisión superficial (MVTs), circuitos equivalentes “pi” o “te”, representados en figuras 5 y 6, y calcular la distribución de corrientes por la corteza “ $ic(r)$ ”, manto “ $\Delta i_m(r)$ ” y núcleo “ $i_n(r)$ ”.

Como los STCC se caracterizan por tener gran longitud (cientos de kilómetros), en las expresiones (9) y (10), se puede sustituir el “ dr ” por un valor finito comparativamente muy pequeño, por ejemplo “ $\Delta r = 1 \text{ km}$ ”. De esta manera la sección transversal “ $2\pi r \cdot h_c$ ” de corteza modelada, puede considerarse constante a lo largo de todo el “ Δr ” y como se expresa en (9) y (10), aceptando un error despreciable, los coeficientes pueden considerarse constantes y las variaciones de potencial y corriente en el elemento finito de volumen correspondiente a “ Δr ”, estarán dadas por:

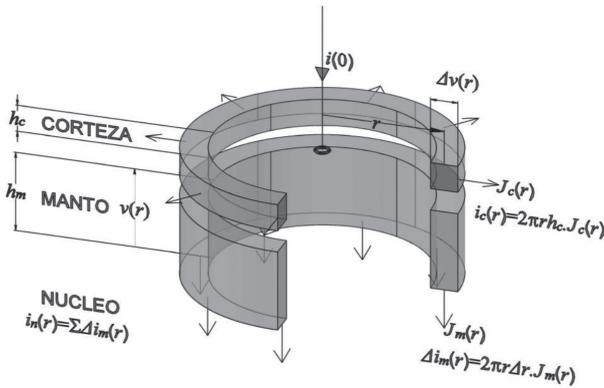


Fig. 4: Subsuelo terrestre o medio volumétrico de transmisión superficial

$$\Delta v(r) = \left[\frac{\rho_c}{2\pi h_c \cdot r} \right] \cdot \Delta r \cdot i(r) \tag{9}$$

$$\Delta i(r) = \left[\frac{2\pi}{\rho_m h_m} \right] \cdot \Delta r \cdot v(r) \tag{10}$$

Consecuentemente las resistencias de los módulos de circuito, “pi” o “te”, que representan sendos volúmenes incrementales finitos, de la corteza y el manto (figura 4), estarán dadas por:

$$\Delta R_C = \rho_c \frac{\Delta r}{2\pi r \cdot h_c} = cte \tag{11}$$

$$\Delta R_M = \rho_m \frac{h_m}{2\pi r \cdot \Delta r} = cte \tag{12}$$

Ahora, para este módulo de subsuelo así elegido, por ser (11) y (12) consideradas constantes, permite adoptar modelos de circuitos “pi” o “te” equivalentes, figuras (5) y (6), similares a los del circuito bifilar anteriormente mencionado.

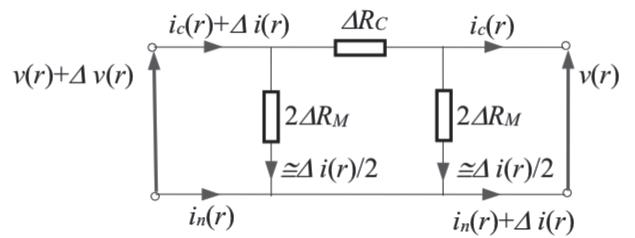


Fig. 5: Módulo equivalente “pi”

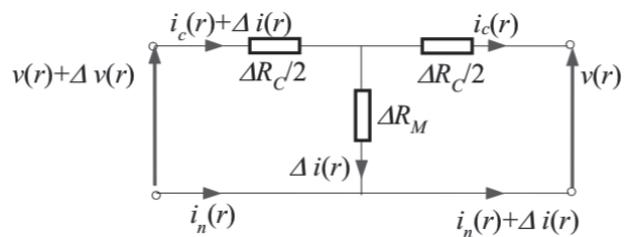


Fig. 6: Módulo equivalente “te”

La representación del subsuelo completo del sector que se desea modelar se obtiene por la conexión en serie figura 7, de los módulos representados por los “pi” o “te” equivalentes de las figuras 5 y 6.

Como a cada módulo se le puede asignar, según las características de las capas representadas, la resistividad y profundidad deseada; el modelo de circuito completo permite obtener un comportamiento de la distribución de la corriente de retorno en el subsuelo del sector analizado, muy cercano a la realidad. Por razones de uniformidad de distribución de corrientes, las regiones de características geológicas diferentes deben cumplir que “(r_i - r_j) ≥ 5Δr”, donde “r_i” y “r_j” son los radios que determinan la región.

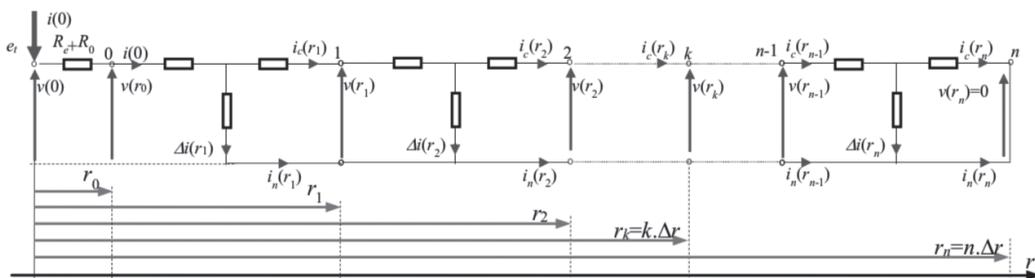


Fig. 7: Módulo de circuito desde el “electrodo” hasta la posición de potencial “v(r_n)=0”

APLICACIÓN

A efectos de comprobar el funcionamiento del modelo de circuito propuesto, se asumieron tres casos de conformación geológica (Uhlmann, 1975):

1) Corteza (desde " r_0 a r_{100} ")

" $p_c=4000$ ohm-m" y " $h_c=1000$ m"

Manto (desde " r_0 a r_{100} ")

" $p_m=14000$ ohm-m" y " $h_m=30000$ m"

2) Corteza (desde " r_0 a r_{100} ")

" $p_c=100$ ohm-m" y " $h_c=400$ m"

Manto (desde " r_0 a r_{100} ")

" $p_m=14000$ ohm-m" y " $h_m=30000$ m"

3) Corteza (desde " r_0 a r_{20} ")

" $p_c=100$ ohm-m" y " $h_c=400$ m"

Corteza (desde " r_{20} a r_{100} ")

" $p_c=4000$ ohm-m" y " $h_c=400$ m"

Manto (desde " r_0 a r_{100} ")

" $p_m=14000$ ohm-m" y " $h_m=30000$ m"

Orden de datos usados, cotejados con (ORNL, 1997)

Los tres casos fueron analizados con el objeto de probar el modelo en desarrollo, en el marco del PID Integrador "Puesta a tierra de sistemas de transmisión en corriente continua" (PAT-STCC), radicado en las Unidades Científico-Tecnológicas: 1) Centro de Investigación Desarrollo e Innovación en Energía Eléctrica (CIDIEE) y 2) Departamento de Ingeniería Eléctrica, ambas en FR General Pacheco.

Los análisis fueron efectuados en apoyo al STCC correspondiente al PID Universidad "Ingeniería del sistema de transmisión de energía por corriente continua en el corredor eléctrico patagónico", de la FRBA.

El modelo de circuito aquí propuesto puede ser implementado en código de cualquier programa, aplicación de cálculo matemático, planilla electrónica, o simulador de circuitos de tamaño adecuado.

En el presente trabajo queda demostrado que no es necesario el modelado del sistema completo. Como lo sugiere la figura 7, a partir del nodo " n " localizado en " $r_n=n\cdot\Delta r$ [km]" (a decenas de kilómetros del eje del electrodo de inyección de la corriente de retorno " $i(0)$ "), el potencial respecto del núcleo, se anula " $v(r_n)=0$ ". Lo que significa que el "100%" de la corriente " $i(0)$ " fluye por el núcleo, hacia el nodo homólogo " n ", que se encuentra también a una distancia " $r_n'=n'\cdot\Delta r$ [km]", medida ahora desde el eje del electrodo de extracción de la corriente de retorno " $i(0)$ ".

A partir del nodo " n ", " $i(0)$ " se invierte e inicia la convergencia al electrodo de extracción que la devuelve al STCC. La convergencia a partir de este segundo nodo " n ", acontece en forma similar a la divergencia descripta para la inyección.

Para los casos aquí analizados, se consideró suficiente modelar hasta " $r_n=100$ km", con equivalentes "te" de " $\Delta r=1$ km". El modelo muestra que, salvo para la localización de los "electrodos de PAT" y su área vecina inmediata, la " $i(0)$ ", en su mayor parte usa como camino de retorno el núcleo de la tierra. Es decir, a cierta distancia " r_n " (de decenas de kilómetros del "electrodo de PAT"), que depende de las características geológicas y eléctricas del subsuelo, la corriente de retorno ya ha sido transferida al núcleo, y emerge nuevamente a partir de una distancia " r_n " del electrodo de extracción, que también es función de la formación geológica y resistividad del área de subsuelo involucrada.

Datos eléctricos del STCC

Fuente PID ING TCC:

Condición de operación normal

$V_n=\pm 600$ kV (tensión nominal del sistema, configuración bipolar).

$P_n=3600$ MW (potencia nominal del sistema).
 $I_n=3000$ A (corriente nominal del sistema)

Condición de emergencia

$V_n=600$ kV (tensión nominal del sistema, configuración monopolar).
 $P=1800$ MW (potencia nominal del sistema).
 $I_{em}=I_n=3000$ A (corriente nominal del sistema).

Datos de entrada

$i(0)=I_n$ (corriente de retorno a analizar).
 $r_e=500$ m (radio del "electrodo de PAT") (asumido).
 $r_o=2000$ m (radio crítico " $\geq 4r_e$ ").
 $\Delta r=1000$ m (elemento finito de circuito " $\leq r_n/10$ ").
 $R_e+R_{(r_o-re)}$ ohms (resistencia del electrodo más la resistencia respecto a un punto remoto " $R_{(r_o-re)}$ ", calculadas por otro procedimiento).

Datos geológicos

h,p características geológicas válidas para una región que por razones de uniformidad se define por " $(r_i-r_j) \geq 5\Delta r$ ".

Resultados numéricos y gráficos

$R_{(rn-ro)}$: resistencia entre la posición " r_o " y " r_n ".
 $v(r_k)$: potencial respecto al núcleo de la tierra, en la " k -ésima" posición.
 $i_c(r_k)$ y $J_c(r_k)$: corriente y densidad de corriente en la corteza, posición " k -ésima".
 $\Delta i_m(r_k)$: corriente en el manto, posición " k -ésima".
 $i_n(r_k)$: corriente en el núcleo, posición " k -ésima".
 P : pérdidas Joule totales en el subsuelo

Abreviaturas y significados: usados en las tablas 1-2-3 y 4

- [1] PIM: Posición de inicio del modelo o radio crítico.
- [2] PDG: Posición de cambio geológico en la corteza y/o manto.

Procedimiento de cálculo

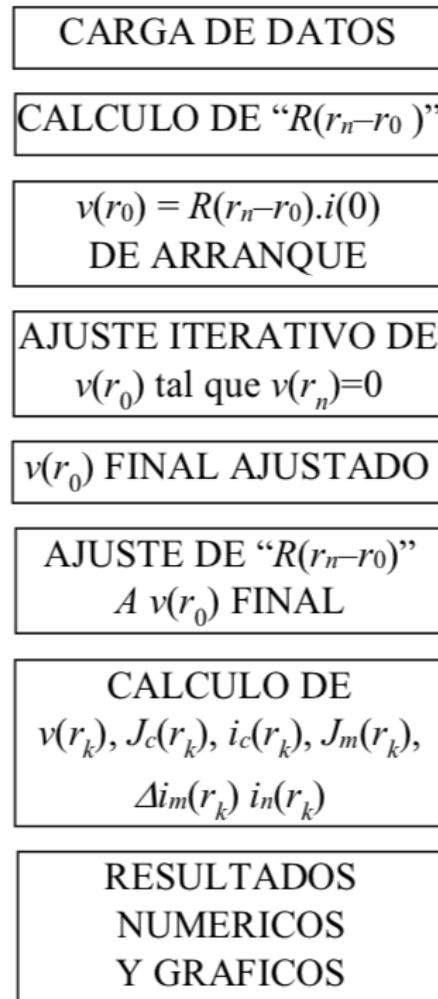


Fig. 8

- [3] EDM: Extensión del modelo.
- [4] Resistividad de la corteza válida para la región dada por (r_i-r_j) .
- [5] Profundidad de la corteza para la región dada por (r_i-r_j) .
- [6] Resistividad del manto válida para la región dada por (r_n-r_o) .
- [7] Profundidad del manto para la región dada por (r_n-r_o) .
- [8] Corriente de retorno inyectada/extraída en el "electrodo de PAT".
- [9] Resistencia de la tierra entre " $r_o=2000m$ " y

" $r_n=100000m$ ".

[10] Potencial " $v(r_o)$ " de arranque en la posición " $r_o=2000m$ ".

[11] Potencial " $v(r_o)$ ", valor final ajustado iterativamente, tal que " $v(r_n)=0$ ".

[12] $R(r_n-r_o)$ ajustado a $v(r_o)$ final [Ohms].

[13] Muestra en la posición de radio " r ".

[14] Modelo de circuito propuesto en este trabajo.

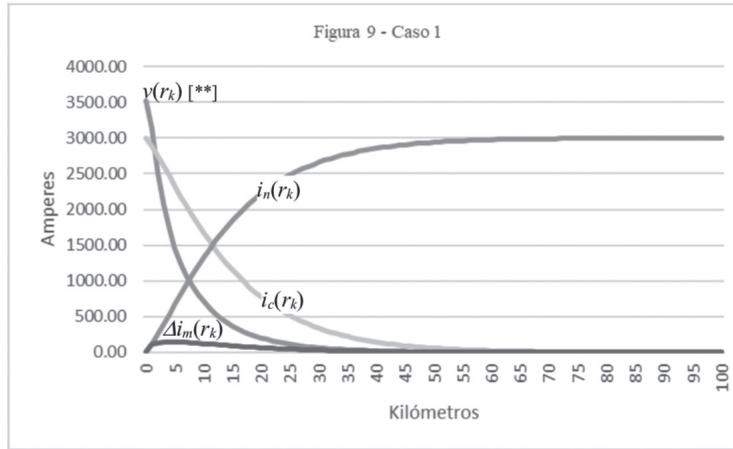
[15] Modelo analítico experimental (Uhlmann, 1975).

[16] $i_c(r)/i(o)$ [%] corriente normalizada.

Casos calculados

DATOS CASO 1				
r_o [m] (PIM ^[1])	2000			
r_n [m] (EDM ^[3])	100000			
$Rho_c(r_n-r_o)$ ^[4] [Ohm-m]	4000			
h_c [m] (r_n-r_o) ^[5]	1000			
Rho_m [Ohm-m] (r_n-r_o) ^[6]	14000			
h_m [m] (r_n-r_o) ^[7]	30000			
$i(0)$ [A] ^[8]	3000			
$R(r_n-r_o)$ [Ohms] ^[9]	1.2413			
$v(r_o)_{arranque}$ [V] ^[10]	3723.9402			
$v(r_o)_{final}$ tal que $v(r_n)=0$ [V] ^[11]	3521.5057			
$R(r_n-r_o)$ de $v(r_o)_{final}$ [Ohms] ^[12]	1.1738			
RESULTADOS NUMERICOS PARCIALES				
	$v(r)$ [V] ^[13]	$i_c(r)$ [A] ^[13]	$\Delta i_m(r)$ [A] ^[13]	$i_n(r)$ [A] ^[13]
$r_0=2000m$	3521.51	3000.00	0.00	0.00
$r_1=2500m$	3139.53	2882.58	117.42	117.42
$r_{10}=10500m$	706.73	1668.07	121.59	1331.93
$r_{25}=25500m$	112.28	516.12	44.51	2483.88
$r_{50}=50500m$	7.16	59.21	5.52	2940.79
$r_{75}=75500m$	0.52	6.13	0.59	2993.87
$r_{100}=100500m$	0.07	0.17	0.10	2999.83

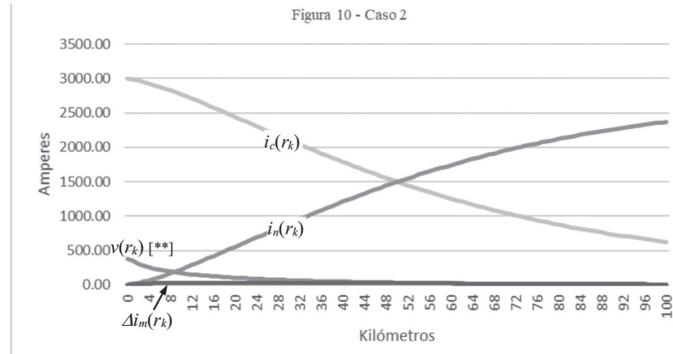
Tabla 1 - Datos y resultados numéricos CASO 1



***) $v(r_k)$ [escala no mostrada]

DATOS CASO 2				
r_0 [m] (PIM ^[1])	2000			
r_n [m] (EDM ^[3])	100000			
$Rho_c(r_n-r_0)$ ^[4] [Ohm-m]	100			
h_c [m] (r_n-r_0) ^[5]	400			
Rho_m [Ohm-m] (r_n-r_0) ^[6]	14000			
h_m [m] (r_n-r_0) ^[7]	30000			
$i(0)$ [A] ^[8]	3000			
$R(r_n-r_0)$ [Ohms] ^[9]	0.1343			
$v(r_0)_{arranque}$ [V] ^[10]	402.7578			
$v(r_0)_{final}$ tal que $v(r_n)=0$ [V] ^[11]	374.5700			
$R(r_n-r_0)$ de $v(r_0)_{final}$ [Ohms] ^[12]	0.1249			
RESULTADOS NUMERICOS PARCIALES				
	$v(r)$ [V] ^[13]	$i_c(r)$ [A] ^[13]	$\Delta i_m(r)$ [A] ^[13]	$i_n(r)$ [A] ^[13]
$r_0=2000m$	374.57	3000.00	0.00	0.00
$r_1=2500m$	350.70	2986.88	13.12	13.12
$r_{10}=10500m$	171.52	2771.42	29.51	228.58
$r_{25}=25500m$	85.82	2274.96	34.02	725.04
$r_{50}=50500m$	34.74	1504.02	26.77	1495.98
$r_{75}=75500m$	15.21	958.60	17.40	2041.40
$r_{100}=100500m$	6.30	628.93	9.56	2371.07

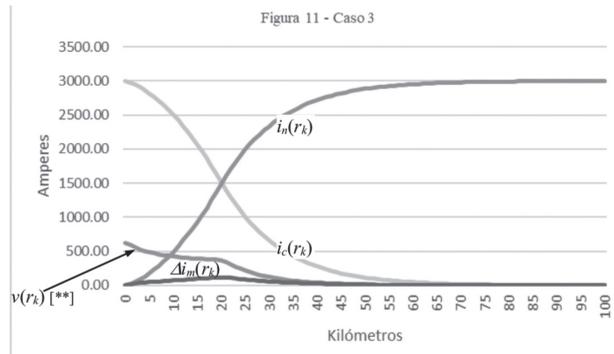
Tabla 2 - Datos y resultados numéricos CASO 2



** $v(r_k)$ [escala no mostrada]

DATOS CASO 3				
r_0 [m] (PIM ^[1])	2000			
r_k [m] (PCG ^[2])	20000			
r_n [m] (EDM ^[3])	100000			
$Rho_{c1}(r_k-r_0)$ ^[4] [Ohm-m]	100			
h_{c1} [m] (r_k-r_0) ^[5]	400			
Rho_{c2} [Ohm-m] (r_n-r_k) ^[4]	4000			
h_{c2} [m] (r_n-r_k) ^[5]	1000			
Rho_m [Ohm-m] (r_n-r_0) ^[6]	14000			
h_m [m] (r_n-r_0) ^[7]	30000			
$i(0)$ [A] ^[8]	3000			
$R(r_n-r_0)$ [Ohms] ^[9]	0.2756			
$v(r_0)_{arranque}$ [V] ^[10]	826.9122			
$v(r_0)_{final}$ tal que $v(r_n)=0$ [V] ^[11]	624.6278			
$R(r_n-r_0)$ de $v(r_0)_{final}$ [Ohms] ^[12]	0.2082			
RESULTADOS NUMERICOS PARCIALES				
	$v(r)$ [V] ^[13]	$i_c(r)$ [A] ^[13]	$\Delta i_m(r)$ [A] ^[13]	$i_n(r)$ [A] ^[13]
$r_0=2000m$	624.63	3000.00	0.00	0.00
$r_1=2500m$	600.75	2977.53	22.47	22.47
$r_{10}=10500m$	425.85	2507.25	73.26	492.75
$r_{20}=20500m$	372.31	1517.22	119.75	1482.78
$r_{21}=21500m$	349.44	1399.60	117.62	1600.40
$r_{25}=25500m$	219.32	1008.21	86.95	1991.79
$r_{50}=50500m$	13.99	115.66	10.78	2884.34
$r_{75}=75500m$	1.02	11.94	1.16	2988.06
$r_{100}=100500m$	0.15	0.01	0.23	2999.99

Tabla 3 - Datos y resultados numéricos CASO 3



** $v(r_k)$ [escala no mostrada]

	Caso 1		Caso 2		Caso 3	
	MC ^[14]	EU ^[15]	MC ^[14]	EU ^[15]	MC ^[14]	EU ^[15]
$v(r_0)_{arranque}$ [V] ^[10]	3723.9402	-	402.7578	-	826.9122	-
$v(r_0)_{final}$ de $v(r_n)=0$ [V] ^[11]	3521.5057	-	374.5700	-	624.6278	-
$R(r_n-r_0)$ [Ohms] ^[12]	1.1738	0.17*	0.1249	0.12*	0.2082	0.21*
$i_c(r_1)/i(0)$ [%] ^[16]	96.09	95.50	99.56	99.70	99.25	99.50
$i_c(r_{10})/i(0)$ [%] ^[16]	55.60	60.20	92.38	93.70	83.58	86.30
$i_c(r_{50})/i(0)$ [%] ^[16]	1.97	2.00	50.13	50.30	3.86	3.80
$i_c(r_{190})/i(0)$ [%] ^[16]	0.01	-	20.96	18.00*		

Tabla 4: Contraste de resultados. * Valores resultantes de la conversión de un gráfico en escala doble logarítmica, figura 15.2-Voltage and current distribution in the outer ground layer -page 258 (Uhlmann, 1975)

VALIDACION DEL MODELO

El Dr. E. Uhlmann, especialista en Convertidores y Transmisión en Corriente Continua de Alta Tensión (HVDC), trabajó como investigador en los Laboratorios de Convertidores de AEG, Berlín.

Con el objeto de determinar la distribución subterránea de la CC, desarrolló una serie de experimentos con corriente continua a través del subsuelo, llevados a cabo en diferentes condiciones y distintas distancias al "electrodo de PAT". Estos experimentos, como lo asevera el propio Uhlmann (1975), arrojaron resultados que se condicen con la visión del interior de la tierra a la que los geólogos llegaron por otros caminos.

Los experimentos se desarrollaron considerando

diferentes conformaciones geológicas, en las que para el manto adoptó un espesor " $h_m=30\text{km}$ " y resistividad " $p_m=14000\text{ohm}\cdot\text{m}$ ", por sobre el cual la corteza, de delgado espesor, en cualquiera de los casos analizados, corresponde a una capa de formación más reciente " $\leq 1\text{km}$ " de espesor y resistividad " $\leq 4000\text{ohm}\cdot\text{m}$ ".

El procedimiento analítico desarrollado por Uhlmann culmina en la siguiente ecuación que determina la corriente que fluye por la corteza:

$$\frac{d^2 I}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dI}{dr} - \beta_1^2 I = 0 \tag{13}$$

Para cuya resolución Uhlmann utilizó funciones de Bessel de argumento imaginario en las que, para las condiciones de contorno, seleccionó dos funciones de

primera clase (J) y Hankel (H), que permanecen finitas en el origen y desaparecen en el infinito.

Los resultados obtenidos por Uhlmann se muestran normalizados como " I/I_o " y " D/I_o ", con base " I_o " que corresponde a la corriente inyectada en el "electrodo de PAT" (valor no indicado por Uhlmann).

Los valores " I/I_o " y " D/I_o " de Uhlmann, equivalen a " $i_c(r_k)/i(o)$ " y " $v(r_k)/i(o)$ " del modelo de circuito aquí propuesto. Es decir, la primera relación " I/I_o " (de la que se dan valores específicos), representa el porcentaje de corriente por la corteza, y la segunda relación " D/I_o ", figura 15.2 (Uhlmann, 1975), representa la tensión normalizada con " I_o " cuyo resultado se expresa en "ohms". Ambas funciones se encuentran representadas mediante un gráfico de escala doble logarítmica (Uhlmann, 1975).

La similitud en los valores comparados en Tabla 4 de contraste de resultados, en los que se muestran en pares de columnas aledañas (izquierda "MC", modelo circuital) y derecha "EU", valor de contraste (Uhlmann, 1975), permite aseverar la validez del modelo de circuito que representa la distribución de la corriente de retorno en el subsuelo terrestre.

CONCLUSIONES

El modelo permite obtener el valor de la resistencia del subsuelo terrestre, para una longitud dada por " $l=2r_o$ ", lo que para el PID (FAC/ING TCC) que origina el presente desarrollo, corresponde a "1996km", donde " $l=2000km$ " es la distancia entre ejes de electrodos de PAT, y " $r_o=2km$ " la distancia crítica al eje de cada "electrodo de PAT". La resistencia " R_e " del electrodo y " R_o " del área vecina que lo circunda, ambas calculadas por otros procedimientos (CIGRE, 2017), se pueden incluir cuando se considere más conveniente, ya que

las variables del modelo no dependen de estos valores.

Aunque la componente de corriente de retorno que reviste mayor importancia es la corriente que fluye por la corteza, el modelo permite además desagregar en cualquier posición respecto del electrodo que se desee, las corrientes que fluyen por el manto y el núcleo. También permite determinar la posición geográfica de los puntos en que se anula el potencial respecto del núcleo de la tierra, puntos entre los cuales toda la corriente fluye por el núcleo de la tierra, por lo que esta región está libre de problemas de corrosión, pérdidas Joule, riesgo de impacto ambiental y de problemas de seguridad eléctrica.

Asimismo, el modelo permite determinar la densidad de corriente " $J(r)$ " en cualquier posición geográfica en la superficie de la corteza y en consecuencia obtener parámetros relacionados con problemas de corrosión, seguridad eléctrica e impacto ambiental.

ACLARACIÓN

Las variables utilizadas en el modelo circuital, son las de uso corriente en la resolución de circuitos ordinarios. Sus significados están detallados a lo largo del desarrollo del presente trabajo. Por tratarse de un modelo inédito, no obedece a estándares utilizados en los sistemas de puesta a tierra de circuitos de CA, usados en nuestro país.

AGRADECIMIENTO

El autor agradece la colaboración de José Crisanti y Carlos Requena (UTN FRGP), Pablo Stemberg (UTN FRBA) y George Hawryluk (UCA) que forman parte de los grupos de investigación del PID Integrador PAT STCC.

También agradece a Roberto M. Villar (UCA) por su importante aporte al desarrollo del modelo circuital aquí propuesto.

REFERENCIAS

Uhlmann, "Power Transmission by Direct Current", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 255-259, (1975).

CIGRE-Working Group B4.61, "General Guidelines for HVDC Electrode Design" (2017).

ORNL-OAK RIDGE NATIONAL LABORATORY "HVDC Power Transmission Electrode Sting and Design", RJ Holt, J Dabkowski, RL Hauth, (1997).

Villar, "Sistemas de Potencia", Educa, Buenos Aires, ISBN 987-1190-07-7, (2017).