

Estudio de vibraciones en componentes estructurales con presencia de fisuras.

Study of vibrations in structural components with presence of cracks.

Presentación: 6 y 7 de octubre de 2020.

Doctorando:

Marcos Ruben Carrizo

Grupo de Mecánica Computacional y Experimental – Centro de Ensayos No Destructivos y Estructurales – Facultad Regional Delta – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina.
mcarrizo@frd.utn.edu.ar

Director/a:

Javier Leandro Raffo

Co-director/a:

Ricardo Oscar Grossi

Resumen

Los componentes mecánicos y estructurales, a causa de la presencia de fisuras, son susceptibles de presentar fallas en servicio; ocasionando daños catastróficos e irreversibles. Este trabajo, se centra en el estudio de un método analítico de identificación de fisura basado en medición de frecuencias naturales de vibración. Se obtuvo, mediante la aplicación del cálculo de variaciones, la solución exacta del problema de vibraciones de vigas Euler Bernoulli de sección constante y material isótropo y homogéneo. Se desarrolló un método analítico de detección de fisuras en vigas. El mismo consiste en resolver el problema inverso de obtener la posición y profundidad de la fisura, a partir de conocer los 3 primeros valores del coeficiente adimensionales de frecuencias. Se realizó un análisis de sensibilidad del método para la condición articulado-articulado, considerando una incertidumbre máxima en la medición de la frecuencia del 2%. Los resultados presentados permiten determinar la capacidad de detección del método, para esa incertidumbre, para cualquier ubicación y profundidad.

Palabras clave: Detección – Fisuras – Vigas – Frecuencias Naturales – Vibraciones – Solución Exacta.

Abstract

The mechanical and structural components, due to the presence of cracks, are susceptible to failure in service; causing catastrophic and irreversible damage. This work focuses on the study of an analytical crack identification method based on the measurement of natural frequencies of vibration. By applying the calculus of variations, the exact solution of the problem of vibrations of Euler Bernoulli beams of constant section and isotropic and homogeneous material was obtained. An analytical method for the detection of cracks in beams was developed. It consists of solving the inverse problem of obtaining the position and depth of the fissure, from knowing the first 3 values of the dimensionless coefficient of frequencies. A sensitivity analysis of the method was performed for the articulated-articulated condition, considering a maximum uncertainty in the measurement of the frequency of 2%. The results presented allow to determine the detection capacity of the method, for any location and depth.

Keywords: Detection - Cracks - Beams - Natural Frequencies - Vibrations - Exact Solution.

Introducción

Los componentes mecánicos y estructurales son susceptibles de presentar fallas en servicio a causa de la presencia de fisuras; ocasionando daños catastróficos e irreversibles. Lo que supone enormes perjuicios desde el punto de vista económico, social y ambiental. Esto ha motivado, desde hace muchos años, el desarrollo de técnicas fiables de detección e identificación de fisuras. El monitoreo de la salud estructural basado en mediciones de vibraciones ha sido el centro de atención de muchos investigadores en las comunidades de ingeniería civil, mecánica y aeroespacial. Este trabajo se concentra sobre métodos analíticos de identificación de fisuras basados en medición de frecuencias naturales de vibración.

El problema directo consiste en calcular los corrimientos de frecuencias para un tipo conocido de daño. Varios autores analizaron analíticamente el comportamiento vibratorio de vigas con presencia de fisuras, donde la fisura se modela mediante un resorte rotacional unido a ambos lados de los tramos de una viga (Ostachowicz y Krawezuk, 1991; Dimarogonas, 1996; Chondros y otros, 1997). El problema inverso consiste en calcular los parámetros de daño, localización y severidad. Existen numerosos artículos que presentan métodos analíticos de identificación de fisuras basados en medición de frecuencias naturales de vibración, algunos autores han optado por resolver el problema inverso de forma analítica, obteniendo como solución la intersección de las curvas de rigidez de diferentes modos, que se generan al resolver la ecuación característica para cada frecuencia (Cawley, 1979; Khiem y Lien, 2004; Raffo y Carrizo, 2013, 2014, 2016). Otros autores, utilizan el denominado método de intersección de superficies de frecuencias (Yang et al., 2001; Owolabi et al., 2003; Liu y Barkey, 2017; Raffo y Carrizo, 2019). Varios autores realizaron estados del arte y revisiones de literatura acerca de métodos de identificación de fisuras basados en mediciones de parámetros modales (Doebbling et al., 1996; Salawu, 1997; Sinou, 2013). Los puntos más relevantes pueden resumirse en que la elección del cambio de frecuencia natural como parámetro de identificación de fisuras es atractiva porque las frecuencias naturales se pueden medir convenientemente desde unos pocos puntos accesibles de la estructura y, por lo general, están menos contaminadas por el ruido experimental. Aunque la sensibilidad algo baja de los cambios de frecuencia debido al daño estructural implica que los métodos de identificación de fisuras basados en mediciones de frecuencias tengan limitaciones prácticas significativas, se requiere mediciones muy precisas o grandes niveles de daño. Según estos autores, se considera como tópicos de interés el desarrollo de técnicas de monitoreo de condiciones lineales y no lineales mediante la adición de teorías que tengan en cuenta las incertidumbres debidas a las condiciones ambientales o la evolución de las condiciones de contorno. También, la mejora de las correlaciones entre el análisis experimental y numérico para técnicas de evaluación lineales y no lineales con la inclusión de errores e incertidumbres de modelado. Dara respuestas a interrogantes tales como ¿Cuál es el defecto más pequeño que se puede detectar? ¿Se pueden medir con precisión los pequeños cambios de frecuencia asociados con los escenarios de daños estudiados?

Desarrollo

Problema de contorno y solución exacta propuesta.

Sea una viga de longitud l , de dimensiones uniformes a lo largo de su eje, que tiene sus extremos restringidos elásticamente y tiene dos posiciones intermedias restringidas elásticamente con dos rótulas internas como se muestra en la Figura 1. La viga está compuesta por tres tramos, que corresponden a los intervalos $[0, \bar{c}_1]$, $[\bar{c}_1, \bar{c}_2]$ y $[\bar{c}_2, l]$ respectivamente. Se asume que los extremos y las rótulas intermedias están restringidos elásticamente contra rotación y traslación. Las restricciones rotacionales están definidas por los parámetros $r_1, r_2, r_{c_i}, i = 1, 2$ y las restricciones traslacionales por $t_1, t_2, t_{c_i}, i = 1, 2$. Adoptando valores adecuados de r_1, r_2 y t_1, t_2 se pueden generar todas las combinaciones posibles de restricciones de apoyo clásicas (empotrado, simplemente apoyado, libre). Por otra parte, utilizando $t_{c_i}, r_{c_i}, i = 1, 2$, se pueden considerar efectos de restricciones elásticas intermedias en los puntos intermedios $\bar{x} = \bar{c}_i, i = 1, 2$.

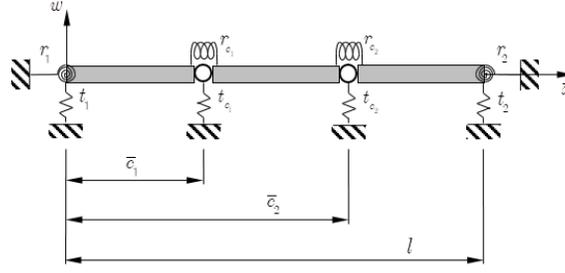


Figura 1: Viga de tres tramos analizada.

Para analizar el desplazamiento transversal de la viga en estudio, suponemos que la posición vertical de la viga en cualquier instante de tiempo t está descrita por la función $w = w(\bar{x}, t)$, $\bar{x} \in [0, l]$. La ecuación diferencial, las condiciones de contorno y de transición de la viga analizada se obtienen mediante el desarrollo del principio de Hamilton y el cálculo de variaciones.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((EI)_i(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \right) + (\rho A)_i(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0, \forall x \in \{(0, c), (c, 1)\}, i = 1, 2. \quad (1)$$

$$R_1 \frac{\partial w}{\partial x}(0^+, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(0^+, t), \quad (2)$$

$$T_1 w(0^+, t) = -\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(0^+, t), \quad (3)$$

$$w(c^-, t) = w(c^+, t), \quad (4)$$

$$R_c \left(\frac{\partial w}{\partial x}(c^+, t) - \frac{\partial w}{\partial x}(c^-, t) \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(c^-, t), \quad (5)$$

$$R_c \left(\frac{\partial w}{\partial x}(c^+, t) - \frac{\partial w}{\partial x}(c^-, t) \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(c^+, t), \quad (6)$$

$$T_c w(c, t) = \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(c^-, t) - \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(c^+, t), \quad (7)$$

$$R_2 \frac{\partial w}{\partial x}(1^-, t) = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(1^-, t), \quad (8)$$

$$T_2 w(1^-, t) = \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(1^-, t), \quad (9)$$

donde $x = \bar{x}/l$, $c_i = \bar{c}_i/l$, $T_i = \frac{t_i l^3}{EI}$, $R_i = \frac{r_i l}{EI}$, $T_c = \frac{t_c l^3}{EI}$, $R_c = \frac{r_c l}{EI}$, $i = 1, 2$.

Como el dominio del sistema con el cambio de variables considerado es $D =]0, 1[$ que es un intervalo abierto en \mathbb{R} , el borde está dado por dos puntos, $\partial D = \{0, 1\}$. Por lo tanto (2), (3), (8) y (9) corresponden a las condiciones de contorno. Por otro lado, c_1 y c_2 son puntos interiores y (4) a (7) son las condiciones en las transiciones. En este caso, es posible simular una viga con un apoyo intermedio y una fisura ubicados en diferentes posiciones si se considera una restricción rotacional intermedia adoptando $t_{c_1} = \infty$, $r_{c_1} = \infty$, $0 < r_{c_2} < \infty$, y $t_{c_2} = 0$. Utilizando el método de separación de variables, se asume como solución de las ecuaciones diferenciales (1) las funciones dadas por

$$w_i(\bar{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} w_{i,n}(\bar{x}) \cos \omega t, \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

donde $w_{i,n}$ son los n th modos de vibración natural. Las funciones $w_{i,n}$ están dadas por

$$w_{1,n}(x) = A_1 \cosh \lambda x + A_2 \sinh \lambda x + A_3 \cos \lambda x + A_4 \sin \lambda x, \quad \forall x \in [0, c_1], \quad (11)$$

$$w_{2,n}(x) = A_5 \cosh \lambda x + A_6 \sinh \lambda x + A_7 \cos \lambda x + A_8 \sin \lambda x, \quad \forall x \in [c_1, c_2], \quad (12)$$

$$w_{3,n}(x) = A_9 \cosh \lambda x + A_{10} \sinh \lambda x + A_{11} \cos \lambda x + A_{12} \sin \lambda x, \quad \forall x \in [c_2, 1], \quad (13)$$

donde $\lambda^4 = \frac{\rho A}{EI} \omega^2 l^4$. Al reemplazar las Ecs. (11)-(13) en las Ecs.(2)-(9), y se condiciona que el determinante del sistema de los coeficientes A_i debe ser igual a cero, se obtiene la ecuación de frecuencias

$$G\left(T_1, R_1, T_2, R_2, T_{c_1}, R_{c_1}, c_i \Big|_{i=1,2}, \lambda\right) = 0. \quad (14)$$

En adelante, en cuanto a las dos transiciones, el apoyo intermedio se lo considera ubicado en c_1 , con $T_{c_1} = \infty, R_{c_1} = \infty$ y cuando no exista apoyo intermedio es $T_{c_1} = 0$ y $R_{c_1} = \infty$. Mientras que la fisura está ubicada en $c_2 = c$, con $T_{c_2} = 0$ y $R_{c_2} = R_c$.

Modelo de fisura

Para la implementación del modelo de fisura, se considera el modelo que Ostachowicz y Krawezuk (1991) propusieron formulado con herramientas fractomecánicas, basado en el factor de intensidad de tensiones para fisuras superficiales simples y abiertas. Este modelo consiste en considerar a la sección de la viga donde se encuentra la fisura, como una rótula elástica donde la rigidez del resorte rotacional varía de la siguiente manera $R_c = l/6\pi h \eta^2 f(\eta)$, donde h es la altura de la sección rectangular, $\eta = a/h$ es la relación entre la profundidad de la fisura a y la altura de la viga. $f(\eta)$ está dada por $f(\eta) = 0.6384 - 1.035\eta + 3.7201\eta^2 - 5.1773\eta^3 + 7.553\eta^4 - 7.332\eta^5 + 2.4909\eta^6$.

Método de identificación de fisuras basado en frecuencias naturales de vibración.

Se determinó en forma exacta el valor del coeficiente de frecuencias con fisura λ_{CF} , de los tres primeros modos variando η y c desde 0.01 a 0.99 con paso 0.01. En la figura 2 se presentan estos resultados para una viga articulada en sus extremos. Se presentan los resultados de un valor de coeficiente de frecuencia hipotéticamente medido λ_M , el cual incluye un error inducido y representa el valor medido en una viga que se desconoce la posición y profundidad de la fisura. Estos resultados se los superpone con las superficies de frecuencias, y se normaliza respecto al valor del coeficiente de frecuencia de la viga sin fisura, λ_{SF} .

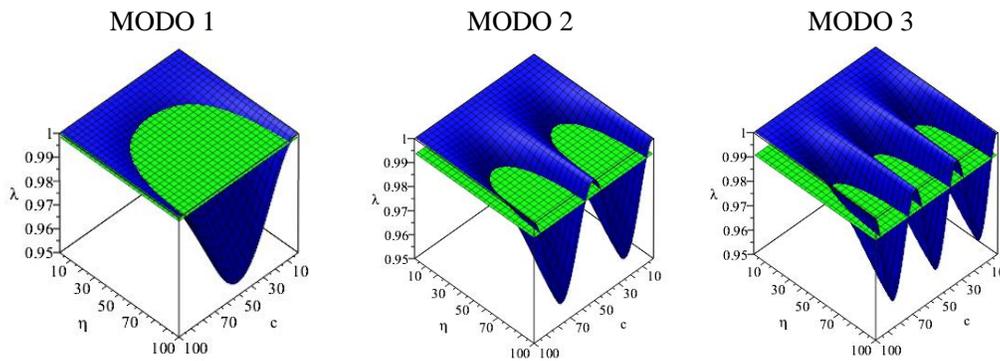


Figura 2: Primeros tres valores de $\lambda_{CF}/\lambda_{SF}$ (superficie azul) y valores de λ_M/λ_{SF} (superficie verde) para una viga articulada en sus extremos con $c=0.15$ y $\eta=0.5$.

Para hallar la solución del problema inverso, se obtienen los valores de χ , que para cada c y η está dado por

$$\chi = \sum_{m=1}^3 \left(\frac{\lambda_{CF}}{\lambda_{SF}} - \frac{\lambda_M}{\lambda_{SF}} \right)^{-1} = \sum_{m=1}^3 \frac{\lambda_{SF}}{(\lambda_{CF} - \lambda_M)}, \quad (15)$$

donde $m=1,2,3$ indica el modo considerado. Las coordenadas (c, η) donde se encuentra el valor máximo de χ indican la posición y profundidad de la fisura.

Análisis de sensibilidad.

El análisis de sensibilidad es el estudio de cómo la incertidumbre en la salida de un modelo matemático o sistema (numérico o de otra manera) se puede distribuir a diferentes fuentes de incertidumbre en sus entradas. Se presentan los resultados de los errores relativos porcentuales e_c y e_η , realizando un análisis de sensibilidad para vigas con fisura variando η y c desde 0.01 a 0.99 con paso 0.01 considerando una incertidumbre en la determinación de frecuencias $u_f = 2\%$. En la Figura 3 se presenta el error máximo obtenido para cada posición y profundidad de la combinación de los 8 valores extremos del error inducido y en la Figura 4 se presenta el error máximo de 8 casos de error aleatorio inducido.

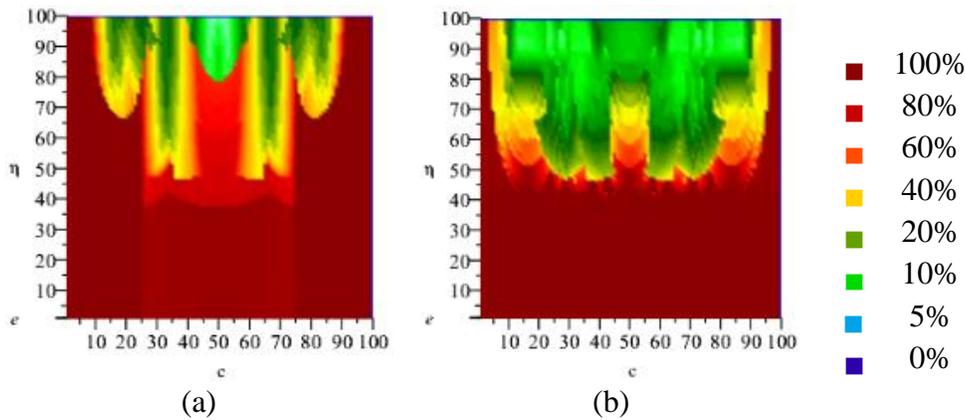


Figura 3: Valores de e_c (a) y e_η (b) para una viga con fisura articulada en sus extremos para $u_f = 2\%$. Se presenta el mayor error obtenido para los casos de errores extremos inducidos.

Las Figuras 3a y 4a representan la probabilidad de detección de la ubicación de la fisura según cada caso. Las Figuras 3b y 4b representan la probabilidad de detección de la profundidad de la fisura.

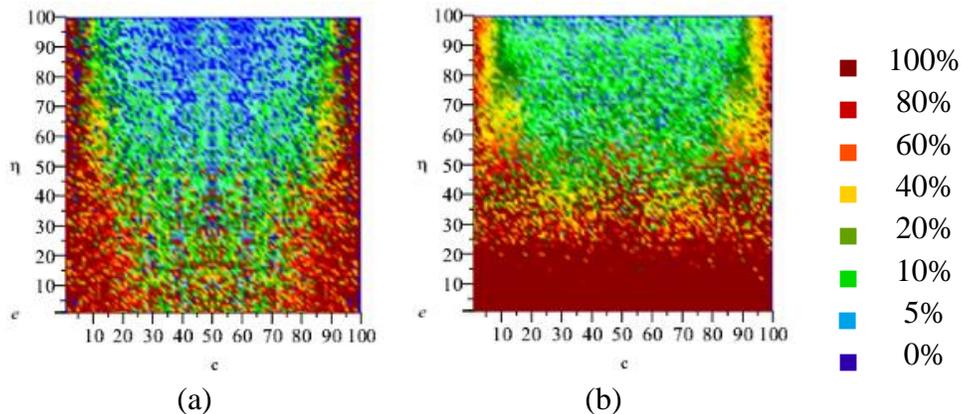


Figura 4: Valores de e_c (a), e_η (b) para una viga con fisura articulada en sus extremos para $u_f = 2\%$. Se presenta el mayor error obtenido para 8 casos de errores aleatorios inducidos.

Conclusiones

Se obtuvo, mediante la aplicación del cálculo de variaciones, la solución exacta del problema de vibraciones de vigas Euler Bernoulli de sección constante y material isótropo y homogéneo.

Se desarrolló un método analítico de detección de fisuras en vigas. El mismo consiste en resolver el problema inverso de obtener la posición y profundidad de la fisura, a partir de conocer los 3 primeros valores del coeficiente adimensionales de frecuencias.

Se realizó un análisis de sensibilidad del método para la condición articulado-articulado, considerando una incertidumbre máxima en la medición de la frecuencia del 2%. Los resultados presentados permiten determinar la capacidad de detección del método, para esa incertidumbre, para cualquier ubicación y profundidad.

Referencias

- Cawley, P. y Adams, R. D. (1979). The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* Vol 14, Issue 2.
- Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. y Yao, J. (1997). A consistent cracked bar vibration theory. *Journal of Sound and Vibration*, 200: 303-313,
- Doebling, S., Farrar, C., Prime, M., and Shevits, D. (1996). Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review. Los Alamos National Laboratory, USA, 1, p. 1-136.
- Khiem, N. T. y Lien, T. V. (2004). Multi-crack detection for beam by the natural frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 273: 175-184.
- Lele, S. P. y Maiti, S. K. (2002). Modelling of transverse vibration of short beams for crack detection and measurement of crack extension. *Journal of Sound and Vibration*, 257: 559-583.
- Liu, W. y Barkey, M. (2017). Frequency error based identification of cracks in beam-like structures. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 10:4657-4667.
- Ostachowicz, W. M. y Krawczuk, M. (1991). Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam. *Journal of Sound and Vibration*, 150:191-201.
- Ostachowicz, W. M. y Krawczuk, M. (1991). Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam. *Journal of Sound and Vibration*, 150:191-201.
- Owolabi, G. M., Swamidas, A. S. J. y Seshadri, R. (2003). Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions. *Journal of Sound and Vibration*, 265:1-22.
- Raffo, J. L. y Carrizo, M. R. (2013). Vibraciones de vigas y pórticos ante la presencia de fisuras. Implementación del problema inverso. XX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (ENIEF 2013), *Mecánica Computacional Vol XXXII* págs. 1715-1735.
- Raffo, J. L. y Carrizo, M. R. (2014). Método Analítico de Detección de Fisuras en Vigas Vibrantes .IV Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, CAIM 2014, UNNE, ISBN 978-987-45571-0-0.
- Raffo, J. L. y Carrizo, M. R. (2016). Estudio de detección de fisuras en vigas con un apoyo intermedio. XXII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (ENIEF 2016), *Mecánica Computacional Vol XXXIV*, págs. 1521-1535, Córdoba, 2016.
- Salawu, O. S. (1997). Detection of structural damage through changes in frequency: A review. *Engineering Structures*, 19, 718-723.
- Sinou, J. J. (2013). A review of damage detection and health monitoring of mechanical systems from changes in the measurement of linear and non-linear vibrations. HAL Id: hal-00779322. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00779322>
- Sinou, J. J., (2007). "Damage assessment based on the frequencies' ratio surfaces intersection method for the identification of the crack depth, location and orientation". *Structural Durability and Health Monitoring*, 3(3), p. 133-164.
- Yang, X. F., Swamidas, A. S. J. y Seshadri R. (2001). Crack identification in vibrating beams using the energy method. *Journal of Sound and Vibration*, 244(2): 339-357.