

Optimización de operaciones logísticas: un modelo matemático para el Problema de Ruteo de Vehículos Periódico

Optimization of logistics operations: a mathematical model for the Periodic Vehicle Routing Problem

Doctorando:

Sebastián PEREIRA

<https://orcid.org/0009-0007-3326-6875>

Instituto de Desarrollo y Diseño, Universidad Tecnológica Nacional, CONICET, FRSF, Santa Fe, Argentina.

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Santa Fe, Santa Fe, Argentina.

spereira@santafe-conicet.gov.ar

Directora:

Yanina FUMERO

Codirectora:

Gabriela CORSANO

Resumen

Este trabajo aborda un problema logístico de una empresa dedicada a la recolección de un único producto. La empresa cuenta con una flota heterogénea y limitada de vehículos, y sus clientes presentan demanda y frecuencia de visita conocidas dentro de un horizonte de planificación dado. El problema se formula como un Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP), y para su resolución se propone un modelo de programación mixta entera lineal (MILP) que determina simultáneamente la asignación de clientes y vehículos a cada día, así como el ruteo diario correspondiente. El objetivo consiste en minimizar el costo total de transporte en el horizonte de planificación, sujeto a restricciones de capacidad, duración máxima de ruta y requerimientos de frecuencia. El modelo se evalúa sobre datos reales provistos por una empresa de recolección de residuos patológicos, analizando su desempeño computacional y reportando los principales resultados obtenidos. Estos resultados evidencian el potencial de los métodos de optimización para mejorar la eficiencia operativa y la toma de decisiones en contextos logísticos reales.

Palabras clave: Problema de asignación; Ruteo de vehículos; Optimización simultánea; MILP.

Abstract

This work addresses a logistics problem faced by a company dedicated to the collection of a single product. The company has a limited and heterogeneous fleet of vehicles, and its customers have known demand and visit frequency within a given planning horizon. The problem is formulated as a Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP), and a mixed-integer linear programming (MILP) model is proposed for its resolution, which simultaneously determines the assignment of customers and vehicles to each day, as well as the daily routing. The objective is to minimize the total transportation cost over the planning horizon, subject to capacity constraints, maximum route duration, and frequency requirements. The model is evaluated using real data provided by a pathological waste collection company, analyzing its computational performance and reporting the main results obtained. These results demonstrate the potential of optimization methods to improve operational efficiency and decision-making in real-world logistics contexts.

Keywords: Assignment problem; Vehicle routing; Simultaneous optimization; MILP.

Introducción

Uno de los problemas de optimización combinatoria más estudiados en el área de investigación de operaciones es el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP, por sus siglas en inglés), dado su impacto directo sobre la eficiencia logística y los costos de transporte. Una de las primeras contribuciones científicas fue presentada por Dantzig et al. (1959), y desde entonces se han propuesto numerosas variantes y extensiones para capturar la complejidad de los entornos logísticos reales, demostrando un interés sostenido y creciente en el tema (Archetti et al., 2026; Aghaabdollahian et al., 2026).

Entre las variantes más destacadas se encuentra el Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP), considerado una generalización del VRP clásico, ya que las decisiones de ruteo se extienden a un horizonte de planificación de múltiples días (Francis et al., 2008). A diferencia del VRP clásico, en el PVRP debe determinarse no solo la ruta de cada vehículo, sino también el o los días en que cada cliente será visitado de acuerdo con la periodicidad requerida, lo que incrementa significativamente la complejidad del problema. El PVRP cuenta con numerosas aplicaciones en el sector industrial, incluyendo la distribución o recolección de productos, y los servicios de mantenimiento periódico (Campbell et al., 2014).

El caso de la recolección de residuos resulta particularmente relevante para el PVRP. Taslimi et al. (2020) proponen un enfoque heurístico basado en una descomposición para resolver una variante del problema, aplicado a la gestión de residuos médicos; el problema aborda el diseño de un programa semanal de rutas de inventario que minimice tanto el riesgo de transporte como el riesgo asociado al almacenamiento temporal de residuos en centros sanitarios. Mufarregge et al. (2024) desarrollan un modelo MILP basado en el concepto de robustez ligera para abordar los problemas de recolección y transporte de residuos patológicos, junto con un algoritmo de ramificación y acotación diseñado para mejorar la eficiencia del proceso de resolución. La performance de la formulación y del algoritmo de solución propuestos se evalúa mediante experimentos computacionales y se compara con un enfoque previamente propuesto en la literatura. Más recientemente, Anityasari et al. (2025) proponen un modelo para el PVRP con ventanas de tiempo para abordar la gestión de residuos médicos, incorporando restricciones de tiempo y requisitos regulatorios en una región de Indonesia que exige el cumplimiento estricto de las normas. Para resolverlo, los autores plantean una descomposición del problema que combina un método heurístico con uno exacto.

Si bien las metodologías aproximadas (heurísticas, metaheurísticas) constituyen los enfoques de solución predominantes para este problema, en los últimos años se han logrado avances hacia soluciones exactas mediante la combinación de nuevas tecnologías de alto rendimiento y técnicas innovadoras de programación matemática (Izadkhah et al., 2026). En particular, las formulaciones MILP permiten obtener soluciones con garantía de optimalidad y caracterizar con precisión el espacio de soluciones factibles. En este sentido, Basir et al. (2024) presentan un estudio comparativo de formulaciones alternativas para el PVRP, proponiendo una nueva representación basada en variables de flujo vehicular con desigualdades válidas, y evaluándola sobre varios conjuntos de instancias de diferentes tamaños y características. Sin embargo, este trabajo y la gran mayoría de los que abordan el problema consideran una flota homogénea de vehículos, suposición que puede reducir significativamente el realismo de los modelos resultantes, dado que no es lo usual en aplicaciones prácticas, donde las unidades de transporte suelen diferir en capacidad, costos operativos y de servicio, entre otros aspectos.

En este trabajo se propone una nueva formulación para el PVRP que considera flota heterogénea, restricciones de capacidad vehicular, duración máxima de ruta e incorpora restricciones para evitar soluciones alternativas equivalentes. Se propone un modelo MILP que determina simultáneamente la asignación de patrones de visita a los clientes, los vehículos asignados a cada día y las rutas correspondientes a lo largo del horizonte de planificación. La formulación se desarrolla y valida a partir de un caso real de una empresa local, cuya planificación se realiza actualmente de manera empírica, evidenciando el potencial del enfoque propuesto como herramienta para una toma de decisiones más eficiente.

Desarrollo

El problema abordado surge en una empresa dedicada a la recolección de un único producto. Sea D el conjunto de días que conforman el horizonte de planificación, denotados por $d \in D$, $I = \{i_0\} \cup I_c$ el conjunto de todas las locaciones, donde i_0 denota el depósito e I_c el conjunto de clientes. Los parámetros D_{ij} y TT_{ij} representan la distancia y el tiempo de traslado entre los nodos $i, j \in I$: $i \neq j$, respectivamente. Cada cliente $i \in I_c$ tiene una frecuencia de visita F_i y una demanda Dem_i conocidas.

A cada cliente $i \in I_c$ se le asocia un conjunto de patrones de visita factibles P_i , donde cada patrón $p \in P_i$ representa una combinación de días compatible con la frecuencia F_i y con las restricciones operativas de la empresa. El parámetro binario R_{pd} toma valor 1 si el patrón p incluye una visita el día d , y 0 en caso contrario.

Para la recolección diaria se dispone de una flota limitada y heterogénea de vehículos, $k \in K$. Cada vehículo posee una capacidad máxima Cap_k , un tiempo máximo de recorrido diario TM_{kd} , un costo fijo de utilización FC_k y un costo variable VC_k . Asimismo, cada vehículo puede realizar a lo sumo un recorrido por día, iniciando y finalizando en el depósito i_0 .

Como se presenta en la Figura 1, el problema integra decisiones de asignación y ruteo: la asignación de un único patrón de visita a cada cliente, que determina su calendario de servicio en el horizonte, y la planificación diaria de rutas, que implica seleccionar los vehículos a utilizar, asignar clientes a cada vehículo y determinar la secuencia de visitas de cada uno de ellos. El objetivo es obtener el conjunto de rutas que minimice el costo total de transporte en el horizonte considerado, compuesto por los costos fijos de utilización de vehículos y los costos variables de recorrido, sujeto a restricciones de capacidad vehicular, duración máxima de ruta y cumplimiento de los requerimientos de frecuencia de cada cliente.

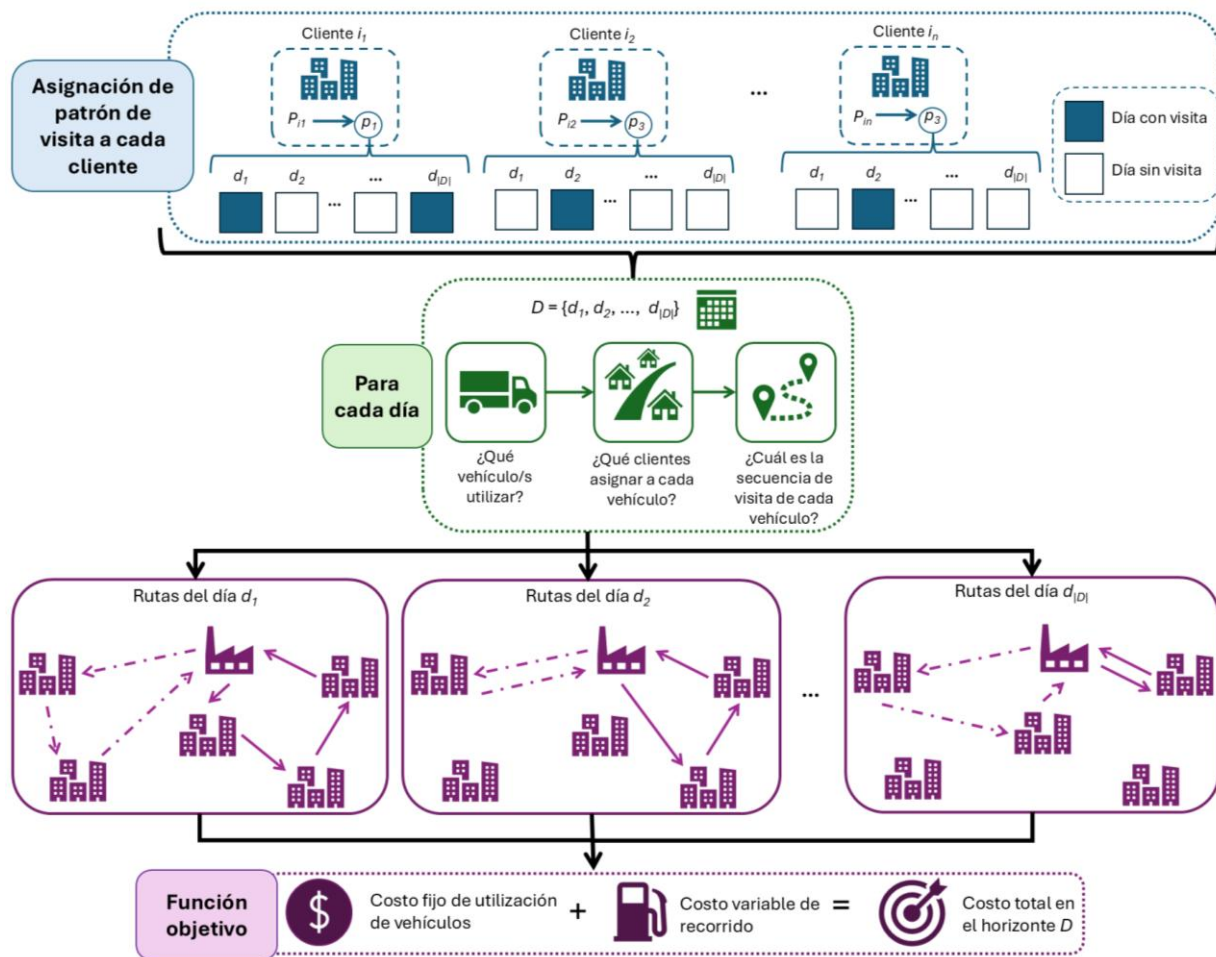


Figura 1: Principales decisiones en el PVRP propuesto.

Para resolver este problema, se propone un modelo de optimización MILP que determina de forma simultánea las decisiones de asignación y ruteo descritas previamente. La formulación matemática considera las siguientes variables binarias: W_{ip} , la cual determina si para el cliente i se selecciona el patrón p ; X_{kd} , que indica si el vehículo k es utilizado el día d ; Y_{ikd} , que determina si el cliente i es visitado por el vehículo k el día d ; y Z_{ijkd} , que toma el valor 1 si, tras visitar al cliente i , el cliente j es visitado a continuación por el vehículo k el día d , y 0 en caso contrario. Adicionalmente, se define la variable continua Q_{ijkd} , que contabiliza la carga transportada al viajar desde el nodo i al nodo j con el vehículo k el día d .

Las restricciones consideradas se agrupan en 5 categorías: 1) *Restricciones de selección de patrones*, que garantizan que a cada cliente se le asigne exactamente un patrón de visita factible y que, para cada día asociado a dicho patrón, solo un

vehículo pueda visitarlo. Asimismo, establecen que, si un vehículo no es utilizado en un determinado día, ningún cliente puede ser visitado por dicho vehículo ese día. 2) *Restricciones de recorrido*, que exigen que, para cada día, todo vehículo activo parta del depósito exactamente una vez. Dentro de este grupo, las restricciones de conservación de flujo garantizan que cada cliente visitado tenga exactamente un arco entrante y uno saliente, asegurando así la continuidad de las rutas. 3) *Restricciones de capacidad*, que imponen que la demanda total atendida por cada vehículo en cada día no supere su capacidad máxima. El flujo de carga a lo largo de las rutas se modela mediante el balance de carga en cada nodo cliente, garantizando que cada vehículo parta del depósito sin carga y regrese con la carga total recolectada entre los clientes visitados ese día. Adicionalmente, se establecen cotas para la carga transportada en cada arco: la cota inferior garantiza que el vehículo transporte al menos la demanda del cliente origen, mientras que la cota superior limita dicha carga a la capacidad del vehículo menos la demanda del cliente destino. 4) *Restricciones de duración de recorrido*, que imponen la duración máxima diaria permitida para cada vehículo. 5) *Restricciones para evitar soluciones alternativas*, que establecen un orden en la utilización y selección de vehículos de igual capacidad.

Resultados

Se analiza una instancia construida a partir de información de una empresa dedicada a la recolección de residuos patológicos en la ciudad de Santa Fe y en localidades cercanas. El horizonte de planificación comprende seis días de operación, ya que los domingos se considera no laboral ($D = \{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado}\}$). La instancia considera la atención de 40 clientes (20 con una visita semanal, 8 con dos visitas, 7 con tres visitas y 6 con servicio diario) mediante una flota compuesta por dos vehículos, k_1 y k_2 , cuyas capacidades máximas son de 1500 y 1800 kg., respectivamente.

En la Tabla 2 se detallan los patrones de visita factibles considerados en el estudio y la representación del parámetro R_{pd} . A los clientes que requieren una única visita semanal se les asocia el conjunto de patrones $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$, aquellos que requieren dos visitas el conjunto $\{p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_{13}\}$, para los de tres visitas el conjunto $\{p_{14}, p_{15}, p_{16}, p_{17}\}$, mientras que aquellos que deben ser atendidos diariamente sólo pueden optar por el patrón p_{18} . La definición de estos patrones responde a las restricciones operativas establecidas por la empresa y de acuerdo con la frecuencia de visita requerida por cada cliente. En particular, para los clientes que no requieren servicio diario se impone que las visitas no se realicen en días consecutivos y que aquellos clientes con frecuencia 2 tengan una separación máxima de dos días entre visitas consecutivas.

Patrón	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
p_1	1					
p_2		1				
p_3			1			
p_4				1		
p_5					1	
p_6						1
p_7	1		1			
p_8	1			1		
p_9		1		1		
Patrón	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
p_{10}		1			1	
p_{11}			1		1	
p_{12}			1			1
p_{13}				1		1
p_{14}	1		1		1	
p_{15}	1		1			1
p_{16}	1			1		1
p_{17}		1		1		1
p_{18}	1	1	1	1	1	1

Tabla 1: Patrones considerados.

Las distancias y los tiempos de desplazamiento se obtuvieron a partir de las ubicaciones geográficas reales de los clientes mediante una Interfaz de Programación de Aplicaciones (API, por sus siglas en inglés) basada en OpenStreetMap. Las cantidades demandadas por visita y las matrices de distancias y tiempos de desplazamiento entre nodos constituyen parámetros de entrada del modelo. Sin embargo, estos datos no se reportan por razones de confidencialidad. Los tiempos de servicio en cada nodo comprenden un tiempo fijo de estacionamiento y un tiempo de carga proporcional a la demanda del cliente. Los costos de transporte se estimaron diferenciando entre un costo fijo por utilización de cada vehículo y un costo variable proporcional a la distancia recorrida, siendo el vehículo de menor capacidad el de menor costo operativo en ambos componentes. Se establece un tiempo máximo de operación diaria de 8 horas por vehículo.

El modelo fue implementado en Python 3.13.12 y resuelto con el solver Gurobi Optimizer versión 13.0.1, en un equipo con procesador AMD Ryzen 7 9700X de 3.80 GHz y 64 GB de memoria RAM. Se estableció un límite de ejecución de dos horas, considerado razonable dado que en ese lapso se están optimizando simultáneamente los recorridos de los 6 días. La formulación contiene 21372 variables binarias, 20678 variables continuas y 84968 restricciones. Al alcanzar el límite de tiempo establecido, se obtuvo un valor de la función objetivo de \$308717.91, con un gap de optimalidad del 3.59%, lo que indica una solución de muy buena calidad.

En la Tabla 3 se presenta un resumen de los principales resultados de la mejor solución hallada. Para cada día del horizonte de planificación y cada vehículo utilizado se reportan el número de clientes atendidos, la distancia total recorrida, el tiempo de operación y el nivel de utilización de capacidad al regresar a la planta.

Día	Vehículo utilizado	# Clientes atendidos	Distancia (km)	Tiempo (h)	Capacidad (%)
d_1	k_1	10	186.79	5.46	42.76
	k_2	10	29.84	5.07	99.77
d_2	k_1	9	30.79	4.43	99.72
d_3	k_1	21	224.14	7.81	68.73
	k_2	11	25.34	4.52	82.48
d_4	k_1	7	28.07	4.13	99.82
d_5	k_1	8	28.58	4.23	99.94
d_6	k_1	5	173.64	4.56	37.16
	k_2	12	31.38	5.38	99.83

Tabla 2: Resumen de los principales resultados obtenidos.

Los resultados muestran que ambos vehículos son utilizados en tres días del horizonte, asignándose sistemáticamente a k_1 los recorridos de mayor distancia. Esto sugiere que el modelo prioriza el uso del recurso más económico, incorporando a k_2 para satisfacer la demanda remanente. Las duraciones de las rutas se mantienen por debajo del límite máximo de 8 horas en todos los casos, siendo d_3 el día con mayor tiempo de operación para k_1 , con 7.81 horas. Además, se observa que en la mayoría de los casos los vehículos operan cerca de su capacidad máxima, lo que evidencia un uso eficiente de la flota disponible.

La Fig. 2 ilustra las rutas obtenidas para cada día del horizonte de planificación. Las imágenes (a) a (f) corresponden a los días d_1 a d_6 , respectivamente. Las rutas se distinguen según el vehículo: k_1 en azul y k_2 en verde. La planta es representada por el marcador de posición de color negro y las etiquetas de los nodos clientes se colorean según la frecuencia de visita de cada uno: los clientes diarios en rosado, los de tres visitas semanales en naranja, los de dos visitas en verde y los de una visita en azul. La visualización fue generada mediante la biblioteca Folium en Python, que si bien en este trabajo las rutas se presentan en formato estático, la herramienta permite exportar mapas interactivos, lo que constituye un recurso de potencial utilidad para los responsables de logística en la planificación y seguimiento de los recorridos diarios.

Conclusiones

En este trabajo se aborda el Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP), proponiéndose un modelo MILP que determina simultáneamente la selección de patrones de visita para cada cliente y la planificación de las rutas diarias, considerando una flota limitada y heterogénea. El modelo se evalúa sobre datos reales de una empresa de la ciudad de Santa Fe. Los resultados muestran que la formulación es capaz de generar buenos planes de recolección factibles que satisfacen los requerimientos de frecuencia de visita y las restricciones operativas del sistema. Los resultados ponen de manifiesto el potencial de las herramientas de optimización matemática para apoyar la toma de decisiones logísticas en empresas que habitualmente planifican sus operaciones de manera empírica, contribuyendo a una mejor organización de las visitas y al aprovechamiento de los recursos disponibles. Como líneas de trabajo futuro se propone, por un lado, analizar la estructura del espacio de patrones de visita asociados a cada cliente e identificar asignaciones equivalentes a fin de reducir el espacio de soluciones factibles sin comprometer la optimalidad. Por otro lado, se plantea evaluar el modelo sobre varios conjuntos de instancias de referencia, con el fin de caracterizar su desempeño computacional de manera más sistemática.

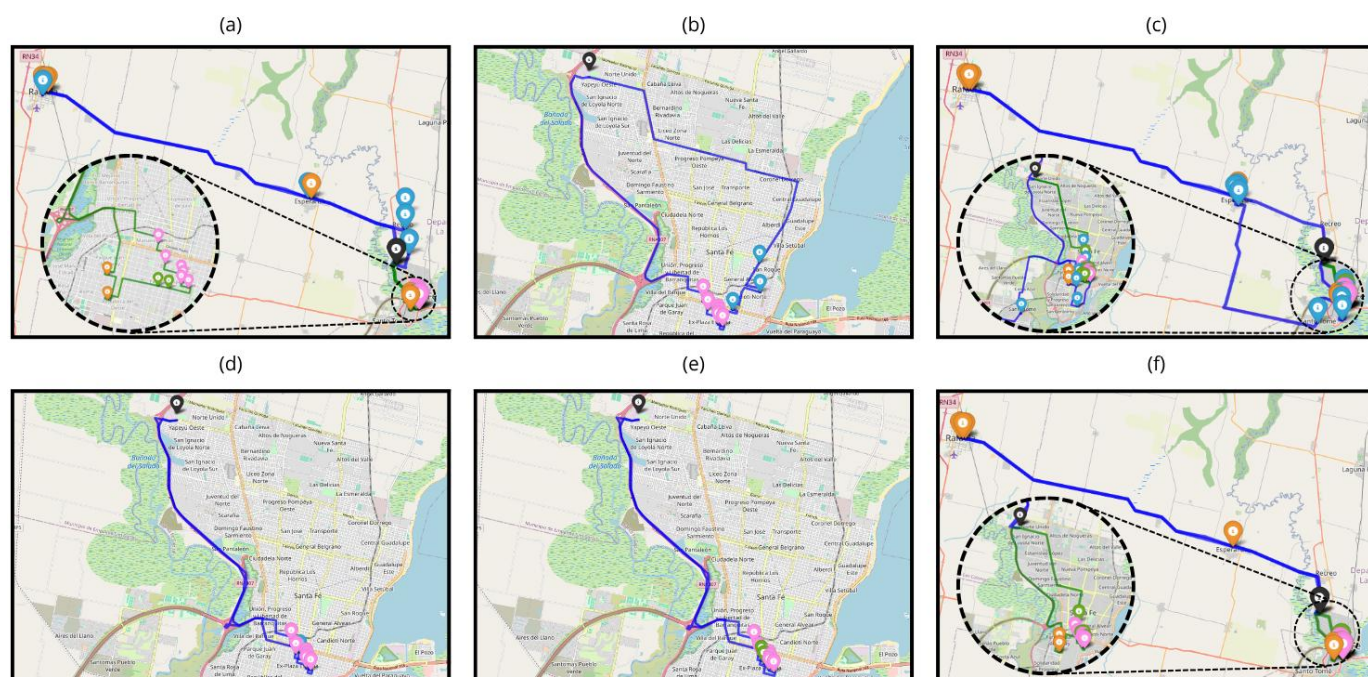


Fig. 2. Rutas diarias de cada vehículo.

Referencias

- Aghaabdollahian, B., Javadi, B. & Aazami, A. (2026). *An overview of vehicle routing problems: A comprehensive classification and description of types*. Transportation Research Interdisciplinary Perspectives, 36, 101808.
- Anityasari, M., Rinardi, H. C., & Warmadewanthi, I.D.A.A. (2025). *Analysing medical waste transportation using periodic vehicle routing problem for Surabaya public health facilities*. Journal of Material Cycles and Waste Management, 27, 830-847.
- Archetti, C., Coelho, L.C., Speranza, M.G. & Vansteenwegen, P. (2026). *Beyond fifty years of vehicle routing: Insights into the history and the future*. European Journal of Operational Research, 330(2), 355–372.
- Basir, S., Şahin, G. & Özbaygın, G. (2024). *A comparative study of alternative formulations for the periodic vehicle routing problem*. Computers & Operations Research, 165, 106583.
- Campbell, A.M. & Wilson, J.H. (2014). *Forty years of periodic vehicle routing*. Networks, 63, 2-15.
- Dantzig, G.B. & Ramser, J. H. (1959). *The Truck Dispatching Problem*. Management Science, 6(1), 80-91.
- Francis, P. M., Smilowitz, K. R. & Tzur, M., (2008). *The Period Vehicle Routing Problem and its Extensions*, in: Golden, B., Raghavan, S., Wasil, E. (Eds.), The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. Operations Research, Computer Science Interfaces, vol. 43. Springer, Boston, M.A., pp. 73-102.
- Izadkhah, A., Wang, A., Lainez-Aguirre, J.M., Pinto, J. M. & Gounaris, C. E. (2026) *The periodic vehicle routing problem with multi-day trips*. Transportation Research Part E 206, 104582.
- Mufarrege, T., Galíndez, V. M., Zeballos, L. J., & Marcovecchio, M.G. (2024). *Estrategia de resolución eficiente para la recolección y transporte regular de residuos patológicos generados en instituciones de salud*. Electronic Journal of Informatics and Operations Research, 23(1), 150-167
- Taslimi, M., Batta, R., & Kwon, C. (2020). *Medical waste collection considering transportation and storage risk*. Computers & Operations Research, 120, 104966.