

Optimización de un Algoritmo de Descomposición Causal

Optimization of a Causal Decomposition Algorithm

Doctorando:

Juan Pablo MUSZKATS

<https://orcid.org/0000-0001-8176-558X>

Universidad Nacional del Noroeste de la Provincia de Buenos Aires - Argentina

jpmuszkats@comunidad.unnoba.edu.ar

Director:

Miguel Eduardo Zitto

Codirectora:

Rosa Piotrkowski

Resumen

La Descomposición Empírica en Modos (EMD) es una técnica para analizar señales guiada por los datos. Su amplia aceptación ha dado lugar a numerosas ampliaciones, mejoras y aplicaciones. La aplicación conocida como Descomposición Causal (CD) permite establecer y cuantificar la causalidad entre señales para distintos modos de oscilación. En el presente trabajo exponemos nuestra propia versión del algoritmo de descomposición, que mejora aspectos tales como la alineación entre los modos respectivos de dos señales y la precisión del resultado final. Para poder cuantificar el grado de mejora, el nuevo algoritmo se aplica a las mismas series que ya fueran estudiadas con versiones previas del método. Dichas series corresponden al fenómeno del Niño - Oscilación del Sur (ENSO), precipitaciones en las ciudades de Buenos Aires (Argentina) y Junín (Buenos Aires, Argentina). La causalidad detectada indica, en muchos casos, la existencia de forzantes que subyacen a los datos.

Palabras clave: EMD multivariado; Descomposición Causal; El Niño - Oscilación del Sur

Abstract

Empirical Mode Decomposition (EMD) is a data-driven signal analysis technique. Its wide acceptance has led to diverse expansions, improvements and applications. The so-called Causal Decomposition (CD) application establishes and quantifies causality between signals, along their different oscillation modes. In the present work, we present our own version of the decomposition algorithm, improving features such as the alignment between the respective signal modes and the precision of the final result. In order to quantify the improvement rate, the new algorithm is applied to the same series studied with previous versions of the method. Those series correspond to the El Niño – Southern Oscillation (ENSO) phenomenon, precipitation in the cities of Buenos Aires (Argentina) and Junín (Buenos Aires, Argentina). The causality detected is, in many cases, indicative of the presence of drivers that underlie the data.

Keywords: multivariate EMD; Causal Decomposition; El Niño - Southern Oscillation

Introducción

El fenómeno climático conocido como El Niño - Oscilación del Sur (ENSO) es una variación cíclica de los parámetros climáticos en la región central del océano Pacífico ecuatorial. Esta oscilación influye sobre los patrones de circulación atmosférica, produciendo efectos que pueden verificarse en regiones apartadas del Pacífico ecuatorial. Estas influencias se conocen como teleconexiones y han sido ampliamente documentadas con diversas técnicas (Messié y Chavez, 2011; Silva et al., 2021). El presente trabajo retoma, con un algoritmo mejorado, investigaciones previas de teleconexiones entre ENSO y las precipitaciones en la región pampeana (Muszkats et al., 2024).

La técnica empleada se basa en la Descomposición Empírica en Modos (EMD), que permite analizar señales como una suma de modos de oscilación conocidos como Intrinsic Mode Functions (IMFs). En lugar de proyectar cada señal sobre una base elegida de antemano, como en el análisis tradicional de Fourier, este método está guiado por los datos: son las fluctuaciones mismas de la señal las que determinan las IMFs obtenidas. De este modo, la descomposición resultante tiene más sentido físico y se adapta mejor para describir señales emergentes de procesos no estacionarios y no lineales, como son en general los climáticos. La Descomposición Causal (CD) es un método propuesto por Yang et al. (2018) que compara la descomposición empírica en modos de las señales estudiadas. A partir de una medida de coherencia de fase entre las IMFs respectivas, se evalúa si dicha coherencia disminuye al suprimir el modo que se presume como efecto. Si hubiera una diferencia con respecto a la coherencia después de suprimir la presunta causa, entonces se trata de una *causalidad diferencial*. El éxito del método depende fuertemente de la calidad de la descomposición. En primer lugar, debe lograrse una correcta *alineación de modos*, vale decir que las IMFs respectivas de ambas señales deben asociarse con bandas de frecuencias similares. Además, debe evitarse la *mezcla de modos*: este fenómeno indeseable ocurre cuando una IMF contiene oscilaciones correspondientes a distintas frecuencias. Para abordar estas dificultades, el algoritmo original de EMD (Huang et al., 1998) fue modificado de diversas formas. Para el caso puntual de la alineación de modos, se logran mejoras al realizar una descomposición simultánea de ambas señales con técnicas tales como la Multivariate Empirical Mode Decomposition (MEMD). El problema de la mezcla de modos se puede mitigar agregando ruido a la señal. Está comprobado que al agregar ruido y descomponer un conjunto de realizaciones se logra, después de promediar los resultados, que la EMD se comporte de manera similar a un filtro diádico. Esto ha dado lugar a una técnica conocida como Ensemble EMD (EEMD) (Wu y Huang, 2009). La Noise Assisted - MEMD (NA - MEMD) conjuga las técnicas de agregado de ruido y descomposición simultánea de las señales (Rehman y Mandic, 2011). Una mejora posterior (Hemakom et al., 2016), denominada Adaptive - projection intrinsically transformed MEMD (APIT - MEMD), altera las direcciones en que se muestrea la señal multivariada de acuerdo con la estructura covariante de los datos. En lugar de tomar muestras de manera uniforme, se aumenta la densidad de muestras en aquellas direcciones de mayor variación. De esta forma, una misma cantidad de muestras permite obtener más información de la señal. Esta optimización es particularmente relevante cuando se analizan grandes cantidades de datos provenientes de múltiples canales y aparecen dificultades de cómputo.

Esta presentación muestra el desarrollo reciente en Python de un algoritmo de Descomposición Causal propio. La nueva versión incorpora los conceptos de APIT - MEMD, aunque los implementa con un enfoque diferente, cambiando la estructura métrica de acuerdo con la covarianza de los datos. Asimismo, agrega ruido para generar un conjunto (ensemble) de descomposiciones cuyo promedio es el resultado final. La técnica se denomina Ensemble APIT - MEMD (E- APIT - MEMD) y su eficacia se verifica al aplicarla a las mismas series climáticas que ya fueran estudiadas con versiones previas.

Métodos

En el caso univariado, la EMD de una señal $x(t)$ consiste en expresarla como una suma de IMFs $c_i(t)$ y un resto $r(t)$:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r(t) \quad (1)$$

donde cada IMF es una señal monocomponente, dado que debe verificar los siguientes requisitos:

- La cantidad de extremos es igual que la cantidad de raíces o difiere, a lo sumo, en uno.
- Los máximos definen una envolvente y los mínimos otra: el valor medio de estas dos envolventes es cero en todo punto.

En la Figura 1 se ilustra el procedimiento EMD para una señal sintética con dos modos de oscilación: uno de baja frecuencia y otro de alta. Después de obtener las envolventes de los máximos y de los mínimos mediante splines cúbicos, se calcula su promedio. Este promedio se resta a la señal para separar las oscilaciones de alta frecuencia, es decir la IMF 1. En la práctica, este procedimiento conlleva dificultades técnicas que se subsanan repitiendo el procedimiento hasta que el modo resultante cumpla con un criterio de detención.

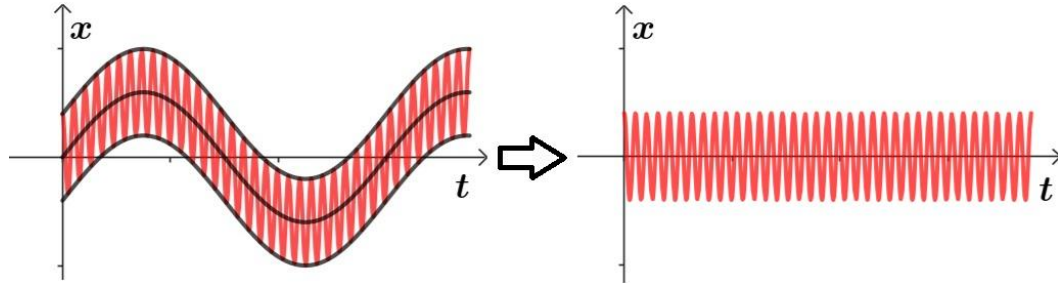


Figura 1: esquema de EMD. A partir de los extremos de la señal $x(t)$ (en rojo) se construyen sus envolventes, cuyo promedio se sustrae de la señal para obtener la primera IMF, que es el detalle de alta frecuencia.

Cada IMF puede expresarse, gracias a la transformada de Hilbert, en términos de su amplitud $a_i(t)$ y fase $\varphi_i(t)$ instantáneas:

$$c_i(t) = a_i(t) \cdot \cos[\varphi_i(t)] \quad (2)$$

a partir de lo cual se define la *frecuencia instantánea* como $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$.

En el caso de dos señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$, la descomposición bivariada se realiza considerando la función vectorial $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t))$, que describe una curva en $\mathbb{R}^2$. En este contexto ya no hay una envolvente obvia de la curva como en el caso unidimensional. Como se ilustra en la Figura 2, lo que se hace es proyectar la señal a lo largo de múltiples direcciones, para obtener en cada una de ellas una señal univariada. Para esta proyección sí es posible calcular extremos: para los valores del parámetro t en que se realizan los extremos se interpola la curva y a partir de esto se calcula una envolvente en una dirección. El promedio de las envolventes a lo largo de todas las direcciones de proyección es la media de la señal bivariada. Una vez más, al sustraer la media se separa el detalle de alta frecuencia.

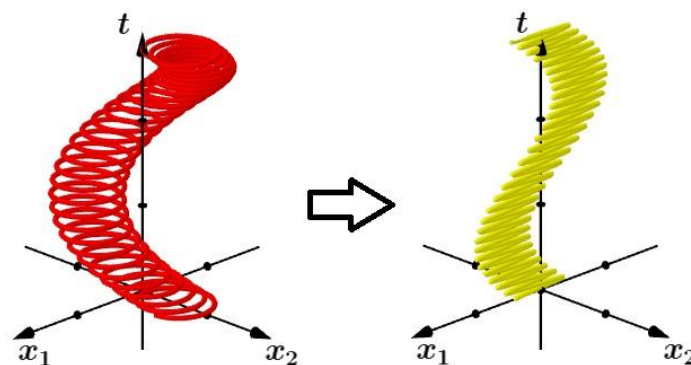


Figura 2: esquema de EMD bivariado. La función $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t))$ se representa en $\mathbb{R}^3$ agregando la componente t . Se ilustra la proyección en la dirección del eje x_1 .

Para incorporar los conceptos de APIT-MEMD, se consideran la matriz de covarianza y sus direcciones principales, surgidas de la diagonalización

$$\Sigma = \text{cov}(\mathbf{x}) = (\text{cov}(x_i, x_j)) = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^t \quad (3)$$

donde $\mathbf{Q}$ tiene en sus columnas una base ortonormal de autovectores. En cada dirección se aplica un cambio de escala de acuerdo con los autovalores de la matriz diagonal $\mathbf{\Lambda}$. En la Figura 3 se ilustra la transformación de un conjunto de direcciones

que implican un muestreo uniforme, en otro conjunto que tiene más densidad en las direcciones de mayor covarianza de los datos.

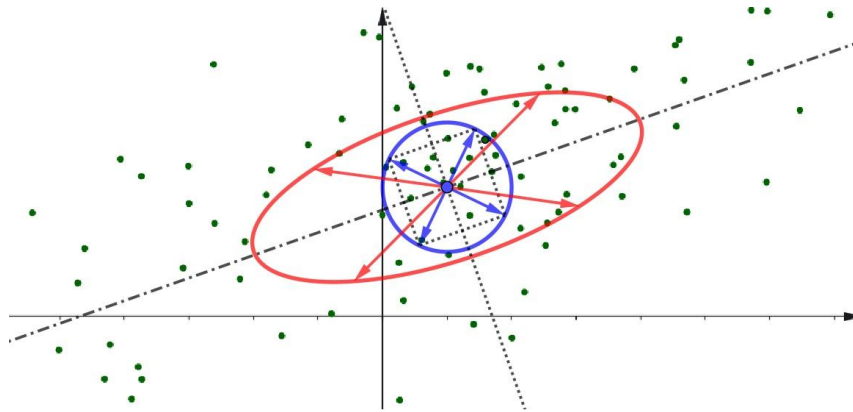


Figura 3: cambio de las direcciones de proyección de acuerdo con la estructura de los datos. Los puntos verdes representan los datos, cuya distribución no es uniforme sino que tiene direcciones de mayor varianza. En particular, la dirección de máxima varianza está en línea de puntos y rayas. Los vectores azules representan un muestreo uniforme, mientras que los rojos son el resultado de la transformación definida a partir de la covarianza.

En el esquema habitual de NA-MEMD el ruido se agrega como uno o más canales extra, para aprovechar la descomposición multivariada. Esta técnica es conveniente para descomponer las señales de interés mejorando el filtrado, para luego descartar los canales de ruido en el resultado final. Sin embargo, no es fácil hacerla compatible con APIT-MEMD, porque el agregado de canales extra distorsiona la estructura covariante de los datos. Por ende, se apela a un esquema de EMD por conjuntos (ensembles) al que denominamos E-APIT-MEMD. Esto significa que a la señal bivariada se le agrega ruido en cada canal y se descompone el resultado con APIT-MEMD. Este procedimiento se repite una cantidad de veces para que en el promedio se anule el ruido.

Para estudiar la causalidad entre dos señales $s_1(t)$ y $s_2(t)$, se las descompone mediante E-APIT-MEMD. Las IMFs resultantes pueden expresarse como en (2), agregando un subíndice j para indicar el modo:

$$s_{1j}(t) = a_{1j}(t) \cdot \cos[\varphi_{1j}(t)] \quad s_{2j}(t) = a_{2j}(t) \cdot \cos[\varphi_{2j}(t)] \quad (4)$$

A partir de estas expresiones se define la *coherencia de fase instantánea*:

$$coh(s_{1j}, s_{2j}) = \frac{1}{L} \int_0^L e^{i\Delta\varphi(t)} dt \quad (5)$$

Donde $\Delta\varphi(t) = \varphi_{2j}(t) - \varphi_{1j}(t)$ mide la diferencia de fase y L es la longitud total de las señales. La coherencia será máxima y de valor 1 si la diferencia de fase permanece constante. Si en cambio varía aleatoriamente se aproximará a cero. La *fuerza causal* de s_1 sobre s_2 se define como

$$D(s_{1j} \rightarrow s_{2j}) = \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{Var_{1k} \cdot Var_{2k}}{\sum_{p=1}^n Var_{1k} \cdot Var_{2k}} [coh(s_{1k}, s_{2k}) - coh(s_{1k}, s'_{2k})]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

donde s'_{2k} son las IMFs que surgen al descomponer s_2 después de restarle su j -ésima IMF y Var_{ik} es la varianza de la respectiva IMF. De manera análoga se define $D(s_{2j} \rightarrow s_{1j})$.

Datos

Para una correcta comparación entre el algoritmo propuesto y sus versiones anteriores, se utilizan exactamente los mismos datos. Se trata de series observacionales de anomalías mensuales de precipitaciones de Buenos Aires y Junín, provincia de Buenos Aires (Climate Explorer). Entre los índices disponibles de ENSO, se apeló al Niño 3.4, que registra las anomalías de temperatura en la superficie del mar (Climate Explorer). El período de estudio elegido es 1960-1990. Tanto los datos como el código se encuentran disponibles [aquí](#).

Resultados

En la Figura 4 se exhibe la descomposición simultánea de las señales de ENSO y de las precipitaciones en Buenos Aires. En la Tabla 1 se encuentran los resultados de causalidad. Se aprecia una influencia causal de ENSO sobre Buenos Aires y Junín al nivel de la IMF 4, que expresa fluctuaciones con un período próximo a los dos años. Con el método anterior, la IMF asociada con el período de dos años era la 5, y las diferencias de fuerza causal resultaban menores. Al estudiar la fuerza causal entre Junín y Buenos Aires, se encuentra una tenue diferencia de fuerza causal de Junín sobre Buenos Aires en la IMF 4. La diferencia se revierte en las IMF 1 y 2.

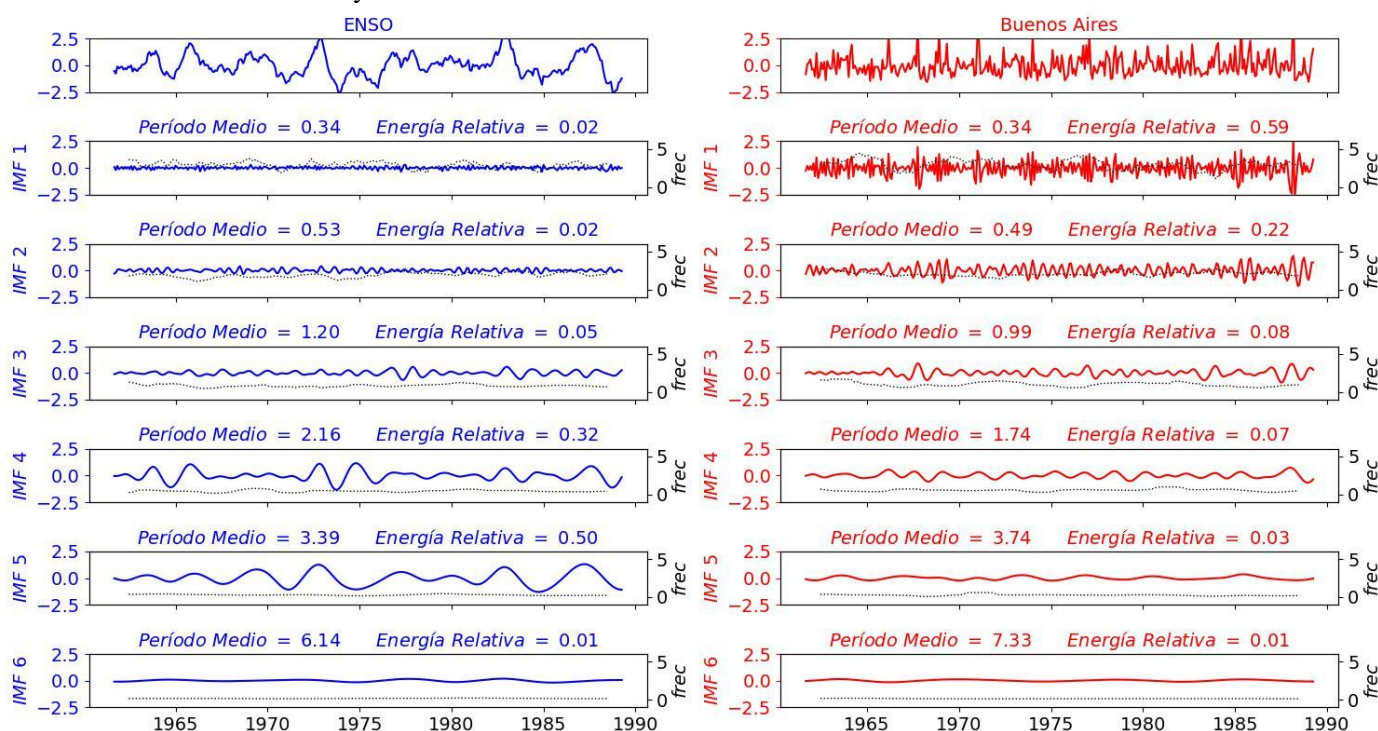


Figura 4: descomposición E-APIT-MEMD de ENSO y precipitaciones en Buenos Aires. A partir de la frecuencia instantánea se calcula el período medio de cada IMF. También se indica su energía relativa a la señal completa. Se omiten las últimas dos IMFs por tener una energía relativa que las hace irrelevantes.

IMF	D(ENSO→BA)	D(BA→ENSO)	D(ENSO→Ju)	D(Ju→ENSO)	D(Ju→BA)	D(BA→Ju)
1	0.058	0.032	0.064	0.023	0.272	0.330
2	0.067	0.023	0.079	0.023	0.070	0.110
3	0.016	0.009	0.036	0.012	0.048	0.034
4	0.079	0.016	0.125	0.040	0.069	0.035
5	0.043	0.043	0.025	0.035	0.002	0.003
6	0.002	0.014	0.030	0.034	0.002	0.007

Tabla 1: fuerzas causales entre ENSO y precipitaciones en Buenos Aires (BA) y Junín (Ju). Siguiendo el criterio de Yang et al. (2018), los valores por debajo de 0.05 se consideran poco relevantes.

Conclusiones

El método E-APIT-MEMD alcanza resultados consistentes con los obtenidos previamente y con la conocida influencia del ENSO. Además, para las IMFs en las que se halla causalidad diferencial, los valores son mayores que los del método previo. Entre las series de Junín y Buenos Aires se encuentra una presunta influencia de Junín sobre Buenos Aires para el período de 2 años. Este resultado puede atribuirse a que ambas series están sujetas al forzante común del ENSO, cuya influencia se ejerce de manera dispar sobre ambas localidades. Finalmente, la influencia de Buenos Aires sobre Junín que se registra para las IMFs 1 y 2 no puede atribuirse al ENSO, porque ocurre a una frecuencia para la que sus IMFs tienen una energía irrelevante. Estos resultados ponen de manifiesto la necesidad de una interpretación cuidadosa de la Descomposición Causal, considerando los valores que arroja a la luz de la información contextual disponible.

Referencias

- Climate Explorer. World Meteorological Organization. Nino3.4 [K] HadISST1 Nino3.4 index. Descargado en Julio 26, 2024.
- Climate Explorer. World Meteorological Organization. Monthly GHCN v2 precipitation Buenos Aires (Argentina). Descargado en Julio 26, 2024
- Climate Explorer. World Meteorological Organization. Monthly GHCN v2 precipitation Junín Aero (Argentina). Descargado en Julio 26, 2024
- Hemakom A., Goverdovsky V., Looney D., y Mandic D.P. (2016) Adaptive-projection intrinsically transformed multivariate empirical mode decomposition in cooperative brain–computer interface applications. *Philos Trans A Math Phys Eng Sci* 13, 374 (2065): 20150199. <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0199>
- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N., Tung C.C. y Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 454(1971), 903-995. <https://doi.org/10.1098/rspa.1998.0193>
- Messié, M., y Chavez, F. (2011). Global modes of sea surface temperature variability in relation to regional climate indices. *Journal of Climate*, 24(16), 4314-4331. <https://doi.org/10.1175/2011JCLI3941.1>
- Muszkats, J. P., Zitto, M. E., y Piotrkowski, R. (2024). Interpretando la Descomposición Causal aplicada a Fenómenos Climáticos. *AJEA (Actas De Jornadas Y Eventos Académicos De UTN)*, (AJEA 37). <https://doi.org/10.33414/ajea.1679.2024>
- Rehman, N. y Mandic, D. P. (2011). Filter bank property of multivariate empirical mode decomposition. *IEEE transactions on signal processing*, 59(5), 2421-2426 <https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2106779>
- Silva, F. N., Vega-Oliveros, D. A., Yan, X., Flammini, A., Menczer, F., Radicchi, F., Kravitz, B. y Fortunato, S. (2021). Detecting climate teleconnections with Granger causality. *Geophysical Research Letters*, 48(18), e2021GL094707. <https://doi.org/10.1029/2021GL094707>
- Wu, Z., y Huang, N. E. (2009). Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Advances in adaptive data analysis*, 1(01), 1-41. <https://doi.org/10.1142/S1793536909000047>
- Yang, A. C., Peng, C-K y Huang, N. E. (2018). Causal decomposition in the mutual causation system. *Nature communications*, 9 (1), 1-10. <https://doi.org/10.1038/s41467-018-05845-7>