

# Revisión sobre estrategias de optimización para el control ambiental en recursos hídricos

## Review of Optimization Strategies for Environmental Control in Water Resources

Presentación: xx/10/2024

### Cecilia I. Stoklas

Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA), Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina,  
stoklas@frbb.utn.edu.ar

### Víctor H. Cortínez

Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA), Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina,  
vcortine@frbb.utn.edu.ar

### Patricia N. Dominguez

Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina,  
pdoming@uns.edu.ar

### Resumen

Se presenta una revisión de diversos trabajos de investigación previamente publicados por el Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA) sobre problemas de diseño relacionados con la calidad del agua en cuerpos acuáticos. Esta revisión destaca la evolución en el desarrollo y combinación de enfoques matemáticos para reducir la cantidad de simulaciones numéricas y minimizar los tiempos computacionales necesarios para resolver problemas de diseño. Se incluye una breve introducción sobre la problemática ambiental, la importancia de los modelos matemáticos y métodos numéricos como herramientas predictivas, y las ventajas del enfoque de simulación-optimización en el diseño y gestión para la toma de decisiones. Se describen los avances de los trabajos analizados y se muestran algunos ejemplos ilustrativos. Finalmente, se realiza un análisis comparativo de los mismos.

Palabras clave: Calidad de Agua, Modelo Hidromorfológico, Elementos Finitos, Estrategias de Optimización.

### Abstract

This review presents various research works previously published by the Center for Theoretical and Applied Mechanics (CIMTA) on design problems related to water quality in aquatic environments. The review highlights the evolution in the development and combination of mathematical approaches aimed at reducing the number of numerical simulations and minimizing the computational times required to solve design problems. It includes a brief introduction to the environmental issues, the importance of mathematical models and numerical methods as predictive tools, and the advantages of the simulation-optimization approach in design and management for decision-making. The review describes the advancements in the analyzed works and provides some illustrative examples. Finally, a comparative analysis of these works is conducted.

Keywords: Water Quality, Hydromorphological Model, Finite Elements, Optimization Strategies.

## Introducción

El aumento de la población global ha exacerbado los problemas de contaminación ambiental, destacando especialmente la contaminación hídrica, que se ha vuelto una preocupación urgente debido a la creciente demanda de agua para diversas necesidades. Entre los problemas más críticos se encuentran la extracción desmedida de agua dulce de acuíferos subterráneos, la construcción de estructuras portuarias y actividades de dragado que alteran la dinámica hídrica y el transporte de sedimentos, y las descargas incontroladas de efluentes industriales y domiciliarios, que aumentan la contaminación de ríos, lagos y océanos.

Para enfrentar estos desafíos, es crucial implementar un sistema de control ambiental eficaz que permita monitorear la concentración de contaminantes. Este sistema debe comprender los fenómenos físico-químicos del transporte de sustancias y balancear aspectos técnicos, económicos y ambientales. Si los niveles de contaminación exceden los límites aceptables, se deben tomar medidas correctivas y, si es necesario, realizar acciones de remediación. Sin embargo, las medidas correctivas, aunque necesarias, pueden ser costosas y, en casos graves, causar daños significativos al entorno. Por lo tanto, una alternativa más eficiente es adoptar un enfoque preventivo que busque evitar niveles críticos de contaminación y reducir la necesidad de intervenciones correctivas. Este enfoque se basa en modelos matemáticos que predicen las condiciones ambientales futuras. Si bien inicialmente los modelos se basaban en experiencias empíricas y casos similares, los avances en técnicas computacionales han mejorado significativamente su capacidad predictiva, convirtiéndolos en herramientas valiosas para una mejor comprensión de los procesos ambientales.

En particular, la modelización matemática de la circulación en cuerpos de agua utiliza las ecuaciones tridimensionales de Navier-Stokes para flujos incompresibles y la ecuación de continuidad promediada según Reynolds. Estas ecuaciones determinan los campos de presión y velocidad dentro de éstos, pero su resolución analítica es compleja. Para abordar tales problemas, se han desarrollado esquemas numéricos y computacionales, como diferencias finitas (MDF) y elementos finitos (MEF), siendo estos últimos útiles para dominios de geometría compleja. Aunque los programas basados en el MEF pueden simular situaciones hidrodinámicas y de transporte de contaminantes en un enfoque tridimensional, el tiempo computacional puede ser considerable, especialmente en el contexto de diseño donde las simulaciones deben repetirse muchas veces y, en algunos casos, complejas debido al gran número de parámetros y variables involucrados.

Para simplificar la carga computacional, se suelen utilizar versiones adaptadas de las ecuaciones según el contexto específico. Por ejemplo, en ríos con gran dimensión longitudinal en comparación con la sección transversal, se emplea un sistema unidimensional de ecuaciones diferenciales, incluyendo las ecuaciones de Saint Venant para variaciones de profundidad y velocidad, y la ecuación de advección-dispersión para la distribución de contaminantes. En cuerpos de agua con profundidad menor que las dimensiones horizontales, como lagos o zonas costeras, se utilizan aproximaciones bidimensionales mediante integración vertical. También se aplican simplificaciones similares en problemas de extracción de agua en acuíferos. Diversas investigaciones han abordado la modelización de problemas ambientales reales.

Sin embargo, comparar diferentes escenarios futuros mediante simulaciones numéricas puede seguir siendo costoso en términos de tiempo de cómputo. Aunque es posible reducir el tiempo de cálculo preseleccionando un conjunto mínimo de alternativas basado en la experiencia, esto puede excluir opciones potencialmente mejores, resultando en diseños que podrían no cumplir con las expectativas, generando desventajas ambientales y económicas significativas. Por lo tanto, es conveniente utilizar técnicas de optimización que permitan obtener la mejor alternativa con el menor número de evaluaciones necesarias. No obstante, el tiempo de cálculo para el diseño óptimo puede seguir siendo alto debido al costo computacional asociado con la simulación numérica.

Se realiza a continuación una revisión sobre trabajos previos de nuestra autoría, que documentan la evolución en el desarrollo y combinación de enfoques matemáticos para abordar problemas de diseño óptimo. Estos estudios muestran cómo se han desarrollado métodos para minimizar la cantidad de simulaciones necesarias y reducir el tiempo de cálculo asociado, integrando y ajustando técnicas matemáticas para mejorar la eficiencia en la resolución de problemas ambientales complejos. La revisión detalla los avances metodológicos desarrollados para enfrentar desafíos específicos en el diseño y gestión de recursos naturales, demostrando el progreso en la optimización de procesos y en la obtención de soluciones más efectivas en diversos contextos ambientales.



## Avances de los trabajos analizados

Inicialmente, se desarrolló un modelo computacional estacionario para el diseño óptimo de plantas de tratamiento de aguas residuales ubicadas cerca de ríos. El objetivo era determinar la mejor ubicación para las salidas de las tuberías de descarga y el grado de tratamiento de los efluentes urbanos provenientes de  $N$  plantas de depuración, para mantener las concentraciones de ciertos indicadores ambientales dentro de los límites permitidos en zonas protegidas del cuerpo de agua, como áreas de pesca, recreación, etc. La función objetivo era minimizar el costo total de construcción y operación de las plantas, respetando tales restricciones ambientales.

Para abordar este problema, se necesita conocer los niveles de concentración en las diferentes zonas. Esto requiere obtener el régimen hidrodinámico del cuerpo de agua. Con esta información, se puede determinar la concentración de contaminantes resolviendo las ecuaciones bidimensionales (integradas en la vertical) de transporte de sustancias disueltas (advección-difusión) junto con sus condiciones de borde, donde las velocidades del flujo entran como coeficientes de estas ecuaciones. Dado que estas ecuaciones hidrodinámicas y de transporte son complejas, se resuelven numéricamente utilizando el MEF. Luego, mediante la simulación de distintos escenarios para diferentes localizaciones de salidas de las tuberías de descarga y del grado de depuración supuestos, es posible evaluar el nivel de contaminación media en las áreas protegidas, así como comparar los costos de construcción y operación asociados a las plantas de depuración.

Para acelerar los tiempos de cálculo, se implementaron dos estrategias. La primera fue usar fórmulas analíticas para evaluar la concentración media de los indicadores ambientales en las zonas protegidas mediante coeficientes de influencia, que se obtienen convenientemente a partir del problema adjunto del modelo de transporte. Esta aproximación es ventajosa ya que solo se requiere resolver numéricamente las ecuaciones de transporte una vez por cada indicador y zona protegida, reduciendo así considerablemente el tiempo de cálculo. La segunda estrategia implicó aplicar una técnica de optimización, específicamente el método de “Recocido Simulado” (RS). Este método heurístico automatiza la búsqueda de las variables de diseño (coordenadas de descarga y grado de purificación) para converger al diseño óptimo. El RS genera soluciones factibles aleatoriamente y busca una buena aproximación al valor óptimo global, evitando la convergencia local en problemas de gran escala. Este procedimiento es muy simple de implementar computacionalmente.

Finalmente, se obtuvo un enfoque computacional que integró un modelo de simulación, fórmulas analíticas (enfoque adjunto) y la técnica de optimización RS, implementado en el programa de simulación por el MEF llamado FlexPDE. Estos avances se documentaron en varias publicaciones (Stoklas C. y Cortínez V., 2011a, 2011b, 2011c) y en una tesis de Magíster en Ingeniería Ambiental (Stoklas C., 2011d). A modo de ejemplo se presenta en la Fig. (1a) el algoritmo de RS empleado para uno de los casos de diseño, donde  $X$  es el conjunto de variables de diseño,  $\beta_j$  el grado de purificación,  $Fx_j$  y  $Fy_j$  las coordenadas de descarga de efluentes,  $E_f$  la tolerancia de error de la función objetivo,  $Z_p$  la función objetivo (para este caso corresponde al costo de construcción y operación de plantas de tratamiento) y  $\bar{a}$  es un factor que influye en la probabilidad de aceptación de soluciones factibles que no mejoren la función objetivo. Al aplicar el algoritmo en combinación con el programa de simulación basado en el MEF, se alcanzó la solución deseada. En este contexto, la Fig. (1b) muestra la simulación de la ubicación óptima de dos descargas de efluentes (círculos negros), situadas bajo condiciones de admisibilidad de concentración de Coliformes fecales (CF) en dos zonas protegidas (cruces negras) dentro de un tramo de río.

### Paso 1. Inicializar Variables de Diseño:

$$X_{min}=X_0, \quad X_{corriente}=X_0, \quad Zp_{min}=Zp(X_0), \quad Zp_{corriente}=Zp(X_0)$$

### Paso 2. Repetir $iter$ veces

2.1 Calcular  $X' \in N(X)$  (entorno de  $X$ ) y evaluar el cambio en la función objetivo  $\rightarrow \Delta = Zp(X') - Zp_{corriente}$

2.2 Decidir si  $X'$  es aceptada

si  $\Delta < 0$  ir a 2.3, si no generar una variable aleatoria  $p \in (0,1)$

$$\text{si } p < \exp\left(-\bar{a}\Delta / |Zp_{corriente}| E_f\right) \text{ ir a 2.3,}$$

si no ir a 2.1

2.3 Actualizar  $X_{corriente}=X'$  y  $Zp_{corriente}=Zp(X')$ .

Decidir si corresponde al valor mínimo:

Si  $Zp(X') < Zp_{min}$  ir a 2.4

Si no, ir a 2.1

2.4 Actualizar  $X_{min}=X'$  y  $Zp_{min}=Zp(X')$  ir a 2.1

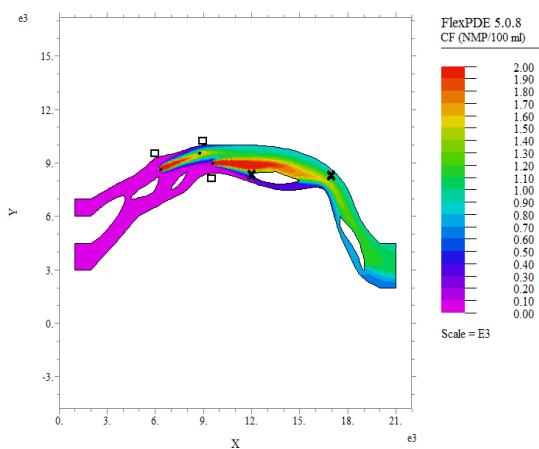


Figura 1: a) Algoritmo de RS, b) Distribución de Coliformes fecales y localización óptima de las descargas.



Seguidamente, a los efectos de comprobar la eficiencia de dicha metodología, se aplicó este enfoque al desarrollo de otros problemas de ingeniería ambiental. Específicamente se analizó el problema de la determinación de los máximos volúmenes de extracción de agua en acuíferos costeros a los efectos de prevenir el fenómeno de intrusión salina. En primer lugar, se formuló un problema de diseño óptimo donde la función objetivo correspondía a la maximización de la cantidad de agua extraída (Cortínez V. y Stoklas C., 2013). Luego se generalizó el problema para contemplar simultáneamente la maximización de agua dulce extraída y la minimización de los costos de bombeo (Stoklas C. y Cortínez V. 2013). Los resultados mostraron la efectividad de la metodología propuesta. En tal sentido se investigó sobre modelos de intrusión marina en flujos subterráneos junto con funciones de influencia obtenidas a partir de la transformación de Strack para agilizar su resolución. En la Fig. (2a) se muestra un esquema de acuífero subterráneo costero no confinado, donde  $H_{DS}$  es la altura piezométrica,  $E$  la profundidad de la interfaz agua dulce-salada,  $D$  la profundidad del acuífero medida a partir de su base hasta el nivel medio del mar y  $H_F$  es la profundidad total del acuífero medida a partir de la napa freática. La Fig. (2b) corresponde a la solución óptima obtenida con el método de RS, de uno de los ejemplos desarrollados, y muestra la salida gráfica del nivel de la superficie freática, calculada con el MEF.

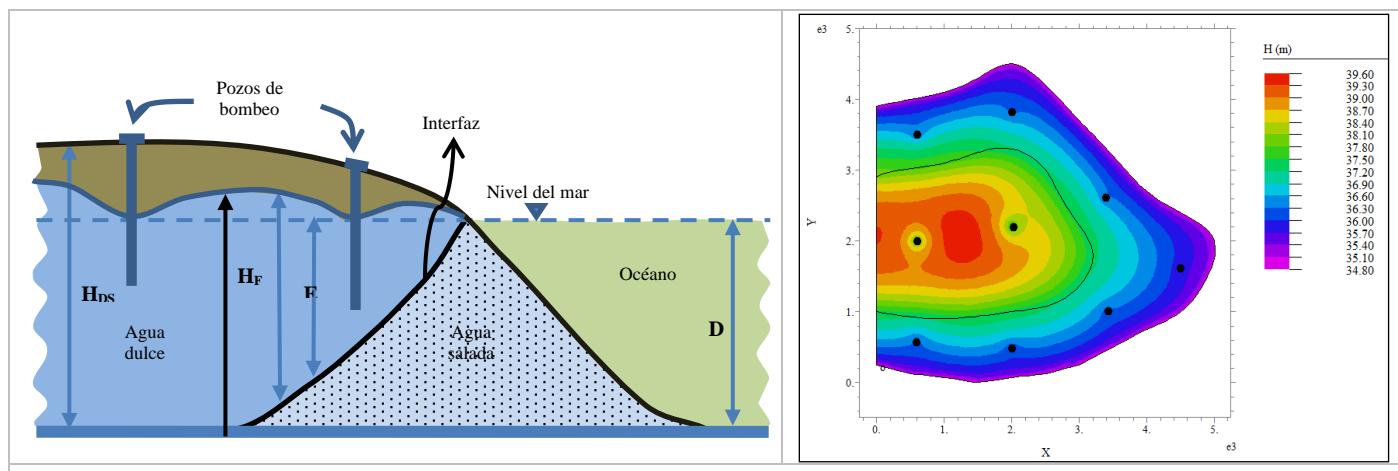


Figura 2: a) Sección transversal de un acuífero no confinado (esquema de interfaz agua dulce-salada), b) Vista en planta de la variación de los niveles freáticos ( $H$ ) sobre el área de estudio.

Tras establecer la metodología para resolver problemas en escenarios ambientales estacionarios, se avanzó en el estudio de modelos hidrodinámicos cuasiarmónicos en estuarios dominados por mareas, donde los forzantes son periódicos y tienden a introducir una respuesta hidrodinámica periódica. Se desarrollaron modelos reducidos usando autofunciones y dinámica transitoria de olas (solución de la ecuación de Berkhoff mediante el MEF) aplicados al diseño de puertos, en ambiente MATLAB (Cortínez V. et al. 2014). Asimismo, se estudiaron problemas de control óptimo del vertido de efluentes en ambientes costeros considerando los efectos de marea (Cortínez V. et al. 2015), donde se utilizó una aproximación basada en el Método de Perturbación (MP) que permite formular el problema hidrodinámico de naturaleza no lineal como dos problemas consecutivos lineales. Haciendo uso de la naturaleza periódica de la marea las ecuaciones hidrodinámicas pueden independizarse de la variable temporal. Luego, para el problema de transporte se desarrollaron funciones de influencia, en este caso integradas temporalmente, hasta determinar sus formas estacionarias (Cortínez et al. 2016 y Stoklas et al, 2017a). También se propuso un enfoque alternativo (Stoklas et al, 2017b), basado en el (MP) aplicado a las ecuaciones de dispersión de contaminantes, logrando reducir aún más los tiempos computacionales al obtener directamente la respuesta estacionaria a partir de un sistema de ecuaciones independientes del tiempo. Sin embargo, cuando el diseño involucra diferentes puntos posibles de descarga, este enfoque puede resultar caro ya que se debe calcular la ecuación para cada una de estas ubicaciones. En tal sentido, se empleó un desarrollo en Series de Fourier sobre el Enfoque Adjunto del problema de transporte (Stoklas C., Cortínez V., y Dominguez P, 2017c) obteniendo componentes de influencia que, por su independencia temporal, mejoran la velocidad de cálculo. Estos avances dieron lugar además a la elaboración final de una tesis de Doctorado en Ingeniería con Mención en Mecánica Teórica y Aplicada (Stoklas, 2018). Para ilustrar la problemática abordada, en la Fig. (3a) se muestra un ejemplo de uno de los esquemas de diseño de planta y capacidad de tratamiento desarrollados y



en la Fig. (3b) se grafica la evolución de la función objetivo (correspondiente a un caso de minimización de costos de tratamiento y construcción de plantas de tratamiento). Se observa la tendencia hacia el mínimo de la función.

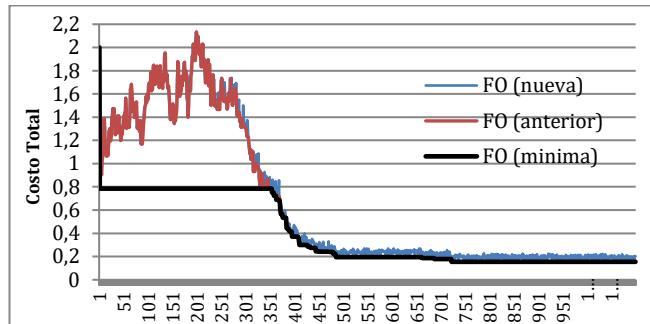
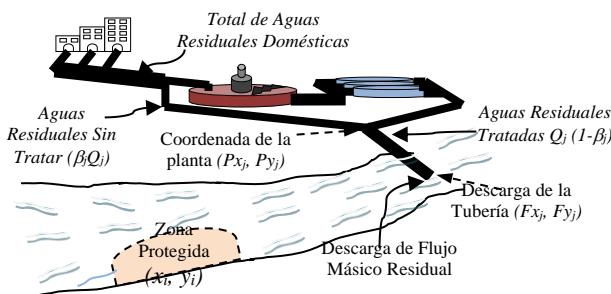


Figura 3: a) Esquema de diseño de planta y capacidad de tratamiento, b) Evolución de la función objetivo.

Seguidamente, se investigó el diseño y control de erosión-sedimentación en estuarios mediante modelos hidrodinámicos-morfológicos, enfocándose en un método para diseñar absorbedores dinámicos, también llamados lagunas de absorción. Estos dispositivos reducen la energía de las oscilaciones mareales en condiciones cuasi resonantes, disminuyendo la amplificación de amplitudes mareales y la turbidez asociada. Los aspectos clave en su diseño incluyen las dimensiones geométricas y la ubicación de las lagunas en el estuario, que influyen en la dinámica mareal. Se desarrolló un modelo de simulación-optimización para diseñar lagunas que minimicen los efectos de resonancia, utilizando un enfoque linealizado unidimensional para la dinámica mareal (Dominguez P. et al. 2019). Posteriormente, se consideró además el control en los niveles de turbidez para un sistema forzado por una combinación de mareas del tipo M2M4 (Stoklas C. et al. 2019a). El procedimiento seguido en ambas publicaciones se basó en una solución mediante el MEF del modelo hidrodinámico simplificado, en combinación con la técnica de RS. Siguiendo con la misma línea de investigación, se trabajó en una nueva metodología de solución para describir la hidrodinámica del sistema estuario-laguna. La misma corresponde al desarrollo de un modelo reducido bidimensional, mediante la expansión modal de la elevación de la superficie libre del estuario, que requiere de formas modales calculadas con el MEF. Luego, haciendo uso del enfoque de Galerkin se llegó a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales permitieron determinar de forma expeditiva las amplitudes de la superficie libre del mar y de las velocidades hidrodinámicas, así como también los niveles de turbidez dentro del estuario. La velocidad de cálculo que permitió el enfoque propuesto, lo hace atractivo para su utilización en el marco de un problema de optimización. En este trabajo se utilizó el modelo reducido, en combinación con el método de RS para determinar de marea óptima las principales dimensiones de las lagunas de absorción y sus ubicaciones dentro del estuario (Stoklas C. et al. 2019b). En la Fig. (4a) se muestra un esquema idealizado del sistema estuario-laguna donde  $\eta$  es la elevación en la superficie libre,  $x_j$  y  $y_j$  la posición de la laguna,  $b_j$  el ancho,  $h_j$  la profundidad del canal de salida hacia la laguna,  $l_j$  la longitud del canal,  $A_j$  el área en planta de la laguna  $j$ -ésima,  $B_0$  es el ancho del estuario,  $BI$  es el borde impermeable y  $BA$  es el borde abierto en la boca del estuario. En la Fig. (4b) se muestra una comparación entre la solución simplificada con la solución numérica del problema forzado transitorio mediante el MEF en una posición a  $\frac{3}{4}$  del estuario.

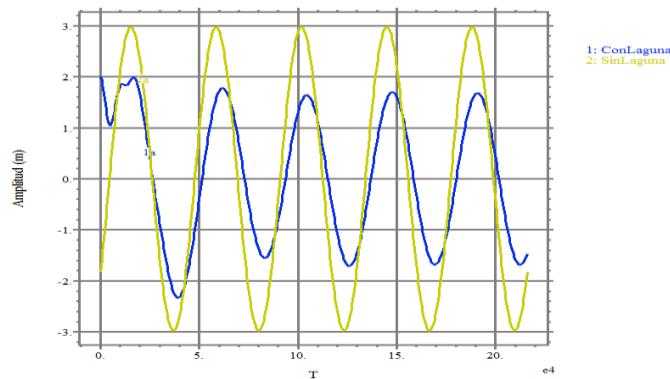
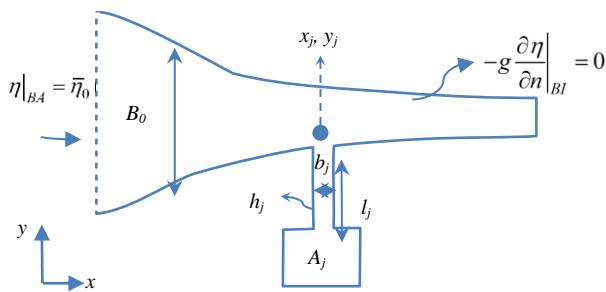


Figura 4: a) Esquema idealizado de estuario-laguna de absorción, b) Comparación de  $\eta$  para las situaciones inicial (caso sin laguna) y óptima (con laguna) en cercanías de la cabeza del estuario.

Finalmente, se realizaron cálculos mediante el MEF orientados a la atenuación de oscilaciones hidrodinámicas en estuarios. En tal sentido se trabajó en un enfoque simplificado que supone una disminución en el tiempo del cálculo computacional, para la determinación de las frecuencias de oscilación de la masa de agua, con el objeto de obtener un diseño antiresonante de las geometrías portuarias que asegure un ambiente adecuado para tareas de carga y descarga de barcos (Stoklas C., Cortínez V. y Dominguez P., 2022).

## Análisis comparativo

Los estudios revisados demuestran una amplia variedad de enfoques metodológicos y aplicaciones específicas en la modelización y optimización de problemas ambientales relacionados con la calidad del agua y el diseño de infraestructuras. A continuación, se resumen los principales enfoques y sus contribuciones:

1. **Enfoque de Simulación-Optimización:** Este enfoque ha mostrado una gran versatilidad y se ha aplicado en diversos contextos, incluyendo el control y mantenimiento de la calidad del agua, el diseño de puertos y sistemas de extracción de agua dulce. Se ha desarrollado una herramienta computacional en MATLAB que integra el enfoque propuesto con el programa de elementos finitos FlexPDE para gestionar el proceso de búsqueda de soluciones óptimas.
2. **Reducción de Simulaciones y Tiempos de Cálculo:** Uno de los principales aportes ha sido la reducción significativa en el número de simulaciones requeridas, así como en el tiempo total de cálculo para el diseño óptimo. Esto se ha logrado mediante la simplificación y reformulación de estrategias matemáticas, que incluyen:
  - a. **Solución del Problema Hidrodinámico mediante Perturbación y Método de Fourier Temporal:** Esta estrategia ha permitido desacoplar el problema hidrodinámico del problema de transporte de sustancias. La formulación del problema hidrodinámico mediante el Método de Perturbación aborda su no linealidad al resolver dos sistemas lineales consecutivos. Además, la aplicación del Método de Fourier a este sistema perturbado evita la necesidad de simular la historia temporal completa, facilitando la evaluación directa del estado estacionario de interés. Este enfoque resulta ventajoso ya que elimina la necesidad de almacenar el historial temporal, lo que facilita la integración de la hidrodinámica en el problema de transporte de sustancias.
  - b. **Formulación y Solución del Problema Adjunto de Transporte:** Este enfoque permite obtener funciones de influencia mediante un número reducido de simulaciones con el MEF. Estas funciones conducen a fórmulas simplificadas para la evaluación de las concentraciones medias temporales y espaciales de contaminantes en zonas de interés ambiental. Comparado con el enfoque general de simulación-optimización, esta metodología ha reducido los tiempos de cálculo hasta en doscientas veces.
  - c. **Solución Estacionaria de Problemas de Transporte mediante el Método de Fourier:** La aplicación del Método de Fourier a problemas de transporte de sustancias con descarga periódica ha permitido una reducción aún mayor en los tiempos de simulación. Este método evita el cálculo de la historia temporal completa, logrando disminuciones en los tiempos de simulación y optimización de hasta mil veces en comparación con métodos directos.

## Conclusiones

Para esta revisión, se seleccionaron trabajos en base a criterios que aseguran su relevancia y calidad. Se priorizaron estudios centrados en el tratamiento de aguas residuales, la gestión de acuíferos y construcción de estructuras como puertos y lagunas absorbadoras, áreas esenciales para la ingeniería ambiental y la sostenibilidad hídrica. Se valoraron las innovaciones metodológicas, destacando el uso de técnicas computacionales avanzadas como métodos espectrales, elementos finitos y optimización matemática. La diversidad de enfoques, que incluye desde el diseño de plantas hasta la gestión de estuarios y puertos, proporciona una visión amplia de las soluciones disponibles. Además, se consideraron estudios con impacto práctico, como la optimización de vertidos y el diseño de puertos para evitar efectos de resonancia y controlar la turbidez, asegurando su aplicabilidad en contextos reales.

Los avances en modelización y optimización han mejorado significativamente la eficiencia de las simulaciones y el diseño óptimo. La integración de técnicas como el Método de Perturbación y el Método de Fourier Temporal, así como la formulación del problema adjunto de transporte, ha permitido reducir

drásticamente los tiempos de cálculo y simplificar la evaluación de concentraciones de contaminantes. Los estudios también han demostrado ser efectivos en el diseño de puertos y la gestión de la turbidez.

Aunque estos desarrollos han facilitado soluciones más precisas y sostenibles, el desafío de aplicar estos enfoques a contextos más variados y complejos persiste. Seguir desarrollando y refinando estas técnicas será esencial para abordar de manera eficiente y sostenible los desafíos ambientales futuros.

## Referencias

- Stoklas C. y Cortínez V. (2011a). Diseño óptimo de plantas de tratamiento de aguas residuales. *Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, Vol. 3, pp. 327-330. ISSN 2314-3282.
- Stoklas C. y Cortínez V. (2011b). Un modelo computacional para el estudio de contaminación en cuerpos de aguas poco profundas. *Contaminación Atmosférica e Hídrica en Argentina*. pp, 523-532. ISBN: 978-950-42-0136-6.
- Stoklas C. y Cortínez V. (2011c). Un enfoque de optimización para el control de vertido de efluentes urbanos en ríos. *Mec. Computacional Vol. XXX. N°45* pp. 3577-3594. ISSN: 2591-3522.
- Stoklas C. (2011d). Un enfoque de optimización para el control de vertido de efluentes urbanos en aguas poco profundas. Tesis de Magíster en Ingeniería Ambiental. UTN-FRBB.
- Cortínez V. y Stoklas C. (2013). Determinación de los máximos volúmenes de extracción de agua en acuíferos costeros. *Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, Vol. 4. pp. 433-436. ISSN 2314-3282.
- Stoklas C. y Cortínez V. (2013). Un enfoque de diseño óptimo de un sistema de extracción de agua dulce en acuíferos. *Mec. Computacional Vol. XXXII N°33*. pp. 2811-2824. ISSN: 2591-3522.
- Cortínez V., Stoklas C. y Dominguez P. (2014). Diseño óptimo de estructuras portuarias para atenuar efectos de agitación por olas largas. *Mec. Computacional Vol. XXXIII N°6*. pp. 307-322. ISSN: 2591-3522.
- Cortínez V., Stoklas C. y Dominguez P. (2015). Control óptimo de descargas de aguas residuales urbanas en estuarios. *Contaminación Atmosférica e Hídrica en Argentina. Tomo III*. pp, 733-746. ISBN: 978-950-42-0163-2.
- Cortínez V., Stoklas C. y Domínguez P. (2016). Control óptimo de vertidos industriales o urbanos en estuarios dominados por mareas. *Mec. Computacional Vol. XXXIV N°47*, pp. 3223-3236. ISSN: 2591-3522.
- Stoklas C., Cortínez V. y Domínguez P. (2017a). Calidad de agua en estuarios: control óptimo de descargas de efluentes domiciliarios. *Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, vol. 6. pp. 332-335. ISSN 2314-3282.
- Stoklas C., Cortínez V. y Domínguez P. (2017b). Optimización de la calidad de agua en estuarios: Aplicación del método espectral. *Contaminación Atmosférica e Hídrica en Argentina. Tomo IV*. ISBN: 978-950-42-0163-2.
- Stoklas C., Cortínez V. y Domínguez P. (2017c). Contaminación en cuerpos de agua dominados por mareas: aplicación del método espectral en la ecuación adjunta del problema de transporte de sustancias. *Mec. Computacional Vol. XXXV N° 29*, pp. 1683-1696. ISSN: 2591-3522.
- Stoklas C. (2018). Estrategias de optimización para el control de la calidad de agua en estuarios y otros problemas relacionados. Tesis Doctoral en Ingeniería con Mención en Mecánica Teórica y Aplicada. UTN-FRBB.
- Domínguez P., Stoklas C. y Cortínez V. (2019). Atenuación de amplitudes mareales en estuarios mediante lagunas de absorción: Diseño óptimo. *Matemática Aplicada, Comp. e Ind.*, vol. 7. pp. 337-340. ISSN 2314-3282.
- Stoklas C., Cortínez V. y Domínguez P. (2019a). Control de turbidez en estuarios mediante lagunas de absorción dinámica. *Contaminación Atmosférica e Hídrica en Argentina. Tomo V*. pp. 521-531. ISBN: 978-950-42-0163-2.
- Stoklas C., Cortínez V. y Domínguez P. (2019b). Diseño óptimo de lagunas de absorción para controlar amplitudes mareales y niveles de turbidez en estuarios. *Mec. Comp. Vol. XXXVII N°48*, pp. 1921-1930. ISSN: 2591-3522.
- Domínguez P., Stoklas C. y Cortínez V. (2021). Un enfoque simple para el control de la epidemia del covid-19. *Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, vol. 8. pp. 739-742. ISSN 2314-3282.
- Stoklas C., Cortínez V. y Domínguez P. (2022). Estimación de la dinámica de erosión-sedimentación en estuarios mediante un modelo simplificado. *Cont. Atmos. e Hídrica en Arg. Tomo VI*. pp. 264-274. ISBN 978-987-4998-93-4.