

# Análisis de resorte prismático construido aditivamente para usos en meta-estructuras

## Analysis of prismatic-like spring additively manufactured for uses in meta-structures

Presentación: xx/10/2024

**Leandro Nazareno Gutiérrez**

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Bahía Blanca. Departamento Ingeniería Mecánica.

[leandronazarenogutierrez@outlook.com](mailto:leandronazarenogutierrez@outlook.com)

**Marcelo Tulio Piovan**

Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Bahía Blanca. Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA). Departamento Ingeniería Mecánica.

[mpiovan@frbb.utn.edu.ar](mailto:mpiovan@frbb.utn.edu.ar)

### Resumen

Una meta-estructura es un concepto estructural constituido por una estructura portante que contiene pequeños osciladores distribuidos periódicamente. Cuando la meta-estructura vibra, se puede mitigar sustancialmente la amplitud de vibraciones, si los osciladores están calibrados idénticamente. Tal reducción de vibraciones se produce en una franja de frecuencias que contiene a la frecuencia natural de los osciladores. En meta-estructuras elásticas conformadas por una viga portante y sus osciladores embebidos, el diseño y caracterización mecánica de estos últimos es una tarea fundamental. Así pues en este artículo se efectúa un estudio para caracterizar las propiedades elásticas de un muelle prismático a flexión construido aditivamente en polímeros extruidos. Para ello se emplea el método de Taguchi en el diseño del experimento, una máquina de ensayo para la determinación de la constante de rigidez del muelle, y con ello se determinan los parámetros más influyentes en el diseño del oscilador.

Palabras clave: resortes de flexión prismáticos, rigidez, impresión 3D, PETG

### Abstract

A meta-structure is a structural concept consisting of a main structure containing small oscillators distributed periodically. When the meta-structure vibrates, the vibration amplitude can be substantially mitigated, if the small oscillators are all calibrated identically. Such vibration reduction occurs in a band of frequencies that contains the natural frequency of the oscillators. In elastic meta-structures made up of a supporting beam and its embedded oscillators, the design and mechanical characterization of the latter is a fundamental task. Thus, in this article a study is carried out to characterize the elastic properties of a prismatic flexural spring built additively in extruded polymers. For this purpose, the Taguchi method is used in the design of the experiment, a testing machine for determining the spring stiffness constant, and then the most influential parameters in the design of the oscillator are determined.

Keywords: prismatic bending springs, stiffness, 3D printing, PETG

## Introducción

Durante los últimos años diversas áreas industriales de alta tecnología como la aeroespacial, la automovilística, la electrónica y la militar, entre otras, han propendido al uso de materiales y estructuras periódicas con micro y macro resonadores internos (en lo que se ha dado a llamar “meta-estructura y meta-material”); con el objetivo de disminuir, amortiguar, atenuar o cancelar fenómenos oscilatorios en ciertos rangos de frecuencia, o bien de magnificarlos en casos específicos. Ejemplos aplicativos de estas construcciones se hallan en las protecciones acústicas aero-espaciales o elementos para efectuar control estructural o subestructuras para colector y/o disipar energía, entre otras aplicaciones. Muchas de tales estructuras son esbeltas y ahusadas, que poseyendo configuraciones constructivas complejas se modelan recurriendo al concepto de barras esbeltas, mediante hipótesis adecuadas y técnicas de homogeneización. De forma que se reduce la realidad 3D a una realidad 1D, manteniendo muy buena representatividad y precisión (Dominguez et al., 2022; Fabro et al., 2020).

Unos de los modelos constructivos conceptuales de meta-estructuras son las vigas con resonadores adosados y calibrados adecuadamente. Las vigas pueden ser rectas o curvadas, esbeltas o algo gruesas, con secciones sólidas simples o poligonales de paredes delgadas, etc., y además combinaciones entre los casos anteriores. Los resonadores pueden ser elastomecánicos, piezo-eléctricos o magnetostrictivos y aun combinaciones entre ellos para obtener diversas zonas de band-gap o bien para ampliarlas en el mayor rango posible. Entre los resonadores el elastomecánicos el sistema conceptual masa/resorte es uno de los más empleados. Si bien, un sistema masa/resorte es bastante sencillo, no siempre es fácil conseguir una disposición geométrica adecuada para su montaje en la estructura portante.

La impresión 3D MDF o construcción aditiva polimérica es una de las formas más disruptivas para construir elementos meta-estructurales para probar conceptos e ideas técnicas. Desde los últimos 10 años, esta tecnología ha venido revolucionando la manera de concebir productos, bienes y servicios. Con ella se pueden desarrollar algunos modelos conceptuales de meta-estructuras para luego efectuar ensayos de verificación de las respuestas dinámicas esperadas, particularmente la creación de band-gaps. La caracterización de los plásticos impresos es una actividad que tiene lugar desde la misma puesta en mercado de la primera impresora. Diversos autores han efectuado aportes desde por lo menos los últimos 25 años. Los trabajos de Chacon et al. (2017), Dizon et al. (2018), Rodriguez et al. (2001), Syamsuzzaman et al. (2014), Tymrak et al. (2014), Valvez et al. (2023) entre muchos otros, dan una noción de la formidable cantidad de publicaciones referidas a la caracterización de diversas propiedades en piezas impresas.

En este artículo se efectúa la caracterización de la constante de rigidez de un tipo de diseño de resorte a flexión construido aditivamente y con configuración poligonal-prismática. Su caracterización es fundamental y necesaria para su posterior utilización en modelos experimentales de meta-estructuras tipo viga y con ello estimar los posibles rangos esperables de frecuencias de disminución de amplitud vibratoria o band-gap. Se plantea un modelo genérico con algunas dimensiones que pueden ser modificadas y mediante el método de Taguchi se plantean parámetros y niveles de profundidad para evaluar las respuestas y los posibles rangos de uso de los resortes para determinar las posibles frecuencias propias del sistema masa-resorte. Se emplea una máquina de ensayo desarrollada en el laboratorio CIMTA (Mainetti et al., 2023) que permite determinar fuerza vs desplazamiento y en consecuencia hallar la constante de resorte con tales datos.

El artículo se organiza de la siguiente manera: luego de la introducción y segmentación del estado del arte se efectúa una breve descripción conceptual del problema de meta-estructuras con resonadores incorporados y se presenta el modelo estructural del resonador. Luego se plantea el diseño del experimento para caracterizar las constantes de resorte bajo la variación de los parámetros de construcción aditiva seleccionados como los más importantes junto con sus niveles de variación. Finalmente se determinan algunas posibilidades de caracterización del resonador, incorporando masas prescriptas y elaborando rangos de variabilidad.

## Breve descripción conceptual

En la Fig 1(a) se muestra un diagrama que representa una estructura esbelta (p.e. una viga) que tiene adosados osciladores distribuidos periódicamente, siendo la periodicidad representada por la distancia entre osciladores cuyas propiedades dinámicas son idénticas. En la misma figura se aprecian los puntos *A* y *B*, que representan las zonas donde se excita dinámicamente la estructura (*A*) y donde se registra transmisión de

movimiento ( $B$ ). Tales puntos se pueden ubicar en cualquier posición de la estructura portante. Como se puede apreciar los osciladores están constituidos por dos elementos: un resorte de rigidez  $k_r$  y una masa  $m_r$  cuya frecuencia de resonancia viene expresada por:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_r}{m_r}} \quad (1)$$

En la Fig. 1(a) se ponen de manifiesto resortes de tipo helicoidal por ser los más convencionales y conceptualmente representativos en el sentido de seguir la clásica ley de proporcionalidad entre su desplazamiento y la fuerza necesaria para deformarlo. Esto es:

$$F_r = k_r \delta_r \quad (2)$$

siendo  $F_r$  y  $\delta_r$  la fuerza y el desplazamiento en el resorte, ambas orientadas en la dirección del eje del resorte. Aunque existen diferentes tipos de resortes con características geométricas y de deformación que facilitan la concepción y construcción de una vasta gama de osciladores/resonadores. Todos ellos pueden circunscribirse en la representación matemática dada por la Ec. (2).

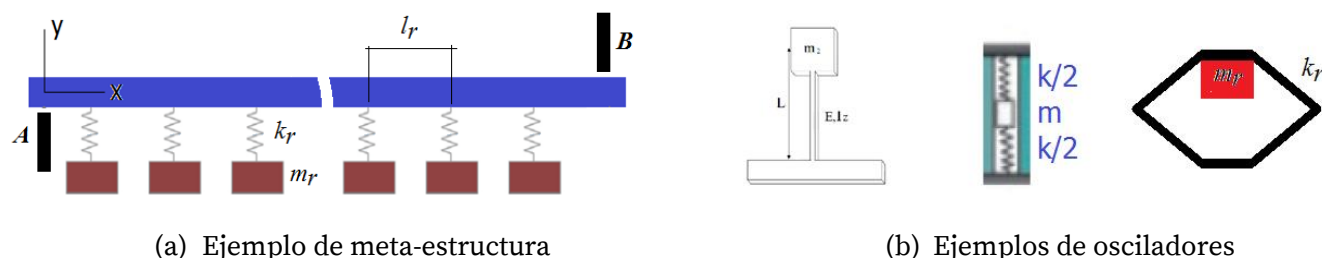


Figura 1: Esquemas de componentes de una meta-estructura.



Figura 2: Fenómeno de band-gap o reducción de amplitud de oscilaciones.

En la Fig. 1(b) se muestran diversos tipos de osciladores/resonadores que pueden aplicarse a una estructura unidimensional. La finalidad de su uso es conducir a que en un rango de frecuencias cercanas a la Ec. (1), en la estructura portante suceda el fenómeno de disminución de vibraciones como el que se observa en la Fig. (2). En esta Fig. (2) se aprecia la respuesta en frecuencia de la relación de aceleraciones del extremo B respecto de la homónima de la base oscilante A, según se ve en la Fig. 1(a). De entre los diversos tipos de resortes, algunos que son fáciles de fabricar pueden generar complicaciones en el montaje dentro de la estructura portante. Por ello, a veces se seleccionan resortes que tengan mayor base o mejor estructura de montaje aunque ello implique un trabajo extra en la determinación o bien estimación de las propiedades elásticas del mismo. En este sentido los resortes formados por placas a flexión suelen ser de mayor provecho y en la sección siguiente se elaborará el estudio pertinente para la construcción y posterior uso de los mismos en estructuras portantes tipo viga, sean éstas rectas, curvas o bien configuradas con secciones de paredes delgadas.

## Selección de resorte y metodología de ensayo

En la Fig. 3(a) se muestra un diagrama del prototipo de muelle elástico que se empleará como oscilador. En tal figura se disponen los factores que se emplearán para construir un conjunto de probetas de ensayo junto con el diseño del experimento y así evidenciar la influencia de los mismos. Algunas dimensiones serán fijas y otras pasibles de variar en un rango prescrito. En efecto  $h_b = 30 \text{ mm}$  y  $h_f = 25 \text{ mm}$  son las dimensiones externas fijas, mientras que el ancho de faja  $b$ , el radio de empalme  $r_c$ , el espesor del perímetro externo  $e_p$  y el espesor de capa de impresión  $e_c$  son variables y tendrán niveles de variación. En la Fig. 3(b) se muestra el montaje de una probeta cualquiera sobre la plataforma de impresión para indicar el sentido de construcción. Finalmente, en la Fig. 3(c), se aprecia el oscilador ya ensamblado con su masa adosada. El resorte se construyó aditivamente en Poli-etileno con glicol (PETG) y para planificar el experimento se utilizó un planteo según el método de Taguchi, con los cuatro parámetros/factores mencionados previamente y contemplando tres niveles de profundidad para cada uno. En la Fig. 4 se muestra la máquina de ensayo, cuya descripción detallada y facilidades de uso puede seguirse en el informe de Mainetti et al (2023).

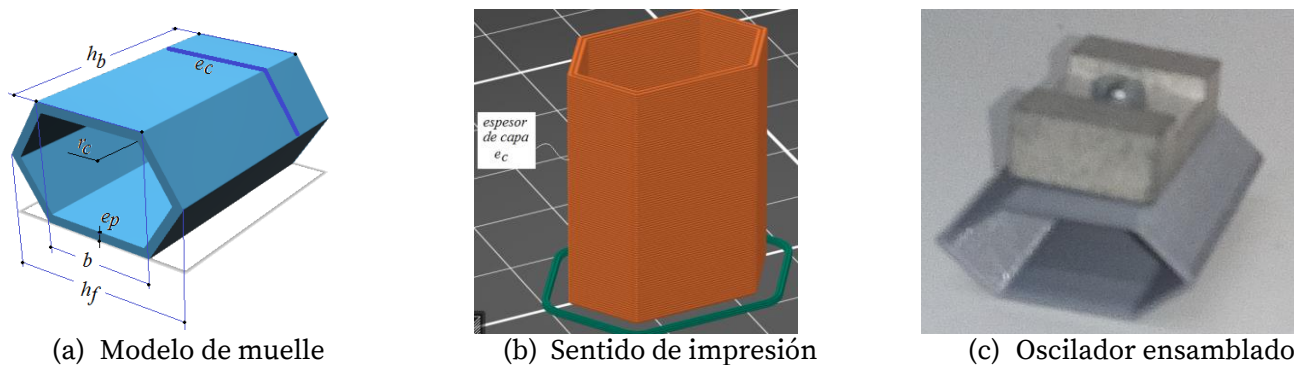


Figura 3: Resorte prismático.

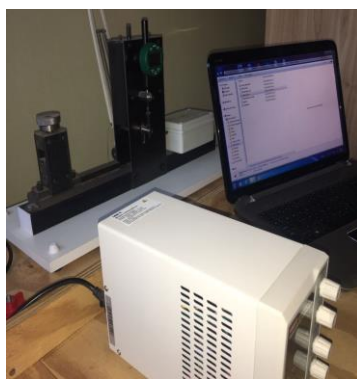


Figura 4: Equipo de ensayo para realizar la secuencia de experimentos.

En la Tabla 1 se identifican los parámetros con sus niveles de profundidad, de tal manera que se puede emplear un arreglo Taguchi de nueve casos o bien tipo L9. De forma que el arreglo Taguchi para los nueve casos queda descrito en la Tabla 2.

Parámetros o Factores Constructivos	Niveles		
	1	2	3
Espesor de Capa impresa, $e_c$ [mm]	0.15	0.20	0.30
Espesor de Perímetro, $e_p$ [mm]	0.40	0.80	1.20
Radio de empalme, $r_c$ [mm]	0.20	0.50	1.00
Segmento $b$ , [mm]	12.00	14.00	17.00

Tabla 1: Parámetros del experimento y sus niveles de profundidad

Tipo de Caso	Parámetro con su nivel			
	$e_c$ [mm]	$e_p$ [mm]	$r_c$ [mm]	$b$ [mm]
Caso 1	1	1	1	1
Caso 2	1	2	2	2
Caso 3	1	3	3	3
Caso 4	2	1	2	3
Caso 5	2	2	3	1
Caso 6	2	3	1	2
Caso 7	3	1	3	2
Caso 8	3	2	1	3
Caso 9	3	3	2	1

Tabla 2: Arreglo Taguchi L9.

Para cada caso Taguchi se construyen 3 probetas idénticas, con lo cual se deben realizar 27 ensayos independientes en la máquina de ensayo y con ello efectuar el análisis de los datos en crudo para obtener la constante de resorte promedio de cada caso. En la Tabla 3 se muestra el valor promedio de la constante de resorte para cada caso elaborado y dos posibles valores de la frecuencia natural del oscilador empleando masas de plomo que quepan en el plano del resorte que tiene dimensiones  $b \times h_b$  - como se ve en la Fig. 3(c)-. Se emplea la Ec. (1) para determinar las frecuencias de los osciladores. Con lo expuesto se puede ver de la Tabla 3 que seleccionando adecuadamente los valores de diseño del resonador, se podría interferir en un rango de frecuencias entre 46 Hz y 322 Hz.

Tipo de Caso	Constante de Resorte [N/m]	Frecuencia del resonador [Hz]	
		$m_r = 61.2 \text{ gr}$	$m_r = 32.6 \text{ gr}$
Caso 1	663,4	52.0	71.3
Caso 2	2618,0	103.4	141.6
Caso 3	13544,2	235.1	322.0
Caso 4	1358,9	74.5	102.0
Caso 5	1641,8	81.9	112.1
Caso 6	9360,1	195.5	267.7
Caso 7	534,1	46.7	63.9
Caso 8	3263,5	115.4	158.1
Caso 9	5721,6	152.8	209.3

Tabla 2: Constantes de resorte del Arreglo Taguchi L9 y posibles valores de frecuencia de los resonadores.

Si bien la Tabla 2 fue confeccionada con dos valores de masa de plomo que deben ajustarse a las dimensiones del resonador, la misma puede confeccionarse conociendo la masa o el material (densidad) y su geometría. Con ello se puede obtener una gama más rica de osciladores mecánicos para interactuar con las estructuras portantes.

En la Fig. 5 se pone en evidencia la influencia proporcional (evaluada con el promedio de medias asociado al enfoque Taguchi) de cada uno de los factores con sus niveles de profundidad. En efecto la construcción aditiva de cualquier pieza siempre tiene un factor importante en el espesor de capa y en la medida que es más pequeño o más fino, favorecerá una impresión más compacta y en consecuencia en la medida que aumenta el espesor de capa (es decir factor  $e_c$ ), la constante de resorte será menor. Por otro lado, el factor espesor de perímetro (o factor  $e_p$ ) resulta ser el más importante, pues la estructura será más rígida y en consecuencia lo será el resorte. El factor radio de acuerdo interno (o factor  $r_c$ ) tiene una variabilidad asociada a otros factores o bien y su influencia no se manifiesta como concluyente o clara. El factor de dimensión o ancho de faja (factor  $b$ ), está



vinculado al montaje de la masa para conformar el oscilador. En particular este último factor tiene una influencia creciente en la valoración de la constante de rigidez del resorte.

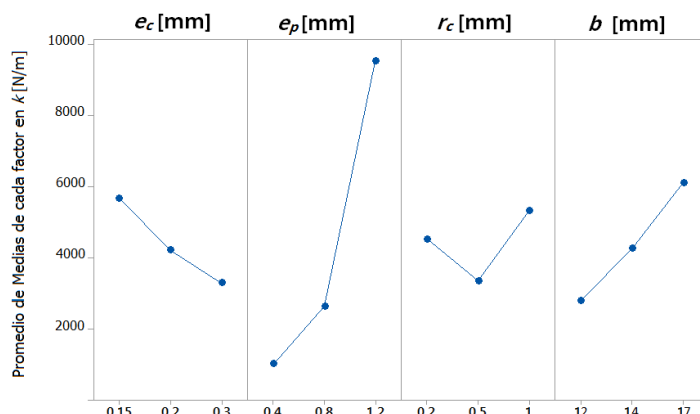


Figura 5: Importancia proporcional de los factores en el diseño constructivo del resorte.

## Conclusiones

En este artículo se ha presentado un estudio sobre un tipo de resonador que puede emplearse en un arreglo periódico adosado en meta-estructuras de tipo ahusadas. Particularmente se evaluó la constante de resorte del resonador de clase mecánica contemplando una forma prismática de fácil montaje. El resorte fue construido aditivamente en PETG por la técnica MDF. Se han planteado un grupo de cuatro parámetros con sus niveles de profundidad y se empleó el método Taguchi para diseñar el experimento. Se ha empleado una máquina automatizada que permite extraer valores de fuerza y desplazamiento sobre los resortes construidos. A partir del análisis efectuado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El factor de espesor de capa, como siempre, juega un rol especial en la construcción de las piezas y en particular incrementa la rigidez estructural en la medida que sea más fino.
- El factor de espesor del perímetro lateral es el más importante para incrementar proporcionalmente la rigidez del resorte.
- El tamaño parámetro geométrico de montaje de la masa también es importante en el incremento de la rigidez del resorte.
- La determinación del rango de frecuencia en el que puede interactuar el resorte está en función de las masas disponibles y que sean adaptables a las dimensiones del resorte. Pero se puede garantizar que entre 40 Hz y 300 Hz puede haber posibilidad de generar un band-gap, que incluya zonas aledañas a frecuencias naturales de la estructura portante.

## Agradecimientos

Los autores desean agradecer el apoyo de la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional por la financiación del PID 8454TC y también a CONICET.

## Referencias

- Chacón, J., Caminero, M., García-Plaza, E., Núñez, P. (2017). Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling: effect of process parameters on mechanical properties and their optimal selection. *Material Design* 124, 143–157.
- Dizón, J., Espera, A., Chen, Q., Advíncula, R. (2018). Mechanical characterization of 3D-printed polymers. *Additive Manufacturing* 20, 44–67.
- Dominguez, P.N., Cortínez, V.H., Piovan, M.T. (2022). “Attenuation bands for flexural torsional vibrations of locally resonant Vlasov beams”. *Thin walled Structures* 181 - 110115.

Fabro, A.T., Meng, H., Chronopoulos, D. (2020). Uncertainties in the attenuation performance of a multi-frequency metastructure from additive manufacturing. Mechanical Systems and Signal Processing 138, 106557. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.106557>

Mainetti, C.A., Romero, A.E. y Piovan, M.T. (2023). Desarrollo de un banco de ensayo para determinación de propiedades mecánica en piezas poliméricas. VIII Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica : III Congreso Argentino de Ingeniería Ferroviaria : actas. 1861-1872. AJEA, Universidad Tecnológica Nacional. ISBN 978-950-42-0234-9.

Rodriguez, J.F., Thomas, J.P., Renaud, J.E. (2001). Mechanical behavior of acrylonitrile butadiene styrene (ABS) fused deposition materials. Experimental investigation. Rapid Prototyping Journal 7(3), 148-158.

Syamsuzzaman, M., Mardi, N.A., Fadzil, M., Farazila, Y. (2014). Investigation of layer thickness effect on the performance of low-cost and commercial fused deposition modelling printers. Materials Research Innovations 18(6), 485-489.

Tymrak, B.M., Kreiger, M., Pearce, J.M. (2014). Mechanical properties of components fabricated with open-source 3-D printers under realistic environmental conditions. Materials and Design, 58, 242-246.

Valvez, S., Reis, P., Ferreira, J. (2023). Effect of annealing treatment on mechanical properties of 3D-Printed composites. Journal of Materials Research and Technology 23, 2101-2115.