Libro de Actas

2024

XXIV ENCUENTRO NACIONAL
XVI ENCUENTRO INTERNACIONAL
DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA (EMCI)

15 al 17 de mayo de 2024
Facultad Regional San Francisco

EMCI EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA

UTN UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL FACULTAD REGIONAL SAN FRANCISCO

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

AJEA Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco
Libro de Actas : XXIV Encuentro Nacional y XVI Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería ; Compilación de Matías Raspo ; Julieta Cornalis. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Universidad Tecnológica Nacional, 2024.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-42-0247-9

1. Matemática. 2. Ingeniería. I. Raspo, Matías , comp. II. Cornalis, Julieta , comp.
CDD 510.711

Libro de Actas
XXIV Encuentro Nacional y XVI Encuentro Internacional
de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería (EMCI)
Fecha del Congreso: 15 al 17 de mayo de 2024
Lugar de las Jornadas: Facultad Regional San Francisco, Córdoba, Argentina

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
ISBN: 978-950-42-0247-9
Fecha de Publicación: Diciembre de 2024

ISBN 978-950-42-0247-9
9 789504 202479

XXIV Encuentro Nacional y XVI Encuentro Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería (EMCI)

del 15 al 17 de mayo de 2024

Facultad Regional San Francisco

Libro de Actas

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Prólogo

El Encuentro de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería EMCI es un evento clave para el intercambio de experiencias entre docentes, investigadores y profesionales, cuyo objetivo es explorar y debatir avances en la enseñanza de las matemáticas aplicadas en ingeniería.

Nos es un honor presentar el libro de actas del XXIV Encuentro Nacional y XVI Encuentro Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería EMCI, que tuvo lugar en la Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional San Francisco Provincia de Córdoba, República Argentina entre el 15 y el 17 de mayo de 2024. Dicho Encuentro se ha consolidado como un espacio vital para el intercambio de ideas, experiencias y propuestas innovadoras en la enseñanza de las matemáticas en ingeniería.

Este encuentro sigue afianzando su relevancia al congregar a docentes, investigadores y profesionales para debatir los desafíos actuales y futuros en el campo educativo. La enseñanza de las matemáticas en las carreras de ingeniería juega un papel fundamental, no solo en la formación técnica de los futuros profesionales, sino también en el desarrollo de sus habilidades analíticas y de resolución de problemas.

A lo largo de las sesiones del encuentro, se abordaron diversas temáticas que permiten avanzar en la construcción de un modelo educativo más eficiente, capaz de responder a las necesidades y realidades cambiantes de nuestra sociedad. Las ponencias y trabajos presentados en este libro de actas no solo reflejan el compromiso de la comunidad educativa con la excelencia, sino también la creatividad y la innovación que se requiere para enfrentar los retos contemporáneos de la enseñanza de las matemáticas.

Confiamos en que las ideas y propuestas recogidas en estas actas sean una fuente de inspiración y guía para futuros desarrollos en la educación matemática dentro de las carreras de ingeniería, contribuyendo así a la formación de profesionales capaces de enfrentar con éxito los desafíos del siglo XXI.

Prologue

The Mathematics Education Meeting in Engineering Careers EMCI is a key event for the exchange of experiences among teaching researchers and professionals, aimed at exploring and debating advances in the teaching of applied mathematics in engineering.

We are honored to present the proceedings book of the 24th National Meeting and 16th International Meeting of Mathematics Education in Engineering Careers EMCI, which took place at the National Technological University, San Francisco Regional Faculty Province of Córdoba, Argentina from May 15 to 17, 2024. This meeting has established itself as a vital space for the exchange of ideas, experiences, and innovative proposals in the teaching of mathematics in engineering.

This event continues to strengthen its relevance by bringing together educators, researchers, and professionals to discuss current and future challenges in the educational field. The teaching of mathematics in engineering careers plays a fundamental role not only in the technical training of future professionals but also in developing their analytical and problem-solving skills.

Throughout the meeting sessions, various topics were addressed, advancing the construction of a more efficient educational model capable of responding to the changing needs and realities of our society. The presentations and works featured in this proceedings book not only reflect the educational community's commitment to excellence but also the creativity and innovation required to face contemporary challenges in mathematics education.

We trust that the ideas and proposals collected in these proceedings will be a source of inspiration and guidance for future developments in mathematics education within engineering careers, thus contributing to the formation of professionals capable of successfully facing the challenges of the 21st century.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Comisión Permanente del EMCI

Miembros:

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Comisión Organizadora

Coordinadores de Sede:

Laura Rivara

Gustavo Yoaquino

Miembros:

Myrna Alberto	**Nicasio Guerra**	**Rodrigo Ocampo**
Emilce Alpiri	**Romina Karlich**	**Raúl Oliva**
Leandro Chiappero	**Luciana Liprandi**	**Agostina Quicchi**
Francisco Colombatti	**Julieta Maggi**	**Matías Raspo**
Julieta Cornalis	**Raúl Marlatto**	**Jesica Rosso**
Luana Genero	**Joel Mercol**	**Ana Carina Sarmiento**
Ana Gómez Primucchi	**Micaela Mulassano**	**Estela Stradella**

Colaboradores

Valeria Gilletta **Romina Jular** **Patricia Marchetti** **Jessica Pettiti**

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Comisión Evaluadora

Coordinadores:

Julieta Cornalis
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Matías Raspo
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Miembros:

Marys Arlettaz
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Misiones, Argentina

Sandra Baccelli
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina

Cristian Bergesse
Facultad Regional Rafaela, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Valeria Bertossi
Facultad Regional Santa Fe, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Carlos Bonetti
Facultad Regional Rafaela, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Guillermo Bossio
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina

María Beatriz Bouciguez
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina

Juan Calloni
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Eva Casco
Facultad Regional Santa Fe, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Nori Cheeín de Auat
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina

Diego Ferreyra
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

José Job Flores Godoy
Universidad Católica del Uruguay, Uruguay

Vanina Fraire
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Mauren Fuentes Mora
Facultad Regional Santa Fe, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Ernesto Klimovsky
Facultad Regional Paraná, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Vanina Mazzieri
Facultad Regional Santa Fe, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Ana María Narváez
Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional / Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina

Rodolfo Neira
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Juan Nittmann
Facultad Regional Rafaela, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Magdalena Pagano
Universidad Católica del Uruguay, Argentina

Hugo Pipino
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Martha Rosso
Facultad Regional Villa María, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Leandro Sarmiento
Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

Mónica Scardigli
Facultad Regional Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina

María Mercedes Simonetti
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina

Silvia Seluy
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas, Universidad Nacional del Litoral, Argentina

María de las Mercedes Suárez
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Ejes Temáticos

Eje 1: Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas:

1. **Enfoques pedagógicos centrados en el estudiante para la enseñanza de las matemáticas.**
2. **Metodologías activas y participativas en el aula de matemáticas.**
3. **Promoción del pensamiento crítico y el razonamiento matemático.**
4. **Estrategias de enseñanza diferenciada y personalizada en el ámbito de las matemáticas.**
5. **Aprendizaje basado en proyectos y resolución de problemas en el contexto matemático.**

Se presentan propuestas interdisciplinarias, análisis de competencias y errores en resolución de problemas, el uso de metodologías como el Aprendizaje Basado en Problemas y el Aprendizaje Colaborativo, así como la implementación de estrategias para el desarrollo de la autorregulación evaluativa y técnicas para fortalecer competencias genéricas.

Eje 2: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

1. **Integración de tecnología digital en la enseñanza de las matemáticas.**
2. **Aprendizaje autónomo y colaborativo en matemáticas mediante TIC.**
3. **Enfoques pedagógicos innovadores y estrategias para la enseñanza de matemáticas con procesos mediados por la tecnología.**
4. **Evaluación y seguimiento del progreso de los estudiantes en matemáticas utilizando herramientas tecnológicas.**
5. **Impacto de la tecnología digital en la motivación y percepción de las matemáticas por parte de los estudiantes.**

En este eje, los trabajos exploran el uso de herramientas digitales y recursos educativos en la enseñanza, como aplicaciones específicas para verificación de ejercicios, el uso de Moodle para evaluación, y el empleo de simulaciones interactivas.

Eje 3: Relación de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento

1. **Matemáticas en la Vida Cotidiana: aplicación de conceptos matemáticos en situaciones prácticas.**
2. **La enseñanza de las matemáticas en la educación interdisciplinaria.**
3. **Exploración de los fundamentos matemáticos en la física.**
4. **La aplicación de métodos matemáticos en la resolución de problemas en las diversas ramas ingenieriles.**
5. **La modelización matemática de diversos fenómenos en el campo de la Ingeniería.**

Los trabajos en este eje investigan cómo las matemáticas se integran y aplican en otras disciplinas, como la ingeniería, la electrónica, y las ciencias sociales.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Eje 4: Currículo, competencias y evaluación

1. **Diseño curricular de cátedras del área matemática en las carreras de Ingeniería.**
2. **Enfoques pedagógicos y estrategias de enseñanza para el desarrollo de competencias matemáticas.**
3. **Evaluación formativa y sumativa del área matemática.**
4. **Evaluación auténtica y basada en evidencias en la educación matemática.**
5. **Adaptación curricular y mejora continua en la educación matemática.**

Los estudios en este eje exploran el desarrollo y evaluación de competencias específicas en el currículo, con énfasis en experiencias y metodologías evaluativas en asignaturas de cálculo y álgebra.

Eje 5: Investigación en Educación Matemática. Aspectos teóricos y conceptuales de la Educación Matemática

1. **Teorías del aprendizaje y su aplicación en la enseñanza de las matemáticas.**
2. **Modelos y enfoques teóricos en la educación matemática.**
3. **Construcción del conocimiento matemático y su desarrollo en los estudiantes.**
4. **Investigación sobre el desarrollo profesional de docentes de matemáticas.**
5. **Enfoques metodológicos en la investigación educativa en matemáticas.**

Este eje se enfoca en la investigación teórica y conceptual de la educación matemática, abordando temas como la argumentación en álgebra, modelos explicativos del rendimiento matemático y estrategias de enseñanza específicas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Mesa Redonda

"Innovación en la enseñanza de las matemáticas para ingeniería: perspectivas desde el consejo federal de decanos"

Los decanos participantes, **Ing. Augusto Roggiero** (Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria – Universidad Nacional de Cuyo), **Ing. Luis Garaventa** (Facultad Regional Avellaneda – Universidad Tecnológica Nacional), **Ing. Luis Agustín Ricci** (Facultad Regional La Plata – Universidad Tecnológica Nacional) y **Esp. Ing. Alberto Toloza** (Facultad Regional San Francisco – Universidad Tecnológica Nacional), se refirieron a distintos temas destacándose cuestiones como la visión de la matemática en los nuevos estándares de acreditación de las carreras de ingeniería, expresando la falta de definición en cuanto a las competencias matemáticas necesarias más allá del detalle de descriptores que aluden a los contenidos tradicionales de Álgebra, Cálculo, entre otros. Sin poner en duda la necesidad de la enseñanza de matemática en ingeniería, se planteó la interrelación con las materias específicas. Se puso sobre la mesa la demanda de una mayor comunicación de los docentes de las ciencias básicas con los docentes de las materias específicas en forma horizontal. Se insistió sobre una matemática aplicada y desde una mirada transversal preguntándose si los primeros años son el lugar de toda la matemática o si es posible presentar temas puntuales en el momento que se los requiere. Por último, se habló también del ingreso, de las cuestiones que traen aparejadas a quienes están en la gestión tales como el alto número de inscriptos para los que se deben preparar los recursos correspondientes, pese a que luego la asistencia es muy inferior. Se cierra la mesa con algunas intervenciones de los presentes en la sala.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Talleres Dictados

Modelización Matemática con Tracker para la integración de contenidos de Matemática y Física en ingeniería

Talleristas: Leandro Manuel Sarmiento, Joel Mercol, Nicasio Guerra, Facundo Busano.

Tracker es un software de código abierto diseñado para el análisis y modelado de datos en el ámbito de la física y las ciencias. Se utiliza comúnmente en educación para enseñar conceptos de física y matemáticas a través de la visualización y el análisis de movimiento.

El cálculo integral por medio de la probabilidad

Talleristas: Giovanni Sanabria Brenes; Félix Núñez Vanegas.

El presente taller aborda la resolución de problemas que involucran en su solución el concepto de integral definida por medio de la probabilidad y el uso de software, por ejemplo, el cálculo de áreas. La propuesta vincula el cálculo integral, la probabilidad y el uso de software para resolver problemas de cálculo de áreas. Se pretende abordar problemas que paulatinamente aumentan su grado de dificultad donde el participante para resolverlos debe ir modificando los esquemas utilizados en los problemas anteriores. El objetivo es comprender la utilidad de la probabilidad para resolver problemas ajenos al azar; calcular aproximadamente integrales definidas por medio de la probabilidad y de software; calcular aproximadamente Pi por medio de la probabilidad y de software; calcular aproximadamente áreas y volúmenes por medio de la probabilidad y de software.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Patrocinadores

confedi
Auspicio Institucional

San Francisco

Damián Bernarte
Intendente

Agradecimientos

La Comisión Organizadora Local quiere expresar su más sincero agradecimiento a todos quienes formaron parte y colaboraron en la realización de este evento en nuestra casa de estudios, la Facultad Regional San Francisco de la Universidad Tecnológica Nacional. La participación y el apoyo de todas las áreas fueron fundamentales para el éxito de esta actividad.

En particular, queremos destacar y agradecer el compromiso y la colaboración de Secretaría de Asuntos Universitarios (SAU), Secretaría Administrativa (SAD), Centro de Estudiantes (CEUT), área de TIC, área de Servicios Generales y la Asociación Cooperadora, quienes, con su esfuerzo y dedicación, contribuyeron significativamente a la organización y desarrollo del evento.

Gracias a su trabajo conjunto, hemos podido llevar a cabo esta iniciativa de manera exitosa, demostrando, una vez más, el espíritu de cooperación y el compromiso institucional que caracterizan a nuestra comunidad universitaria.

¡A todos y cada uno de ustedes, muchas gracias!

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Índice

Eje 1: Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas:

Eje 2: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Eje 3: Relación de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Eje 4: Currículo, competencias y evaluación

Eje 5: Investigación en Educación Matemática. Aspectos teóricos y conceptuales de la Educación Matemática

Trabajos

Eje 1:

Estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Modelo matemático para una calculadora solar regionalizada para la Región Centro de Argentina

Mathematical model for a regionalized solar calculator for the Central Region of Argentina

Presentación: 25/03/2024

Santiago V. Cézar
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
scezar@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Gerardo D. Szwarc
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
gszwarc@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Esteban Ceré
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
esteban.cere@gmail.com

Hugo A. Pipino
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
hpipino@sanfrancisco.utn.edu.ar

Resumen

El aprovechamiento de las energías renovables constituye un desafío relevante a nivel global. Sin embargo, a nivel país la expansión de estas en generación distribuida es algo lenta y se percibe mucho potencial no explotado. Por ello, con el objetivo de promover su aplicación, en este artículo se describe el proceso matemático por el cual se logra generar un modelo para obtener la irradiación recibida sobre la superficie de un sistema de captación solar. Además, el trabajo detalla los conceptos físicos fundamentales para el modelo y las ecuaciones matemáticas necesarias para obtenerlo. Finalmente, se contrastan los resultados con datos obtenidos con un radiómetro instalado en la región para la cual se ha elaborado el modelo. Se destaca que este trabajo se enmarca en un proyecto cuyo objetivo es confeccionar herramientas digitales de cálculo para la generación fotovoltaica, regionalizadas para el departamento San Justo, provincia de Córdoba, Argentina.

Palabras clave: Energía solar, modelo matemático, calculadora solar, irradiación.

Abstract

The harnessing of renewable energies constitutes a significant challenge on a global scale. However, at the national level, the expansion of these in distributed generation is progressing slowly, and there is perceived untapped potential. Therefore, with the aim of promoting their application, this work describes the mathematical process through which a model is developed to obtain the irradiation received on the surface of a solar collection system. Additionally, the paper outlines the fundamental physical concepts for the model and the mathematical equations necessary to obtain it. Finally, the results are compared with data obtained from a radiometer installed in the region for which the model has been elaborated. It is emphasized that this work is part of a project whose objective is to develop digital calculation tools for photovoltaic generation, localized for the San Justo department, province of Córdoba, Argentina.

Keywords: Solar energy, mathematical model, solar calculator, irradiance.Aquí. Open Sans / Arial – 10pt

Introducción

Desde la sanción de la ley 27190 en 2015, Argentina logra avances en la implementación de centrales de generación mediante fuentes renovables en el mercado mayorista (Ministerio de Justicia y Derechos Humanos, 2015). Luego, al introducir el concepto de usuario generador con la ley 27424 de 2017, se propicia una mayor participación de los usuarios de las redes de distribución (Boletín Oficial de la República Argentina, 2017) (Romero y Cristófalo, 2022). En este contexto, Córdoba se adhiere en 2018 a la ley nacional y, aunque la expansión a nivel país de las renovables en generación distribuida es algo lenta, la provincia es hoy la jurisdicción con más usuarios generadores y potencia instalada (Comercio y Justicia, 2022). Sin embargo, además de que se percibe mucho potencial no explotado, este desarrollo no es homogéneo en la provincia, debido a que algunas localidades no experimentaron un gran avance en la cantidad de implementaciones, sobre todo en el departamento San Justo, del cual San Francisco es cabecera.

En este escenario, es cada vez más necesario contar con herramientas para simular el recurso solar, principalmente las regionalizadas, dado que dan resultados con mayor precisión. Por ello, este trabajo se enmarca en un proyecto con el cual se pretende confeccionar dos herramientas de cálculo y simulación, en adelante calculadoras solares, que permita a los usuarios técnicos y al público en general, tener acceso a la información necesaria para proyectar una instalación fotovoltaica. Estas herramientas deben ser capaces de brindar información que sea relevante al usuario, contemplando tanto los consumos propios como los parámetros regionales, para que puedan ser aplicadas a la concientización y la toma de decisiones.

De esta manera, para cumplir con el objetivo del proyecto, resulta necesario contar con un modelo matemático adecuado que permita estimar y predecir la irradiación solar. Por lo tanto, en este artículo se detalla el procedimiento matemático necesario para aproximar la irradiación que llega a una superficie inclinada. En este caso se aplica específicamente a paneles solares fotovoltaicos (FV), sin embargo, el mismo procedimiento podría servir como base en aplicaciones solares térmicas.

En cuanto a la organización del trabajo, en la sección Desarrollo se presenta y profundiza en el modelo matemático utilizado, así como la validación de éste mediante los datos obtenidos de la instalación solar ubicada en la Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional San Francisco, tomada como referencia. En la sección Conclusiones se resume el análisis derivado, y los trabajos futuros.

Desarrollo

Para calcular la irradiación solar que llega a un sistema de captación, en este caso un panel FV, se debe partir de la fuente, esto es, el Sol. La irradiación solar que llega a tope de atmósfera, es decir, a la superficie exterior de la atmósfera (G_{sc}) es de 1367 Wh/m^2 (Mousavi Maleki et al., 2017).

Sumado a ello, otro valor que resulta imprescindible al iniciar el cálculo es la latitud del lugar (φ), para este caso se considera la de la ciudad de San Francisco, Córdoba (31°26′08″ S), dado que se cuenta con acceso a los datos de un radiómetro instalado en dicha localidad, los cuales posteriormente se utilizan para validar el modelo. La latitud representa el ángulo que se forma entre dos rectas que parten del centro de la Tierra, una que conecta con el Ecuador y la otra con el punto considerado en la superficie terrestre. Este ángulo se utiliza junto con el

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

signo "+" al desplazarse desde el Ecuador hacia el polo norte, y con signo negativo cuando se trata del hemisferio sur, por ello, la latitud se puede encontrar con la notación -31,43° o 31°26′08″ sur.

El siguiente aspecto por considerar, es la inclinación del sistema de captación (β). En los sistemas FV, normalmente se suele mantener una inclinación igual a la latitud del lugar, así no se producen grandes variaciones entre la generación de invierno y verano, y se favorece la generación en los períodos de primavera y otoño; con menor inclinación se propicia en verano y con mayor ángulo en invierno. Para comprender esto, basta con observar la altura del Sol sobre el horizonte, en invierno es menor, por lo cual para lograr que la incidencia de la irradiación solar sea perpendicular a la superficie de captación, la inclinación debe ser mayor, mientras que en verano cuando la elevación solar es mayor, el ángulo β debe ser menor. Típicamente para sistemas solares térmicos se suele dar una inclinación β de 10° más la latitud, a fin de aprovechar con mayor eficiencia el recurso solar de invierno, dado que en este período es más escaso y comúnmente más demandado.

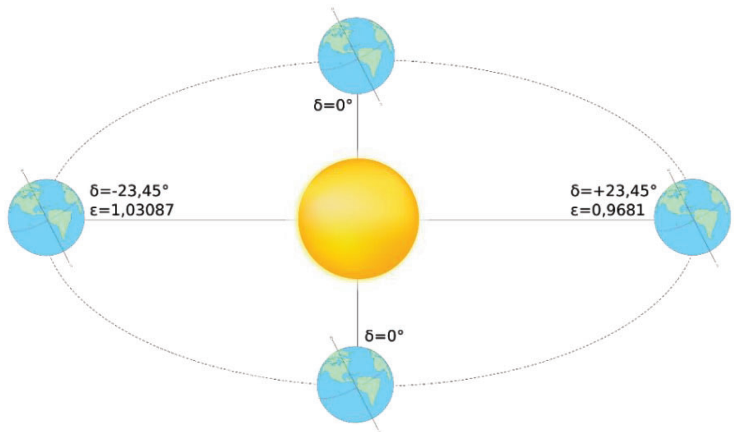


Figura 1. Órbita de traslación de la Tierra. Declinación y Excentricidad.

Además, la diferencia en la elevación sobre el horizonte que presenta el Sol a lo largo del año se debe a la declinación de la Tierra (δ), es decir, el ángulo de inclinación que tiene el Ecuador con respecto al plano de la órbita de traslación alrededor del Sol (Figura 1). Este ángulo causa la variación en el ángulo de incidencia de la irradiación solar durante el año, lo que determina las estaciones. En los solsticios el Sol alcanza el mayor ángulo de declinación, siendo éste de 23,45° medido desde el Ecuador. Es decir, los rayos solares inciden de forma perpendicular en diferentes latitudes sobre la superficie de la Tierra a lo largo del año, en un rango angular de ±23,45° desde el Ecuador, coincidiendo con los trópicos de Capricornio y de Cáncer. La declinación se puede calcular mediante la Ecuación (1) donde n es el día Juliano correspondiente al promedio de cada mes.

$$\delta = 23{,}45 \sin\left[\frac{360}{365}(284 + n)\right] \tag{1}$$

Asimismo, la Tierra no se mueve alrededor del Sol formando un círculo perfecto, sino que lo hace en forma de elipse y la excentricidad de la misma no influye en porcentajes significativos sobre la irradiación que llega a la Tierra. Aun así, para aplicaciones de generación de energía se recomienda considerar un factor de corrección por excentricidad (Duffie et al., 2020). Este cálculo se ve reflejado en la Ecuación (2).

$$\varepsilon_0 = 1 + 0{,}033 \cos\left(\frac{360\, n}{365}\right) \tag{2}$$

Por último, al considerar el movimiento de rotación de la Tierra sobre su propio eje de una vuelta cada 24 horas, es decir un giro de 15° por hora (ω), es posible conocer cuál es la posición horaria del Sol respecto a un punto cardinal. Para el hemisferio sur es común tomar como punto de referencia el norte geográfico y considerar un ángulo negativo hacia la mañana y positivo durante la tarde.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Con estos valores se puede obtener la irradiación solar diaria promedio en una superficie horizontal (H_0) de acuerdo con la Ecuación (3). H_0 es constante para todo el mes y representa el promedio de la irradiación solar en un día correspondiente a dicho mes.

$$H_0 = \frac{24 \times 3600}{\pi} G_{sc}\, \varepsilon_0\, (cos\varphi \cos\delta \sin\omega_s + \omega_s sin\varphi \sin\delta) \tag{3}$$

donde $\omega_s = \cos^{-1}(-\tan\delta\ \ tan\varphi)$.

Sin embargo, la irradiación que llega a un sistema de captación se puede descomponer en directa, difusa o reflejada (Liu y Jordan, 1960). La irradiación directa es la que atraviesa los gases de la atmósfera sin modificaciones y llega al sistema; la irradiación difusa es la que, antes de llegar a la superficie de interés, ha pasado por un elemento que modifica su energía, tal como una nube; y la reflejada es la que impacta sobre el sistema de captación tras ser reflejada por otro objeto, como puede ser, el suelo o el vidrio de una ventana. Para un sistema solar FV únicamente las dos primeras son importantes, mientras que la tercera resulta despreciable en aplicaciones prácticas, debido a que el ángulo de incidencia, la energía que posee y la zona donde incide comúnmente no son óptimas para lograr la generación y, por lo tanto, no aporta un porcentaje considerable. Sin embargo, en aplicaciones térmicas sí se debe considerar.

Por otro lado, la superficie terrestre no recibe la misma irradiación de forma uniforme. La cantidad fluctúa dependiendo de muchas condiciones, tal como el clima, la altitud, la contaminación atmosférica, entre otros. La forma en que estas condiciones afectan la energía recibida es difícil de predecir con precisión, por lo tanto, es importante contar con promedios mensuales de irradiación recibida en la región. Mientras más cerca se realice la medición a la zona objetivo para la cual se requiere la modelización, mejor es la precisión del cálculo del modelo. Para este caso se toman los datos oficiales de (Ministerio de Economía, 2024) para el departamento San Justo de la provincia de Córdoba (República Argentina), zona coincidente con el área de impacto del proyecto. A estos valores se los conoce como media mensual de la irradiación solar diaria en una superficie horizontal (H). Al dividir H con H_0 se obtiene el índice de claridad medio mensual (K_{tm}) (Li et al., 2015), que posteriormente, junto con factores constantes se utiliza para obtener la porción de la irradiación difusa media mensual (H_d), tal como se muestra en la Ecuación 4.

$$H_d = f_{Dm}\, H = \left(1 - 1{,}13\,\frac{H}{H_0}\right) H \tag{4}$$

En aplicaciones ingenieriles donde se requiere conocer el recurso solar, usualmente no es suficiente conocer el valor diario de la media mensual, sino que se necesitan valores más precisos en intervalos menores, típicamente en lapsos de una hora. Para ello, los cálculos se realizan entre los ángulos horarios solares (ω) correspondientes a los límites de cada hora. El cálculo de la irradiación solar media horaria a tope de atmósfera (I_0) es homólogo al de H (Ecuación 5). La notación I se utiliza en ecuaciones de irradiación horaria mientras que H representa la irradiación en términos mensuales.

$$I_0 = \frac{24 \times 3600}{\pi} G_{sc}\, \varepsilon_0\, (\cos\varphi \cos\delta\, (\sin\omega_2 - \sin\omega_1) + (\omega_2 - \omega_1) \sin\varphi \sin\delta) \tag{5}$$

A continuación, se obtiene la irradiación difusa (I_d) como el producto de I_0 por la relación entre H_d y H_0 (Erbs et al., 1982). Luego, se obtiene el valor de la irradiación media global horaria (I):

$$I = \frac{H\,\pi}{24}\,(a + b \cos\omega_i)\,\frac{\cos\omega_i - \cos\omega_s}{\sin\omega_s - \omega_s * \cos\omega_s} \tag{6}$$

donde $a = 0{,}409 + 0{,}5016\ \sin(\omega_s - \pi/3)$ y $b = 0{,}6609 - 0{,}4767\ \sin(\omega_s - \pi/3)$. Cuando a I se le resta la irradiación difusa (media horaria) se obtiene la irradiación directa media horaria.

Finalmente, se obtiene el ángulo cenital (θ_z), el cual es el ángulo formado entre la perpendicular a una superficie horizontal sobre la Tierra y, una línea que une el centro del Sol con el centro de la Tierra (Figura 2).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Luego se divide a la irradiación directa por $\cos(\theta_z)$ para calcular la irradiación directa media horaria sobre una superficie plana orientada hacia el Ecuador (I_{bn}) (Ecuación 7). Si la superficie se encuentra inclinada un ángulo β, al valor anterior se multiplica por el coseno del ángulo de incidencia (θ), el cual se puede definir como el ángulo entre una línea que une el centro del Sol con la superficie, y la línea perpendicular a la superficie. Por ejemplo, θ es 0° si la superficie está horizontal, 90° si está vertical, 180° si se encuentra con la superficie de captación apuntando hacia el suelo.

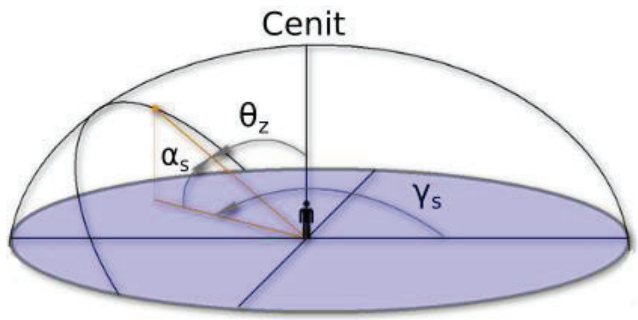


Figura 2. Ángulos acimutal y cenital.

$$I_{bn} = I_b \frac{1}{\cos\theta_z} \quad (7)$$

En cuanto a la I_{d}, se multiplica por un factor que contempla β, $((1+\cos\beta)/2)$. Al sumar I_{bn} e I_{d} para una superficie inclinada se obtiene el valor de la irradiación media horaria global, el cual es el objetivo final del cálculo (Ecuación 8).

$$I_{(\beta,\gamma)} = I_{bn}\cos\theta_i + I_d\left(\frac{1+\cos\beta}{2}\right) \quad (8)$$

Para comprobar la validez del modelo, se recurre a las mediciones obtenidas por medio de un radiómetro que se encuentra instalado en la UTN Facultad Regional San Francisco (Cignetti et al., 2023). El equipo entrega valores de potencia media cada 5 minutos, por lo cual es necesario procesar los datos para obtener los valores de irradiación por hora (en Wh/m^2). Una vez obtenido los valores de irradiación horaria para todos los días del año, se procede a obtener el promedio horario mensual, es decir, se toma la irradiación horaria correspondiente a la misma hora de cada día del mismo mes y se obtiene el promedio. Trabajar con promedios mensuales es ventajoso dado que permite obtener resultados con menor variabilidad producto del clima. Para este caso, se consideran los datos de irradiación de un año ya que son los disponibles. Aunque la cantidad de datos es suficiente para comprobar la validez del modelo, contar con mayor cantidad de ellos daría un resultado más representativo.

De esta manera, para evaluar la correlación entre los valores generados a través del modelo y los obtenidos del radiómetro se utiliza un análisis de Pearson, cuyo resultado asume valores en el rango de –1 a 1, un coeficiente R cercano a –1 indica que los datos poseen una fuerte relación negativa. En cambio, si el coeficiente es cercano a 1 indica que cuando uno crece el otro también lo hace y si el coeficiente es cercano a 0, no hay relación entre los datos. En el contexto del modelo planteado se espera que R sea lo más cercano posible a 1. De igual manera, es deseable que la pendiente de la recta de mejor ajuste sea cercana a 1, si esto ocurre se puede afirmar que el crecimiento de ambas variables es el mismo, por lo tanto, el modelo es representativo de las mediciones.

Con los datos generados para los días representativos de cada mes de un año y comparándolos con los datos del radiómetro procesados, se obtuvo un coeficiente de Pearson $R = 0{,}9870$ y la ecuación de la recta de mejor ajuste es $Y = 0{,}9094\ x - 6{,}9157$ (Figura 3). Por lo tanto, se puede afirmar que los datos devueltos por el modelo se adaptan correctamente a los medidos con el radiómetro.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

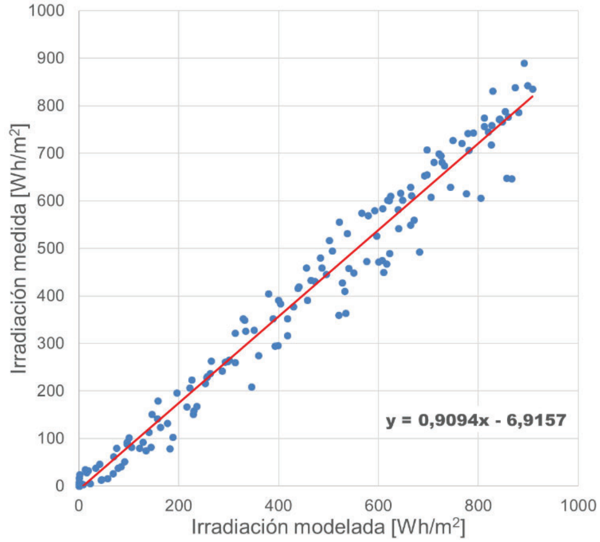


Figura 3. Comparación entre datos del modelo y medidos por el radiómetro.

Finalmente, las cuatro gráficas de la Figura 4 muestran la superposición de los datos medidos con los arrojados por el modelo, cada una de ellas es representativa de una estación del año. Como se puede ver, en los meses de febrero y agosto los datos del modelo se ajustan correctamente a los datos del radiómetro, mientras que en los meses de mayo y noviembre el modelo arroja valores superiores en comparación con los medidos. Sin embargo, se destaca que solo se cuenta con un año de mediciones y las mismas pueden estar sujetas a variaciones climáticas importantes, tal como un mes de mucha nubosidad o lluvias. Aun así, se observa gráficamente que el ajuste del modelo es adecuado para ser utilizado en las simulaciones que se buscan implementar en el marco del proyecto en el cual se desarrolla esta investigación.

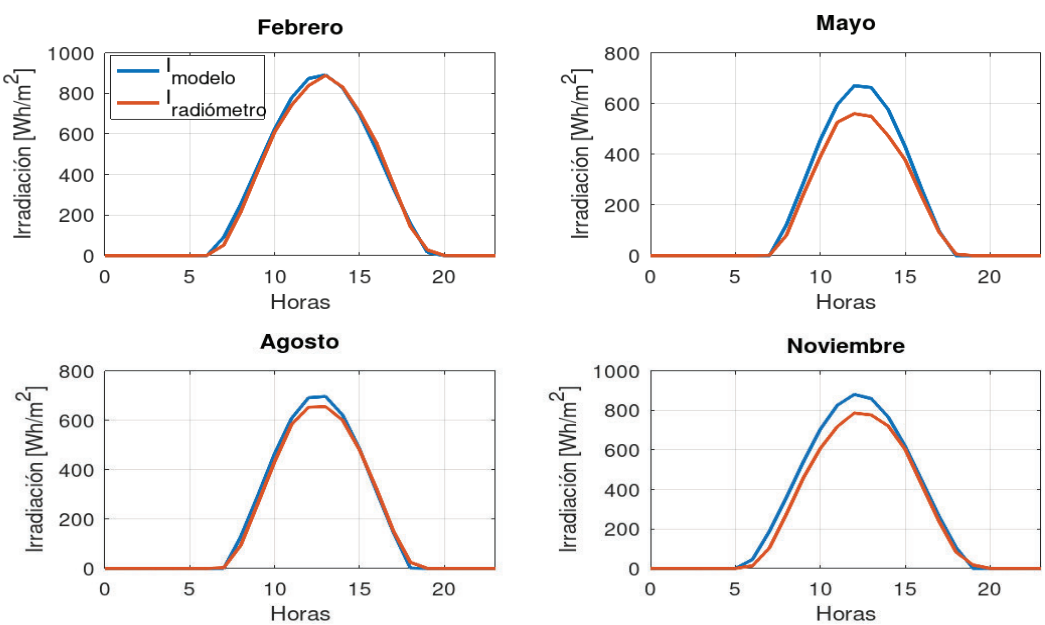


Figura 4. Superposición de la irradiación obtenida por el modelo y por el radiómetro para cada estación.

Conclusiones

El modelo desarrollado en este trabajo permite simular la irradiación solar para una superficie plana inclinada en la Región Centro de la República Argentina. Este modelo parte de valores constantes tal como la irradiación global extraterrestre y la latitud, así como también de valores regionales, entre ellos la irradiación media

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

mensual, para obtener el valor de la irradiación solar horaria media mensual, la cual incluye la irradiación directa y difusa.

Para validar el modelo obtenido se utilizan los datos recopilados mediante un radiómetro situado en la zona objetivo. El coeficiente de Pearson es cercano a 1, por lo cual se afirma que existe una fuerte correlación positiva entre los datos del modelo y del radiómetro. A su vez, el valor de la pendiente de la recta de mejor ajuste es cercano a 1, esto indica que el crecimiento de ambas variables es similar. Al analizar las curvas mensuales se puede dilucidar que el modelo se ajusta de mejor manera en los meses de verano e invierno, sin embargo, los resultados representan con buena fidelidad la realidad observada en las mediciones a lo largo del año.

En resumen, se concluye que el modelo planteado es adecuado para representar la irradiación solar que llega a una superficie horizontal inclinada en la Región Centro de Argentina, y los datos pueden ser utilizados en el proyecto dentro del cual se ha desarrollado la investigación para la implementación de calculadoras solares, aplicadas a la promoción de la generación distribuida.

Referencias

Boletín Oficial de la República Argentina (2017). “Régimen de fomento a la generación distribuida de energía renovable integrada a la red eléctrica pública. Ley 27424”. Disponible en <https://www.boletinoficial.gob.ar/detalleAviso/primera/176726/20171227 >

Cignetti, M.A., Ceré, E., Lazo, M., Szwarc, G.D., y Ferreyra, D.M. (2023). “Experiencia en instalación y adaptación de sistema de monitoreo para instalaciones fotovoltaicas”, Jornadas de Ciencia y Tecnología 2023 de la UTN San Francisco, San Francisco, Argentina, 13 al 14 de septiembre, 334-339.

Comercio y Justicia (2022). “Córdoba encabeza el negocio de la generación distribuida de energía”. Disponible en <https://comercioyjusticia.info/economia/cordoba-encabeza-el-negocio-de-la-generacion-distribuida-de-energia/>

Duffie, J. A., Beckman, W. A., & Blair, N. (2020). “Solar engineering of thermal processes, photovoltaics and wind”. John Wiley & Sons.

Erbs, D. G., Klein, S. A., & Duffie, J. A. (1982). “Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly-average global radiation”. *Solar energy*, 28(4), 293-302.

Li, D. H., Lou, S. W., & Lam, J. C. (2015). “An analysis of global, direct and diffuse solar radiation”. *Energy Procedia*, 75, 388-393.

Liu, B. Y., & Jordan, R. C. (1960). “The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation”. *Solar energy*, 4(3), 1-19.

Ministerio de Economía, Presidencia de la Nación (2024). “Mapas de Irradiancia Solar Directa e Irradiancia Global Horizontal”. Disponible en <https://www.argentina.gob.ar/economia/energia/informacion-geografica-energia/mapas-irradiancia-solar>

Ministerio de Justicia y Derechos Humanos, Presidencia de la Nación (2015). “Energía Eléctrica. Ley 27191”. Disponible en <http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/250000-254999/253626/norma.htm>

Mousavi Maleki, S. A., Hizam, H., & Gomes, C. (2017). “Estimation of hourly, daily and monthly global solar radiation on inclined surfaces: Models re-visited". *Energies*, 10(1), 134.

Romero, I., & Cristófalo, M. P. (2022). “El estado de la generación distribuida solar fotovoltaica en América Latina y El Caribe”.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aproximación de la Irradiación solar global captada mediante funciones polinómicas

Approximation of the global solar irradiation captured using polynomial functions

Presentación: 22/04/2024

Mario Alberto Ros
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Reconquista, Reconquista, Santa Fe, Argentina
mros@comunidad.frrq.utn.edu.ar

Héctor Daniel Martín
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Reconquista, Reconquista, Santa Fe, Argentina
hmartin@comunidad.frrq.utn.edu.ar

Juan Pablo Suligoy
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Reconquista, Reconquista, Santa Fe, Argentina
jsuligoy@comunidad.frrq.utn.edu.ar

Walter Capeletti
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Reconquista, Reconquista, Santa Fe, Argentina
cienciaytecnologia@frrq.utn.edu.ar

Resumen

El presente trabajo consiste en la determinación de la energía solar (radiación solar global) en días despejados y/o parcialmente nublados, mediante datos de potencia (Irradiancia) extraídos cada 5 minutos de una estación meteorológica ubicada en el predio de la Facultad Regional Reconquista. La determinación de dicha energía se ha realizado por medio de cálculos de las áreas bajo la curva, mediante aproximaciones de funciones y resolviendo las respectivas integrales definidas para dos días en particular, despejado y parcialmente nublado. El método matemático empleado fue la aplicación de funciones polinómicas de 2 y 6 grado para determinar el valor de energía captado (Irradiación) y contrastado con en el valor, más próximo al real, que entrega el método de cálculo de los trapecios para el cálculo del área bajo de la curva. Los valores obtenidos por este método matemático son usados para compararse con los valores de energía generada de una instalación fotovoltaica, en el mismo predio y en los mismos días, donde la diferencia entre ambos contempla las pérdidas; por aumento de temperatura de la célula solar (olas de calor), suciedad, pérdidas en la instalación eléctrica y pérdidas inherente a los equipos electrónicos como ser el inversor.

Palabras clave: Radiación solar global, integrales, aproximaciones de funciones.

Abstract

The present work involves the determination of solar energy (global solar radiation) on clear and/or partially cloudy days, using power data (Irradiance) extracted every 5 minutes from a meteorological station located at the premises of the Regional Faculty Reconquista. The determination of said energy has been carried out through calculations of the areas under the curve, using function approximations and solving the respective defined integrals for two particular days, clear and partially cloudy. The mathematical method employed was the application of polynomial functions of 2 and 6 degrees to determine the captured energy value (Irradiation), and contrasted with the value closest to reality, provided by the trapezoidal calculation method for calculating the area under the curve. The values obtained by this mathematical method are used for comparison with the energy values generated by a photovoltaic installation, on the same premises and on the same days, where the difference between them includes losses; due to increased temperature of the solar cell (heat waves), dirt, losses in the electrical installation, and losses inherent to electronic equipment such as the inverter.

Keywords: Global solar radiation, integrals, function approximations.

Introducción

Definición de conceptos (Casa y Barrio, 2017), (Meinel y Meinel, 1982), (Sampaio y González (2017):

- Radiación directa: es la radiación referida al flujo solar que llega a la superficie sin haber sufrido ninguna dispersión en la atmósfera. La misma procede del disco geométrico del Sol y es la componente de la luz solar que se enfoca mediante un sistema óptico dando una imagen del disco del Sol.
- Radiación dispersa: la atmósfera produce una componente difusa de luz dispersa a través de la denominada dispersión de Rayleigh y la dispersión por el polvo y aerosoles. Las nubes también dispersan la luz solar, lo cual se añade al flujo disperso total pero su naturaleza no es estrictamente difusa. Este tipo de radiación no puede enfocarse por ningún sistema óptico.
- Irradiancia: es la potencia de la radiación solar por unidad de área en un momento dado.
- Irradiación: es la energía recibida o captada en un intervalo de tiempo por unidad de área.
- Célula fotoeléctrica: también llamada celda solar, célula solar, fotocélula o célula fotovoltaica, es un dispositivo electrónico que permite transformar la energía lumínica (fotones) en energía eléctrica (flujo de electrones libres) mediante el efecto fotoeléctrico y luego por el efecto fotovoltaico. Cuando estos electrones libres son capturados, el resultado es una corriente eléctrica que puede ser utilizada como electricidad. La célula fotovoltaica tradicional (de silicio) trabaja mayoritariamente con el espectro de la luz visible y una fracción del ultravioleta, este intervalo del espectro de trabajo se encuentra en el intervalo de frecuencia de 300nm a 700nm. De esto último se desprende que la célula fotovoltaica trabaja en un mayor porcentaje con el espectro de luz "visible" y debido a esto acusa una disminución en los valores de potencia instantánea (Irradiancia) al interponerse entre esta y la dirección de los rayos solares una nube.
- EPESF: Empresa Provincial de la Energía de Santa Fe.
- ERA: Energía Renovable para el Ambiente.

En el predio de la Facultad Regional Reconquista (FRRq) se encuentra una estación meteorológica PEGASUS Modelo EP0304 N° 3704 (TECMES, 2024), esta estación permite medir, almacenar y visualizar en tiempo real información ambiental. Su alimentación es por batería y panel solar, todo integrado en su exclusivo diseño. La

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

tecnología GSM incorporada transmite los datos registrados por cada sensor vía 2G y 3G a la nube para ser visualizados en tiempo real desde una computadora o a través de la aplicación PEGASUS MOBILE.

Esta estación provee los datos de Radiación solar, entre otra información, con los cuales se ha elaborado el presente trabajo. El objetivo es averiguar la energía total diaria captada, en la ubicación geográfica de la UTN-FRRq, en días parcialmente nublados y/o con intermitencia de radiación solar directa utilizando diversos métodos de cálculo, ya que este dispositivo solo arroja valores de potencia instantánea (irradiancia) que se registran cada 5 minutos. Los estudios se realizaron para un intervalo horario entre las 7h y las 19h y los datos de potencia (irradiancia) se guardan en una planilla Excel. Luego son trabajados analítica y numéricamente con el programa de lenguaje simbólico Mathematica (Wolfram Mathematica, 2023) para calcular la energía solar total diaria.

Toda la información obtenida es empleada luego para comparar con el valor de generación de energía diaria por un sistema fotovoltaico, integrado por 4 paneles FV de marca Jinko 260-280 Eagle 60 de 270Wp y un inversor On-grid ABB, conectado a la Red de la EPESF, bajo el Programa ERA, inscripto como usuario generador. De esta forma se tiene la diferencia entre la energía o radiación solar recibida por los paneles fotovoltaicos (dado por medio de la estación meteorológica) y la generada o inyectada a la Red, la cual es obtenida vía wifi por el inversor. La diferencia contempla distintas pérdidas como ser: pérdida por temperatura elevada de las células en verano (olas de calor), por suciedad y otras pérdidas inherentes a los componentes electrónicos como el panel fotovoltaico, el inversor y en su instalación eléctrica. A la vez, este trabajo en particular aporta una referencia de cómo influye las condiciones ambientales (temperatura ambiente) en la generación de energía eléctrica de un panel fotovoltaico, mediante la comparación de dos días con diferentes condiciones climáticas.

Por último, se aclara que ambos sistemas se encuentran en el mismo predio con una ubicación geográfica de 29°08′40″S 59°38′38″O, de Latitud y Longitud respectivamente de la ciudad de Reconquista provincia de Santa Fe.

Desarrollo

La tecnología GSM incorporada en la estación meteorológica (figura 1) transmite los datos registrados por cada sensor vía 2G y 3G a la nube para ser visualizados en tiempo real desde una computadora o a través de la aplicación PEGASUS MOBILE en un teléfono móvil. De esta manera, se obtienen los datos de la irradiancia en W/m^2 cada 5 minutos que al final del día son transferidos a una tabla Excel para su trabajo.

FIgura 1: Estación Metereológica PEGASUS, Modelo EP0304 N° 3704.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

A partir de los datos obtenidos en las planillas, los cuales se los representa en las gráficas de las figuras 2 y 3, se los transporta al programa de lenguaje simbólico Mathematica en forma de matriz. Luego se lo grafica en un sistema de coordenadas tiempo-potencia, como se muestran en las figuras 4-a y 4-b respectivamente.

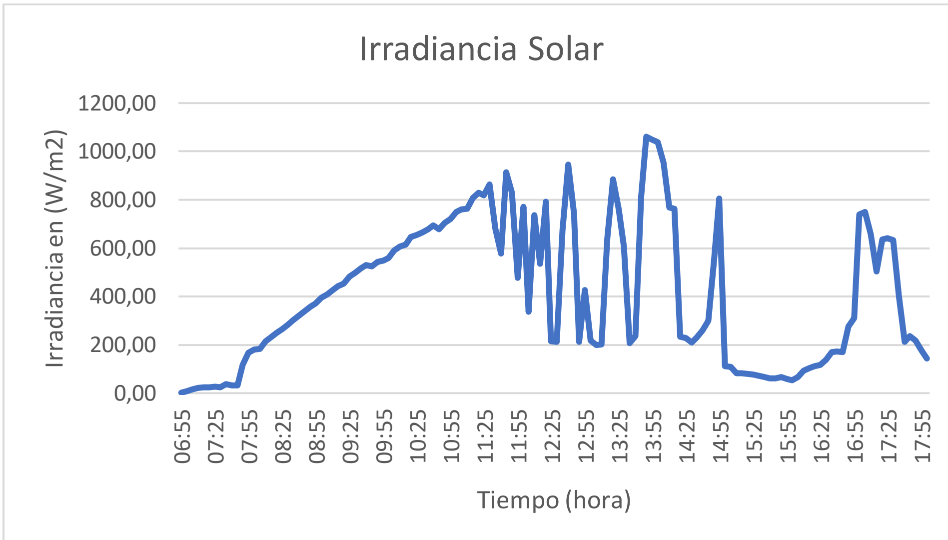


FIgura 2: datos de Irradiancia obtenidos de la estación Metereológica en el día 08/02.

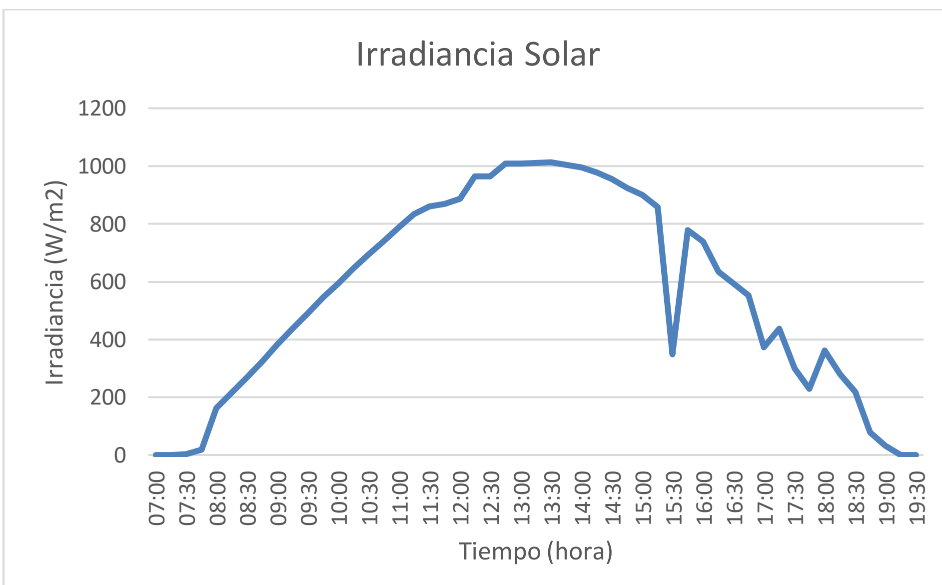


Figura 3: datos Irradiancia obtenidos de la estación Metereológica en el día 21/02.

En primer lugar, se calcula el área bajo de la curva utilizando la sumatoria de los trapecios como se muestra en la expresión (1):

$$E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1}(t_{i+1} - t_i)(p_{i+1} + p_i) \tag{1}$$

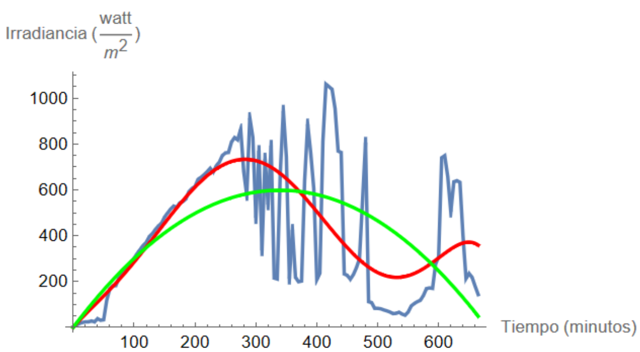
En la cual, E es la energía en Wh, n la cantidad de datos, t_i el tiempo en el punto i, y p_i la potencia en el mismo punto. Debido a que los datos se registran cada 5 minutos los intervalos de tiempo son constantes durante todo el

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

día, esto significa que $(t_{i+1} - t_i) = 5$ minutos, la expresión de la energía total diaria (irradiación) queda simplificada de la siguiente forma (2):

$$E = \frac{5}{2}\sum_{i=1}^{n-1}(p_{i+1} + p_i) \quad (2)$$

Luego, se aproxima la curva con polinomios de 2do grado (gráfica de color verde) y de 6to grado (curva de color rojo), ver figura 4, y se calcula el área bajo la curva de ambas funciones polinómicas mediante integrales definidas. Lo anterior se aplicó a dos días de condiciones de radiación diaria distintos en el mes de febrero del corriente año. Esto significa que se compararon datos en un día en el que hubo nubosidad o radiación solar directa intermitente, como se presentó el día 08/02 (figura 4-a), con un día totalmente claro o mayormente despejado como se presentó el día 21/02 (figura 4-b).



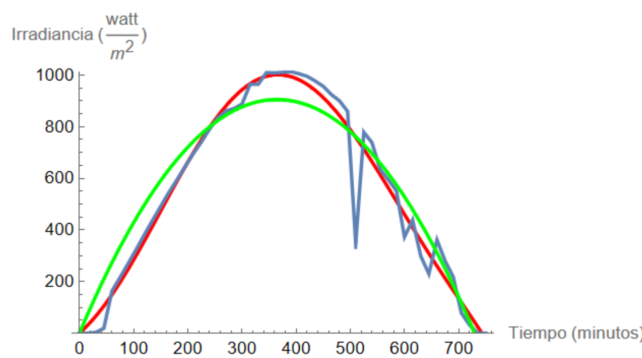


FIgura 4: funciones polinómicas aproximadas de sexto y segundo grado en dos días: a) 08/02/2024 y b) 21/02/2024, respectivamente utilizando el programa Mathematica.

Los datos son de carácter discreto y se tomaron cada 5 minutos, debido a esto es que las abscisas de las gráficas se expresan en minuto. Luego se realiza la aproximación a curvas continuas y la conversión de unidades para obtener la energía diaria en Wh, que se ha calculado en base a las integrales bajo las curvas. Los valores, en Wh, se presentan en la tabla 1 para los datos de los dos días mencionados.

Día	Trapecios, (Wh)	Polinomio 2°, (Wh)	Polinomio 6°, (Wh)
08/02/2024	4574,2	4587,9	4509,24
21/02/2024	7075,75	7317,48	7100,54

Tabla 1. Valores de energía (Wh) por cada día y función.

Se obtuvieron expresiones polinómicas con diferentes grados, se opta por mostrar en este trabajo solo los más representativos, o sea, de segundo y sexto grado. En la tabla 1 se puede observar que el polinomio de 6° obtiene una muy buena aproximación para el caso de un día con escasa nubosidad como lo fue el 21 de febrero del corriente año. Entendiéndose que el valor más próximo al real es el que se encuentra bajo de la gráfica de color azul, que se calcula con sumatoria de trapecios. Las expresiones polinómicas halladas para los días 8 y 21 se muestran en (3) y (4). Este valor de irradiación hallado en ambos días tampoco es exacto ya que los datos tabulados se obtienen cada 5 minutos, una mejor aproximación se tendrá cuando los intervalos de tiempo entre una señal y la siguiente sea lo más pequeño posible.

$$P_2(8) = 3.524\,x - 0.005\,x^2 \qquad P_2(21) = 4.962x - 0.007x^2 \quad (3)$$

$$P_6(8) = 3.079\,x - 0.015\,x^2 + 0.0002x^3 - 9.29 \times 10^{-7}x^4 + 1.55 \times 10^{-9}x^5 - 8.73 \times 10^{-13}x^6 \quad (4)$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

$$P_6(21) = 1.854x + 0.011x^2 + 1.18 \times 10^{-6}x^3 - 1.377 \times 10^{-7}x^4 + 2.389 \times 10^{-10}x^5 - 1.187 \times 10^{-13}x^6$$

Posteriormente se adjunta las gráficas y su valor de Irradiación dados por el inversor de una instalación fotovoltaica bajo la conexión On-grid (a la red de distribución de la EPESF), como usuario generador dentro del programa ERA colaborativo de la provincia y ubicada en el mismo predio. Ambas gráficas y sus valores se aprecian en las imágenes (capturas de pantallas) en las figuras 5 y 6 siguientes para los mismos días de estudios 08/02 y 21/02 respectivamente.

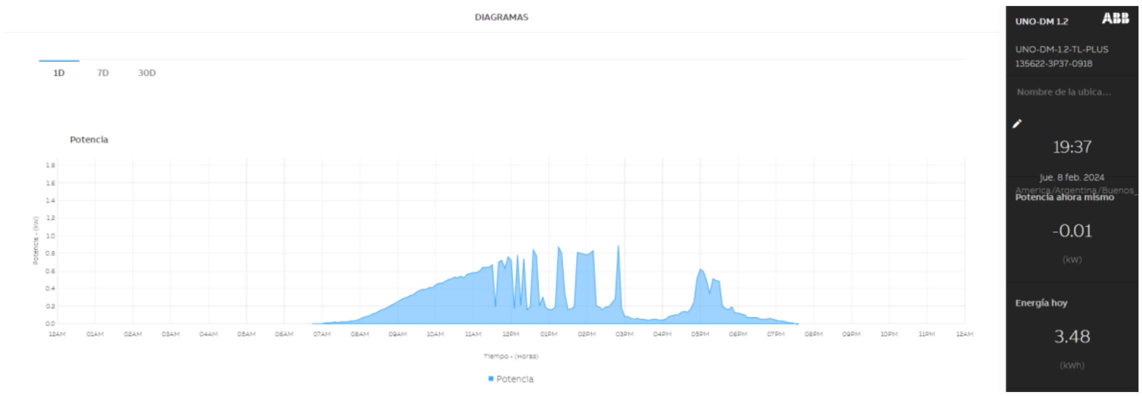


Figura 5: captura de pantalla donde se observa la gráfica y su valor de Irradiación, dado por el inversor, para el día 08/02.

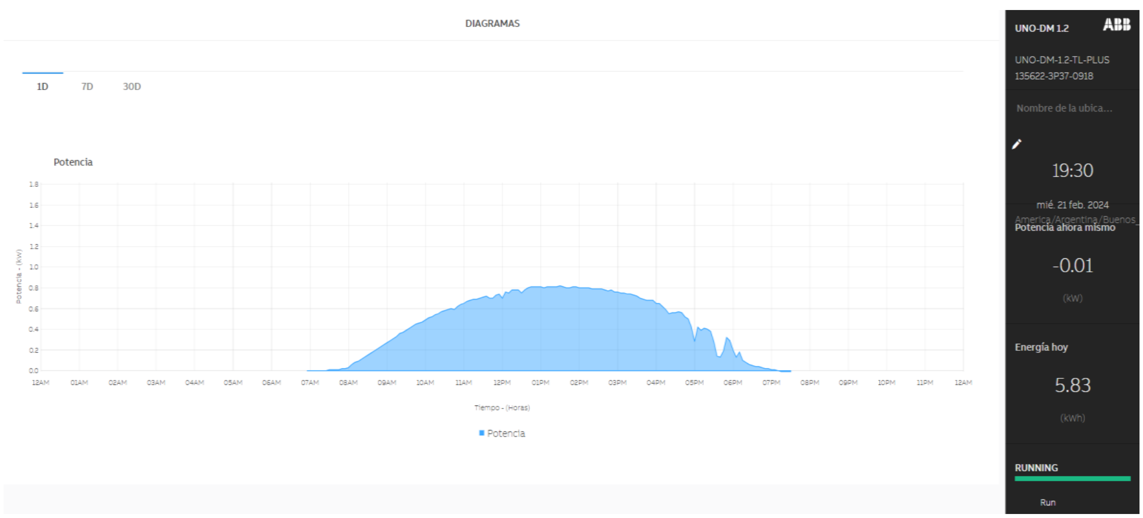


Figura 6: captura de pantalla donde se observa la gráfica y su valor de Irradiación, dado por el inversor, para el día 21/02.

Se puede apreciar que los valores de energía arrojados por el inversor en la figura 5 fue de 3,48kWh o 3480Wh para el día 08/02, parcialmente nublado (Álvarez et al., 2013), siendo un 23,91% menor respecto al valor calculado por el método de los trapecios para ese día, dando un valor de 4574,2Wh. Y en la figura 6 se aprecia un valor de energía generada de 5,83kWh o 5830Wh para el día 21/02 (mayormente despejado) con un 17,61% menor respecto al valor calculado por el mismo método, que arrojo un valor de 7075,75Wh. Esta diferencia de energía, entre el valor generado y el calculado en función a la energía captada, se explica a continuación: se conoce que las elevadas temperaturas afectan a las células fotovoltaicas (Cepeda y Sierra, 2017), en particular a las de estructura policristalinas, en lo que respecta a la generación de energía eléctrica, donde esta disminuye en función del aumento de la temperatura de la celda solar.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En base a lo expresado el mayor porcentaje de diferencia entre la energía captada y generada se da para el día 08/02, aún en condición de parcialmente nublado, ya que registró una temperatura ambiente promedio de 35,98°C, hallado entre las 7h y las 18h, mientras que para el día 21/02 la temperatura promedio en el mismo intervalo de medición fue de 31,31°C dando así una diferencia entre energía captada y generada menor. De esto se desprende que por más que en el primer día de estudio se tuviera una condición de menor radiación solar (parcialmente nublado) que en el segundo día de estudio la temperatura ambiente en el primero fue mayor, acusando una condición medioambiental de "ola de calor", respecto al segundo día de condición estándar cálida, y por ello una mayor disminución en el valor de la energía generada respecto a la captada (diferencia).

Conclusiones

Se concluye que, según el porcentaje de nubosidad presente en el día, un grado de curva polinómica, de los dos presentados, resulta más aproximada que otra a la hora de determinar la energía solar global captada, por ejemplo, para días parcialmente nublado o de radiación solar directa intermitente se tiene una mejor aproximación con una curva polinómica de 2° y qué, para días mayormente despejados o claros se tiene una mejor aproximación con una curva polinómica de 6°, ambas comparadas respecto al método de cálculo de la sumatoria de los Trapecios. A la vez la aplicación de estos métodos de cálculos de área, por curvas polinómicas, resultan de gran simpleza en su ejecución (menor tiempo) respecto al método de los trapecios, particularmente en días nublados donde se presenta grandes intermitencias de energía solar global captada.

Esta información obtenida, valores de la energía solar global diaria captada por la estación meteorológica, resulta de vital importancia para el estudio o análisis respecto a cómo afecta en la generación de energía eléctrica, por medio de paneles fotovoltaicos, las distintas condiciones climáticas, particularmente la temperatura ambiente.

Referencias

Wolfram Mathematica © 1988-2023, Wolfram Research inc. Versión 13.3.

Casa, M., Barrio, M. (2017). *Instalaciones solares fotovoltaicas*, Marcombo Ediciones Técnicas, Alfaomega Grupo Editor.

Meinel, A.B. y Meinel, M.P. (1982). "*Aplicaciones de la Energía Solar*", Editorial Reverté s.a.

Álvarez, O., Montaño, T., Quentin, E., Maldonado, J., & Solano, J. (2013) *La radiación solar global en la región sur del Ecuador*. Reanálisis de la nubosidad diurna.

Sampaio, Priscila Gonçalves Vasconcelos y González, Mario Orestes Aguirre (2017). *Photovoltaic solar energy: Conceptual framework.*

Cepeda, J., Sierra, A. (2017). *Aspectos que afectan la eficiencia en los paneles fotovoltaicos y sus potenciales soluciones.* Facultad de Ingeniería Mecánica Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia.

TECMES. Estación meteorológica Pegasus, 2024. Diesponible en https://www.tecmes.com/estacion-pegasus/

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Experiencia de trabajo para potenciar el desarrollo de competencias sociales en una materia básica de ingeniería

Work experience to enhance the development of social skills in a basic engineering subject

Presentación: 25/03/2024

Julieta Cornalis
Facultad Regional San Francisco – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
jcornalis@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Ana Carina Sarmiento
Facultad Regional San Francisco – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
csarmiento@sanfrancisco.utn.edu.ar

Resumen

En la actualidad, algunas de las competencias más requeridas por las empresas a los profesionales de ingeniería son las de trabajo en equipo, comunicación efectiva, capacidad de negociación y liderazgo. Estas son competencias que hasta hace unos años solían descuidarse o darse por sentadas durante el proceso de formación académica en las universidades.

En este trabajo, se relata una experiencia de trabajos colaborativos realizados con estudiantes de segundo año de ingeniería de la Facultad Regional San Francisco de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) donde se intentan desarrollar habilidades de trabajo en equipo y comunicación efectiva con actividades innovadoras que relacionan escenarios reales con modelos matemáticos. Se plantean los desafíos encontrados y las ventajas y desventajas de la experiencia.

Palabras clave: Competencias de aprendizaje, aprendizaje activo, trabajo colaborativo, comunicación efectiva, aprendizaje mediado por tecnologías.

Abstract

Currently, some of the skills most required by companies from engineering professionals are teamwork, effective communication, negotiation abilities and leadership. These are competencies that a few years ago were often neglected or taken for granted during the academic training process at universities.

This work reports an experience of collaborative work carried out with second-year engineering students from the Facultad Regional San Francisco of the Universidad Tecnológica Nacional (UTN) where they try to develop teamwork and effective communication skills with innovative activities that relate real scenarios with mathematical models. The challenges encountered and the advantages and disadvantages of the experience are presented.

Keywords: Learning competencies, active learning, collaborative work, effective communication, learning mediated by technologies.

Introducción

En un mundo globalizado y competitivo, las habilidades requeridas en los profesionales de la ingeniería son cada vez más complejas. A su vez, la gran disponibilidad de software y el desarrollo continuo de la Inteligencia Artificial hacen que los requerimientos para los ingenieros sean frecuentemente orientados al desempeño gerencial, en áreas de comunicación y social (Mastache, 2007).

Con la idea de formar profesionales capacitados para el siglo XXI y con el consenso del Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI), en 2018 se establecieron las competencias genéricas deseables en los ingenieros de cualquier especialidad, a saber:

• **Competencias tecnológicas**
1. Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería.
2. Concebir, diseñar y desarrollar proyectos de ingeniería.
3. Gestionar, planificar, ejecutar y controlar proyectos de ingeniería.
4. Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de aplicación en la ingeniería.
5. Contribuir a la generación de desarrollos tecnológicos y/o innovaciones tecnológicas.

• **Competencias sociales, políticas y actitudinales**
6. Desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.
7. Comunicarse con efectividad.
8. Actuar con ética, responsabilidad profesional y compromiso social, considerando el impacto económico, social y ambiental de su actividad en el contexto local y global.
9. Aprender en forma continua y autónoma.
10. Actuar con espíritu emprendedor. (CONFEDI, 2018)

Es trascendental que estas competencias genéricas se comiencen a desarrollar en los estudiantes de ingeniería desde el inicio de su formación universitaria, más aún teniendo en cuenta que los últimos años de la carrera se centrarán principalmente en el impulso de las competencias específicas de la especialidad de ingeniería correspondiente. Por lo tanto, las materias básicas de la carrera proporcionan un buen punto de partida para fomentar el desarrollo de estas competencias elementales.

Desarrollo

En este trabajo, nos enfocamos particularmente en dos competencias sociales: el desempeño de manera efectiva en equipos de trabajo y la comunicación efectiva, que son fundamentales no solo para los graduados, sino también para que los estudiantes de ingeniería logren un buen desempeño durante la carrera universitaria. Estas son destrezas de dominio interpersonal que avalan un aprendizaje profundo e implican habilidades relacionadas con la flexibilidad para adaptarse a nuevos desafíos (Pozo y Simonetti, 2018), cualidades tan necesarias en este mundo vertiginosamente cambiante.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Con el objetivo de desarrollar dichas competencias de trabajo grupal y comunicación efectiva y fluida, en la materia Análisis Matemático II de las carreras de Ingeniería Electromecánica, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Química e Ingeniería en Sistemas de Información de la Facultad Regional San Francisco de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) se estipularon dos trabajos colaborativos a desarrollar por los estudiantes. Por medio de esas tareas, al mismo tiempo, se intentó despertar la curiosidad de los alumnos y desafiarlos a salir de su zona de confort para que correlacionaran la matemática con otras disciplinas mediante el modelado de situaciones reales concretas (Pochulu, 2018).

Por lo tanto, para aproximar a los estudiantes a circunstancias más cotidianas de la profesión, las consignas de las actividades no se plantearon de manera tradicional donde los estudiantes valiéndose de recursos conceptuales, técnicas, fórmulas o manipuleos matemáticos trabajados en clase logran un resultado específico y concreto, que es la metodología habitual (Rodríguez, 2017), sino como situaciones abiertas que pretenden la integración de recursos y para ello adicionalmente deben investigar y analizar más información. Esto habilitó a que el punto de partida de los estudiantes fuera la proposición de un escenario a modelar y, luego de indagar sobre ese tema, lograran describir la relación entre las variables intervinientes.

Considerando, además, que nuestros estudiantes son nativos digitales y las TIC siguen modificando nuestros ambientes educativos (Coll, 2004), la idea fue explotar al máximo la disponibilidad del campus virtual institucional y plantear consignas donde los alumnos deben hacer uso de herramientas digitales multimediales, aprovechando el hecho de que este tipo de propuestas de trabajo resultan motivadoras y entretenidas para los jóvenes en general. En referencia esto, se debe aclarar que la metodología de enseñanza utilizada en la asignatura es de Aula Invertida; los estudiantes cuentan, para cada clase y temática del cronograma, con videos preparados especialmente por los docentes de la materia que muestran ejemplos ilustrativos. Luego, en las clases presenciales, se comparten y analizan gráficas de los distintos modelos matemáticos abordados en la Guía de Trabajos Prácticos. Además, todo ese material didáctico queda disponible en el aula virtual de la materia.

Propuesta de trabajo

Teniendo en cuenta todas las premisas anteriores, los estudiantes se dividieron en grupos de entre 3 y 5 personas y se les propuso como trabajo colaborativo la realización de un video corto, de 3 a 10 minutos de duración. En el video se debía plasmar una aplicación real de un determinado concepto de la asignatura, por lo que indefectiblemente involucraría modelos matemáticos. Las modelizaciones podían coincidir con las trabajadas en clases, como por ejemplo funciones de 2 variables independientes asociadas a superficies cuadráticas, funciones que describieran el comportamiento de una población o cualquier otra relación entre las variables involucradas.

Si bien la modalidad para la producción del video debía ser elegida por los estudiantes, desde la cátedra se sugirieron ideas para la grabación del mismo, en base a la experiencia adquirida en realizar videos explicativos para los estudiantes. La única condición ineludible a cumplir era que todos los integrantes del grupo debían aparecer en el video, no necesariamente su imagen sino demostrar su intervención de manera activa.

Como orientación para la realización de la investigación se sugirió un tema integral pero concreto, que abarcaba varios recursos conceptuales con sus posibles aristas de análisis, algunas de ellas indispensables y otras electivas. A partir de allí, los estudiantes debían describir la relación entre el contenido visto en clase y su utilización y relevancia en la vida cotidiana.

Para la entrega del trabajo se utilizó el campus virtual. En el aula virtual de la materia se agregó una sección de Trabajos Colaborativos y se adicionó un recurso “Tarea” al que los estudiantes podían acceder para visualizar la

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

descripción de la consigna con los lineamientos guías y allí mismo realizar la entrega de un archivo conteniendo el enlace al video. Al realizarse la actividad por grupos, sólo un integrante debía subir la entrega y se visualizaría para todos los compañeros.

Durante el ciclo lectivo 2023, el curso tuvo 155 inscriptos, se concretaron dos actividades colaborativas, una en cada cuatrimestre y fueron diseñadas para que no demandaran más de 5 horas no presenciales cada una. Para la primera mitad del año, se designó como tema central: funciones de varias variables. Los estudiantes tenían que indagar sobre las diversas aplicaciones de estas funciones y, una vez seleccionada una utilización específica, debían identificar la función o forma general de la misma, indicar y describir las variables independientes y la dependiente, graficar la función y relacionar el contexto y su relevancia de aplicación con todo lo analizado matemáticamente.

Entre los videos entregados, se destacan aplicaciones interesantes como: cocina ecológica en una superficie cuadrática, describiendo un horno solar parabólico, comparación entre pelota de rugby y pelota de fútbol, relevancia de la forma de las papas fritas *snack* y su recipiente cilíndrico, descripción algebraica y justificación de diversas estructuras reconocidas mundialmente como el Coliseo Romano, la Torre de Kobe, La Esfera de Epcot, análisis de la forma y funcionamiento de un reloj de arena.

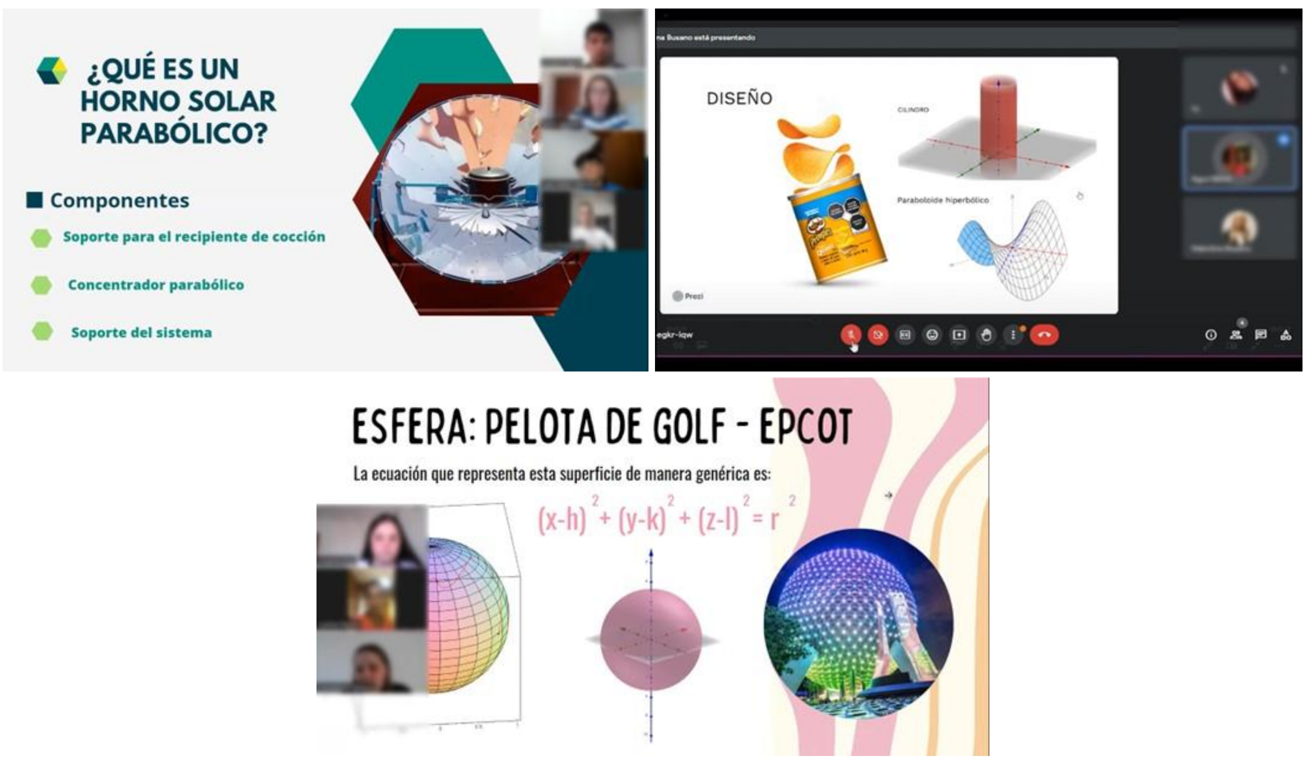


Figura 1 - Capturas de algunos de los videos producidos por los estudiantes para la primera actividad propuesta.

Para el segundo cuatrimestre se propuso como temática: ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Nuevamente debían investigar sobre las diversas aplicaciones de este tipo de ecuaciones, además de las analizadas en clases. En la entrega, tenían que establecer la ecuación diferencial que regía el fenómeno o proceso, identificar la variable independiente y la dependiente, señalar el método de resolución a utilizar, graficar la familia de funciones o la solución particular y finalmente correlacionar la ecuación y sus características con la aplicación elegida.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En esta presentación, sobresalieron aplicaciones como: crecimiento de una inversión financiera, correlación de distintas ecuaciones diferenciales con el orden de reacción en una reacción química, análisis de carga y descarga de una batería, comparación de modelo real e ideal, relación de seguidores existentes y nuevos en una red social.

Figura 2 - Capturas de algunos videos correspondientes a la segunda actividad propuesta.

Ambas actividades se desarrollaron en gran medida fuera de las clases presenciales. En las clases se indicaron las consignas y luego se efectuó el seguimiento sobre los avances de las mismas. Los estudiantes disponían de estos encuentros presenciales y de contacto virtual para realizar y despejar todos los interrogantes que se les presentaran.

La aprobación de los trabajos colaborativos formó parte de los requisitos de aprobación directa y aprobación no directa de la materia. Por esta razón cada grupo fue evaluado utilizando una lista de cotejo y obtuvo una retroalimentación de su tarea con posibilidad de reentrega hasta la aprobación de la misma.

Análisis de la experiencia

El trabajo en grupos o el aprendizaje colaborativo o cooperativo, como lo denominan algunos autores, presenta generosos beneficios, pero para su obtención se debe tener en cuenta una de las características más relevantes: el tamaño de los grupos. Estos no deben tener una cantidad excesiva de integrantes, sino que se recomienda que sean de 3 a 8 para que se alcance la contribución de todos y no haya participantes ociosos (De Miguel Díaz, 2006). La elección de la limitación de los colaboradores y el requisito de la intervención de todos en el video contribuyó a que los estudiantes experimentaran la dinámica de trabajar juntos hacia un objetivo común y la posibilidad de potenciarse entre ellos.

Puntualmente, al limitar a 5 la cantidad máxima de integrantes se facilitó el análisis del trabajo individual de cada uno dentro del equipo. Los estudiantes debieron interactuar entre sí para determinar las distintas tareas a realizar, precisar el responsable más afín para cada una y diagramar el producto final, en este caso, el video, y para esto tuvieron que conocer las fortalezas y debilidades de los integrantes del grupo lo que implicó establecer una mayor relación interpersonal.

Además, durante este proceso de trabajo grupal, debían cooperar unos con otros para resolver los posibles conflictos y dificultades que se les presentaran que también pueden interpretarse como oportunidades para aprender a manejar diferencias de opinión, a comunicarse con sus pares y a encontrar soluciones que satisfagan a todos (De Miguel Díaz, 2006). Lo que contribuye directamente a uno de los objetivos de la propuesta, el desarrollo de la competencia genérica asociada al desempeño en equipos de trabajo.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Durante el desarrollo de la actividad se pudieron observar estas particularidades en base a las consultas recibidas. Los estudiantes realizaban las investigaciones preliminares de diversas aplicaciones del tema asignado y luego, con mínimas intervenciones por parte del docente para no sesgar la idea original (Pochulu, 2018), confirmaban cuál de las opciones sería más sustanciosa de desarrollar. En cada una de las propuestas y debates planteados en esos intercambios se reflejaba el perfil del grupo, el rol de cada integrante y las circunstancias que debieron sortear. Del mismo modo, en esas instancias, se pudo constatar la motivación y el entusiasmo de los descubrimientos realizados ya que, en la búsqueda de relacionar los conceptos matemáticos con aplicaciones reales, podían notar la utilidad y relevancia de lo que estaban aprendiendo, cómo se utilizó en el pasado o cómo se adopta para el futuro.

Por otro lado, para la colaboración y coordinación del grupo se requiere una comunicación clara y continua entre los integrantes mientras que, para la realización del video en sí, se ponen en práctica habilidades de comunicación verbal, no verbal y escrita. Aquí se debe remarcar que, al no depender del tiempo disponible en el aula, los estudiantes podían bosquejar el relato y la diagramación del video, practicarlo y ajustarlo las veces que fueran necesarias (Álvarez, 2015). Todo esto aporta a la formación de la segunda competencia social pretendida de comunicación efectiva y asertiva (Andrade, 2022).

Al visualizar los más de 80 videos entregados, se pudo diferenciar a los estudiantes que poseían una habilidad verbal más fluida de los que necesitaban más soporte escrito o visual para lograr confianza en su relato, incluso muchos fueron logrando esa soltura entre las dos actividades colaborativas planteadas durante el año de cursado. También se evidenció el buen manejo de las aplicaciones o software para animaciones, presentaciones y edición de video, los resultados fueron verdaderamente sorprendentes. En las producciones, se reflejó el empeño de cada grupo para realizar una presentación creativa, interesante, novedosa, pero a su vez concreta y precisa desde lo técnico (o académico).

Como refuerzo a esta iniciativa, se debe destacar que los trabajos colaborativos fueron aprobados por todos los estudiantes, incluidos aquellos que, por otras circunstancias, quedaron libres en la materia. Es decir que el requerimiento de esta tarea no fue impedimento para la aprobación de la misma.

Como todo proceso y experiencia, esta propuesta también tiene sus debilidades. Si bien desde la restricción de la cantidad de integrantes en cada grupo se intentó mitigar esta situación, es posible que algunos estudiantes contribuyan menos al trabajo en equipo o que se vean relegados. Esto puede ser debido a diferencias en habilidades, actitudes o dinámicas grupales y que al realizarse la mayor parte de la actividad fuera del aula, el docente no tome conciencia de esta realidad. Esto incluso dificulta la evaluación del desempeño individual en relación al resultado final del proyecto. Asimismo, al realizarse fuera de clase, es posible que se complique la organización de horarios y tareas entre los miembros del equipo.

Finalmente, si bien puede tratarse de una oportunidad de aprendizaje como se mencionó anteriormente, al trabajar con otras personas es frecuente que se generen conflictos interpersonales por diferencias de personalidad, formas de trabajo u oposición de perspectivas, lo que puede afectar negativamente la dinámica de colaboración y el rendimiento del grupo. Esto también se relaciona con una deficiente comunicación entre los participantes.

Conclusiones

La iniciativa de diseñar actividades colaborativas basadas en la asociación de la modelización con situaciones reales con la producción de videos cortos, no solo busca repensar los conceptos matemáticos de manera creativa, fomentar la construcción del conocimiento y la apropiación de los temas estudiados, sino que también promover el

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

desarrollo de habilidades blandas esenciales, delineadas por CONFEDI, para el éxito profesional, como la resolución de problemas, la toma de decisiones en equipo y la capacidad de comunicarse de manera efectiva.

La estructura planteada de grupos reducidos y la participación equitativa de todos los miembros en la realización de la actividad intentaron garantizar un compromiso activo y una distribución justa de responsabilidades, para contribuir a fortalecer la cohesión del equipo y a maximizar los resultados obtenidos. Además, el aprovechamiento de distintas herramientas tecnológicas y recursos multimediales no solo refleja una adaptación a las preferencias y habilidades de los estudiantes contemporáneos, sino que también enriquece la experiencia de aprendizaje al ofrecer variedad y flexibilidad en los enfoques de la presentación y exposición.

La propuesta pedagógica presentada evidencia una respuesta innovadora y eficaz para abordar las demandas actuales de la educación en ingeniería, desde etapas tempranas, que van más allá del dominio técnico y requieren habilidades sociales y comunicativas sólidas. Al enfocarse en el desarrollo de competencias sociales; la iniciativa, aunque presenta desafíos, ofrece una oportunidad valiosa para promover la responsabilidad individual y colectiva. Del mismo modo se sientan las bases para que en espacios curriculares superiores, sean los propios estudiantes los que propongan la modelización, planteen funciones, ecuaciones y sus variables según distintos contextos, todo ello colaborando a su formación para enfrentar los retos del mundo laboral.

Referencias

Álvarez Moreno, C. (2015). El video como instrumento para el desarrollo de competencias comunicativas en el área de Química a través del aprendizaje colaborativo - Tesis de Maestría - Tecnológico de Monterrey / Universidad Autónoma de Bucaramanga

Andrade, A., Mansilla, Carmen, Chipana, D. y Segura, J. (2022). El aprendizaje colaborativo y el desarrollo de habilidades comunicativas, desde la perspectiva de los estudiantes del ciclo IV de la carrera de ingeniería de sistemas de una universidad privada durante el periodo 2021-2 - Tesis de Maestría - Universidad Tecnológica del Perú

Coll, C. (2004). Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación - Una mirada constructivista. Sinéctica.

CONFEDI. (2018). Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina. Rosario.

De Miguel Díaz, M. (2006). Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Ediciones Universidad de Oviedo.

Mastache, A. (2007). Formar personas competentes - Desarrollo de competencias tecnológicas y psicosociales. Noveduc.

Pochulu, M. (2018). La modelización matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María (Córdoba): Universidad Nacional de Villa María.

Pozo, C., y Simonetti, F. (2018). ¿Cómo indagar sobre Aprendizaje Profundo en Centros Escolares? Instrumentos y orientaciones prácticas. Chile: Líderes Educativos - Centro de Liderazgo para la Mejora Escolar.

Rodríguez, M. (2017). Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática. - 2a edición. - Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Funções e disfunções cognitivas: uma análise a partir de uma situação vinculando a Matemática e a Eletrônica Analógica

Cognitive functions and dysfunctions: an analysis based on a situation linking Mathematics and Analog Electronics

Presentación: 18/03/2024

Gabriel Loureiro de Lima
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
gllima@pucsp.br

Juliana Martins Philot
Instituto Mauá de Tecnologia, Brasil
Juliana.philot@maua.br

Eloiza Gomes
Instituto Mauá de Tecnologia, Brasil
eloiza@maua.br

Barbara Lutaif Bianchini
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
barbara@pucsp.br

Resumo

Neste artigo, analisa-se, sob a perspectiva da Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural, as funções e disfunções cognitivas manifestadas por três sujeitos, ao trabalharem colaborativamente, na resolução de um problema vinculando a Matemática à Eletrônica Analógica, elaborado em consonância aos pressupostos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC) e implementado de acordo com a Didática Mediada do Contexto, uma ampliação da Didática do Contexto, esta originalmente proposta na TMCC. Os diálogos referentes ao processo de resposta a duas questões que nortearam a resolução do problema foram gravados em áudio, posteriormente transcritos e analisados. Dentre os resultados, de modo geral, evidenciaram-se funções cognitivas caracterizadas pela: capacidade para estabelecer relações entre eventos passados e futuros; e utilização de uma linguagem clara e precisa para responder ao problema. Por outro lado, explicitaram, dentre outras, disfunções cognitivas como: imprecisão e inexatidão na coleta da informação; estreitamento ou limitação do campo mental, implicando na inabilidade na manipulação e processamento de várias unidades de informação simultaneamente; e instabilidade na percepção de uma figura devido à natureza vulnerável dos sistemas de referência que servem de suporte para os elementos percebidos e à dificuldade em considerar os dados relevantes de uma informação, atentando-se aos irrelevantes. Ter clareza especialmente acerca das disfunções cognitivas manifestadas pelos estudantes é fundamental para o professor que ensina Matemática na Engenharia porque estas interferem em suas aprendizagem e podem até mesmo impedi-las.

Palavras-chave: Relação da Matemática com a Eletrônica Analógica. Teoria A Matemática no Contexto das Ciências. Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural. Funções e Disfunções Cognitivas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Abstract

This paper analyzes, from the perspective of the Theory of Structural Cognitive Modifiability, the cognitive functions and dysfunctions manifested by three subjects as they worked collaboratively to solve a problem linking Mathematics to Analog Electronics, designed in line with the assumptions of the Theory Mathematics in the Context of Science (TMCS) and implemented in accordance with Context-Mediated Didactics, an extension of Context Didactics, originally proposed in TMCS. The dialogues relating to the process of answering the two questions that guided the resolution of the problem were audio-recorded, then transcribed and analyzed. The results generally showed cognitive functions characterized by the ability to establish relationships between past and future events; and the use of clear and precise language to answer the problem. On the other hand, cognitive dysfunctions such as: imprecision and inaccuracy in the collection of information; narrowing or limitation of the mental field, implying an inability to manipulate and process several units of information simultaneously; and instability in the perception of a figure due to the vulnerable nature of the reference systems that support the perceived elements and the difficulty in considering the relevant data in a piece of information, paying attention to the irrelevant ones. Being especially clear about the cognitive dysfunctions manifested by students is fundamental for the teacher who teaches Mathematics in Engineering because they interfere with their learning and can even prevent it.

Keywords: The relationship between Mathematics and Analog Electronics. Theory Mathematics in the Context of Science. Theory of Structural Cognitive Modifiability. Cognitive Functions and Dysfunctions.

Introdução

A resolução, por um estudante de Engenharia, em uma disciplina de Matemática como, por exemplo, Cálculo Diferencial e Integral, de um problema vinculando a Matemática com outras áreas de conhecimento – problema este que, conforme pontua Camarena (2021), no âmbito da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), recebe o nome de *evento contextualizado* (EC) – requer a mobilização de uma série de processos de pensamento, denominados, no âmbito da Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural (TMCE), por *atos mentais*. Conforme salienta Prieto (1989), esses atos mentais podem ser decompostos em três fases inter-relacionadas: *entrada*, *elaboração* e *saída*, nas quais, "fazem-se presentes diferentes funções e disfunções cognitivas, sendo que estas últimas interferem na aprendizagem, podendo impedir o sujeito de aprender de forma eficaz" (Lima, Bianchini & Gomes, 2022, p. 47). Na fase de entrada, as funções ou disfunções cognitivas relacionam-se à quantidade e à qualidade de dados acumulados pelo indivíduo antes de iniciar a resolução de um problema; na fase de elaboração, vinculam-se à organização e estruturação da informação disponível para resolver o problema e na fase de saída estão diretamente relacionadas com a comunicação exata e precisa da solução do problema. As funções e disfunções cognitivas que, de acordo com Feuerstein, Feuerstein e Falik (2014) e Prieto (1989), estão presentes em cada uma das fases mencionadas e encontram-se em Lima, Bianchini e Gomes (2022). Uma vez que as disfunções cognitivas interferem na aprendizagem dos estudantes e podem até mesmo impedi-la, identificá-las é importante para que o professor possa direcionar os esforços adequados no sentido de convertê-las de disfunções cognitivas ou funções cognitivas deficientes para funções cognitivas devidamente desenvolvidas e disponíveis nos sistemas cognitivos dos estudantes. Neste artigo, analisamos algumas funções e disfunções cognitivas observadas durante uma das etapas de resolução do EC apresentado no Quadro 1, elaborado em consonância à TMCC, como discutido em Gomes, Bianchini e Lima (2023).

Quadro 1 – O EC

Evento Contextualizado: Considere um diodo semicondutor de silício do modelo 1N4148 operando à uma temperatura de $25°\mathrm{C}$ e à uma corrente direta de $30\ mA$. Assumindo que, nesta temperatura, a corrente de saturação reversa é determinada tomando por base uma tensão de polarização reversa de $20\ V$ e que para conduzir uma corrente direta de $10\ mA$, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta de $0{,}86\ V$:
(i) Determine os níveis de resistência, considerando esses dois tipos de corrente, no ponto de operação de $30\ mA$.
(ii) E se o mesmo diodo estivesse operando em $15°\mathrm{C}$ e a uma corrente direta de $22\ mA$, quais seriam os níveis de resistência estática e de resistência dinâmica?

Fonte: Gomes, Bianchini e Lima (2023, p. 4).

No âmbito da TMCC, propõe-se que um EC seja implementado seguindo os procedimentos da Didática do Contexto (Camarena, 2017). Nossas pesquisas nos evidenciaram, no entanto, a necessidade de uma ampliação desta Didática, a qual

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

formulamos e batizamos de *Didática Mediada do Contexto* (Bianchini et al., no prelo). Esta ampliação, objetivando tornar o trabalho com EC mais acessível aos estudantes e mais factível de ser realizado pelos docentes, contempla, além dos procedimentos previstos na Didática do Contexto, a perspectiva da mediação do professor, sob a ótica da TMCE, por meio de uma etapa de *preparação prévia*, do emprego de *questões norteadoras* e de atividades de *reflexões finais acerca da implementação do EC*.

Durante a resolução do EC apresentado no Quadro 1, que aconteceu em outubro de 2023 em uma atividade extraclasse com a participação de nove voluntários do primeiro ano de um curso de Engenharia, como originalmente previsto na TMCC, os estudantes trabalharam colaborativamente em equipes, cada uma delas composta por três estudantes com diferentes estilos de aprendizagem (Gomes, Bianchini & Lima, 2021). Em consonância à Didática Mediada do Contexto, realizaram uma atividade de preparação prévia e o processo de resolução do EC, organizado para 4 horas, foi estruturado a partir da obtenção de respostas à 15 questões norteadoras, conforme apresentado em Gomes, Bianchini e Lima (2023).

Neste artigo, analisamos, sob a perspectiva das funções e disfunções cognitivas manifestadas por três sujeitos que compuseram uma das equipes de trabalho colaborativo, os diálogos referentes ao processo de resposta a duas questões norteadoras, os quais foram gravados em áudio e posteriormente transcritos.

Desenvolvimento

A primeira questão analisada (Questão Norteadora 3) e seu objetivo são apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Questão Norteadora 3 e seu objetivo

Questão Norteadora 3: Esboce a curva que representa a resistência estática (isto é, em corrente contínua) em função da tensão do diodo considerado.
Objetivo: Apresentar uma representação gráfica descrevendo o comportamento da resistência estática de um diodo na medida em que se variam os valores de tensão direta, em corrente contínua, aplicados a este dispositivo. Para alcançar este objetivo, os estudantes deveriam retomar a expressão já conhecida das aulas de Física do Ensino Médio (15 a 17 anos de idade) relacionando a resistência (que no caso será a resistência estática R_{FCC}), a tensão direta (V_F) e a corrente direta (I_F), a saber: $R_{FCC} = \frac{V_F}{I_F}$ e recordar, a partir do que haviam trabalhado no encontro anterior, que a corrente direta é dada, em função da tensão direta, pela equação de Shockley. No caso considerado $I_F = 25 \times 10^{-9}\left(e^{\frac{V_F}{0,06666971475}} - 1\right)$.

Fonte: elaborado pelos autores.

Dividimos a análise dos diálogos acerca desta questão em duas partes: uma relativa à determinação da expressão fornecendo os valores da resistência estática em função da tensão direta (Quadro 3) e outra referente à representação gráfica obtida (Quadro 4).

Quadro 3 – Primeira parte da análise relativa à Questão Norteadora 3

Primeira parte do diálogo ocorrido durante o processo de resolução da Questão Norteadora 3
Aluno 1: Temos que esboçar a expressão em função da tensão direta. Aluno 2: Temos que fazer a voltagem sobre a tensão. Aluno 1: A tensão seria... Qual é a tensão? É o V_F. Aluno 3: É exatamente o que já fizemos. **Aluno 3: Vai ficar R_{FCC} igual a tensão, que está escrito tensão direta 0,86 V**. Aluno 1: Precisamos ter pelo menos... Aluno 2: É que ele só quer o gráfico. **Aluno 3: E o x vai ser o I_F**. Aluno 2: Não. O I_F é a corrente. Aluno 3: Não, mas no nosso gráfico... Aluno 1: A gente já tem o I_F. A gente tem que ter o I_F. O I_F já é dado; está em função da tensão direta. Aluno 2: A tensão então é o x. Aluno 3: Mas, quem é o x então? Aluno 2: O x é a tensão. **Aluno 3: Mas, ele dá a tensão também**. Aluno 2: Não, mas não é dessa questão. É nas perguntas abstratas somente para visualizar melhor o exercício. Aluno 1: Mas, está escrito de posse dessa informações. **Aluno 3: Mas, a gente usava os números que a gente tinha. A gente só não usou número daquilo que variava. Mas nesse caso não varia nenhum dos dois. Então temos os dois números. Mas e quem será nosso x?** Aluno 2: Ele quer uma função... Aluno 3: Mas como iremos escolher qual é o x? **Aluno 2: É a resistência em função da tensão. Então a tensão é o x. Porque se está em função, é como a resistência varia em relação à tensão**.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aluno 1: Mas, então o valor do I_F teria que estar aqui. Mas o valor da tensão também está aqui (aparentemente apontando para o eixo das abscissas do gráfico). Está falando que é constante se for para pegarmos o I_F aqui. Aluno 3: É que ele pede para deixar em função da tensão Aluno 2: A tensão é igual a x e daí o I_F deles. Aluno 3: Mas, não vai ser V_F vezes x? Aluno 2: É só substituir. Não vai ser a voltagem vezes a variável. A variável em si já é a voltagem. **Aluno 1: Mas, no final, o valor do I_F vai ser o quê? 30, 10 ou...?** Aluno 3: Deixa eu ver aqui. Aluno 2: Quanto é a nossa corrente? (estão olhando para o enunciado do evento) Aluno 1: 30 mA.
Análise
O Aluno 1, no início do diálogo, embora empregue uma linguagem imprecisa do ponto de vista matemático, uma vez que não se esboça uma expressão algébrica, mas sim sua representação gráfica, evidencia ter bem desenvolvidas algumas funções cognitivas relativas à fase de entrada: c*onhecimento exato e preciso da informação recebida, de acordo com parâmetros de simplicidade* e *familiaridade*; e *capacidade para organizar e planejar a informação apresentada*. O Aluno 3, ao indicar que deveria ser considerado o valor de 0,86V para V_F, não compreendendo a tensão direta como uma variável, mas como uma grandeza de valor conhecido que deveria ser buscado no enunciado do problema, manifesta indícios de uma disfunção cognitiva na fase de entrada caracterizada pela *imprecisão e inexatidão na coleta da informação*. Na próxima manifestação destacada do Aluno 3, nota-se, ao buscar relacionar a situação atual com algo com que já estava mais habituado, a evidência de uma função cognitiva da fase de entrada caracterizada pela *capacidade para estabelecer relações entre eventos passados e futuros*. O diálogo estabelecido a partir da manifestação do Aluno 3 que acabamos de analisar até a sua manifestação que destacamos neste momento ("mas ele dá a tensão também") teve como principal objetivo a busca por identificar qual a variável independente na situação que estavam discutindo. Quando o Aluno 3 manifesta-se afirmando que a tensão também é dada, nota-se uma disfunção cognitiva da fase de entrada caracterizada por *uma percepção obscura, um conhecimento pobre e impreciso dos dados da informação*. O incômodo, especialmente do Aluno 3, em relação à qual a variável independente prossegue e sua próxima intervenção que destacamos no diálogo também diz respeito a isto. Nesta sua fala, revelam-se indícios de diferentes disfunções cognitivas na fase de entrada relacionadas à coleta das informações para a resolução do problema. Destacamos: *conhecimento pobre e impreciso dos dados da informação*; *inabilidade para relacionar e considerar duas ou mais fontes de informações ao mesmo tempo, levando em consideração somente uma das diversas alternativas ou dimensões*; e *imprecisão e inexatidão na coleta da informação*. No próximo trecho destacado, o Aluno 2 evidencia um desenvolvimento adequado da função cognitiva de fase de saída caracterizada por *utilizar uma linguagem clara e precisa para responder ao problema*, o que supõe um certo nível de compreensão de sua parte. O Aluno 1, no próximo trecho ressaltado, revela indícios das mesmas disfunções cognitivas na fase de entrada já evidenciadas pelo Aluno 3. Por fim, no último trecho destacado, o Aluno 1 exterioriza indícios de uma disfunção cognitiva da fase de elaboração, caracterizada pelo *estreitamento ou limitação do campo mental, implicando na inabilidade na manipulação e processamento de várias unidades de informação simultaneamente*.

Fonte: elaborado pelos autores.

Quadro 4 – Segunda parte da análise relativa à Questão Norteadora 3

Segunda parte do diálogo ocorrido durante o processo de resolução da Questão Norteadora 3
Aluno 1: Esse é o nosso gráfico. Olha que coisa linda! Parece uma linha reta. Aluno 2: Coisa estranha, coisa feia. Aluno 3: Eu achei feio também Aluno 2: Nossa, está ridículo **Aluno 1: Não está fazendo sentido (e lê o enunciado, especialmente o trecho... para conduzir uma corrente direta de 10mA, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta de 0,86V). Então já tem a resistência.** **Aluno 3: É isso que eu tinha pensado também.** **Aluno 1: Já tem a resistência... não faz sentido.** Aluno 3: Esses valores não seriam para a corrente de saturação reversa? Não estamos fazendo para a saturação direta? Pesquisador: Qual a expressão que vocês estão usando para determinar a resistência? Aluno 2: Aquela mesma, R_{FCC} é igual a V_F sobre I_F. Pesquisador: Quem é o V_F? Aluno 3: Seria o x. Pesquisador: E quem é a corrente? Aluno 1: Para a corrente estamos usando esse 30mA. Pesquisador: Então está constante a corrente? **Aluno 3: Está! A 25℃, a corrente é constante.** Pesquisador (relendo o enunciado): Mas, veja, no enunciado diz: o diodo está operando em 25℃ a uma corrente de 30mA. Mas o que está sendo perguntado nesta questão? No enunciado do evento há um ponto de operação particular da corrente. Aqui não é pedido apenas em um valor particular de corrente. Não é só na corrente de 30mA. Aluno 2: Então tem que determinar a resistência pelo enunciado e depois colocar a corrente em função da tensão? Pesquisador: A corrente depende do que? Vocês já não sabem isso da aula anterior? **Aluno 2: Beleza... temos que igualar um no outro.** Pesquisador: você tem o x que é o V_F. Mas o que é de maneira genérica a corrente? 30 é um valor... você pode ter outros. Qual a expressão que, se eu conheço V_F, ela me dá de maneira genérica a corrente? Que expressão eu preciso para, dado um valor de V_F, eu descobrir o valor da corrente? Aluno 2: Precisa ter ela em função da própria voltagem. (Pesquisador e alunos olhando para a equação de Shockley) Aluno 2: Ah... já tem V_F aqui.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

<table>
<tr><td>Aluno 1, Aluno 2 e Aluno 3: Ah... entendi.</td></tr>
<tr><th>Análise</th></tr>
<tr><td>Em primeiro lugar, convém observar que os estudantes, ao invés de representarem graficamente a função dada por $R_{FCC}=\frac{V_F}{25\times10^{-9}\left(e^{\frac{V_F}{0,06666971475}}-1\right)}$, representaram graficamente a função dada por $R_{FCC}=\frac{V_F}{30\times10^{-3}}$. Ao observar com estranhamento a representação gráfica obtida e começar a discutir sobre ela, os estudantes parecem manifestar uma função cognitiva da fase de saída, caracterizada pela capacidade para refletir acerca da resposta obtida, implicando em processos metacognitivos, como o observado ao buscarem, utilizando a ferramenta Zoom do GeoGebra, tentar compreender a representação encontrada no intuito de se certificarem de que de fato era uma reta e não outra curva que poderia estar sendo visualizada como uma reta por questões de escala. Evidencia-se também, em decorrência de não associarem a expressão algébrica $R_{FCC}=\frac{V_F}{30\times10^{-3}}$ à uma reta, uma disfunção cognitiva na fase de saída relacionada à instabilidade na percepção de uma figura devido à natureza vulnerável dos sistemas de referência que servem de suporte para os elementos percebidos e à dificuldade em considerar os dados relevantes de uma informação, atentando-se aos irrelevantes.
Nos trechos destacados do diálogo entre o Aluno 1 e o Aluno 3, notam-se indícios de disfunções cognitivas da fase de entrada caracterizadas por: um conhecimento pobre e impreciso dos dados da informação; impulsividade diante de uma situação de aprendizagem e consequente ineficiência para tratar a informação de forma sistêmica e planejada; inabilidade para relacionar e considerar duas ou mais fontes de informações ao mesmo tempo, levando em consideração somente uma das diversas alternativas ou dimensões; e imprecisão e inexatidão na coleta da informação. Há ainda fragilidades na capacidade para estabelecer relações entre eventos passados e futuros. Manifestam-se também disfunções cognitivas da fase de elaboração: inabilidade de elaborar a informação, o que torna as definições sem sentido para o sujeito, dificultando-o a refletir, comparar e combinar elementos; inabilidade para utilizar a informação adquirida, levando o indivíduo a perceber-se como receptor passivo da informação; e dificuldade para agrupar e organizar relações de objetos.
No trecho seguinte destacado – uma manifestação do Aluno 3 – revelam-se disfunções cognitivas em fase de entrada: conhecimento pobre e impreciso dos dados da informação; dificuldade para estabelecer relações entre eventos passados e futuros; inabilidade para relacionar e considerar duas ou mais fontes de informações ao mesmo tempo, levando em consideração somente uma das diversas alternativas ou dimensões; imprecisão e inexatidão na coleta da informação. Da fase de elaboração, as disfunções são: inabilidade de elaborar a informação, o que torna as definições sem sentido para o sujeito, dificultando-o a refletir, comparar e combinar elementos; inabilidade para utilizar a informação adquirida, levando o indivíduo a perceber-se como receptor passivo da informação; inabilidade na manipulação e processamento de várias unidades de informação simultaneamente; inabilidade em organizar os dados em uma direção mais adequada, manifestando uma predisposição a responder um estímulo de maneira episódica e fragmentada; dificuldade para agrupar e organizar relações de objetos e fatos da vida cotidiana; inabilidade em utilizar estratégias para relacionar hipóteses e intuir várias alternativas ao explicar um fato; formulação inadequada das razões ao expor argumentações e ausência de percepção de incongruências. Da fase de saída, temos as disfunções: dificuldade em perceber algo de maneira precisa e completa, em assumir uma conduta comparativa e somativa, em pensar de forma reflexiva e em buscar relações causais.
Na manifestação do Aluno 2 salientada na sequência do diálogo, nota-se que houve o emprego equivocado do termo igualar ao invés do termo substituir, evidenciando a disfunção cognitiva da fase de saída: falta de vocabulário, conceitos e operações mentais para comunicar soluções e respostas corretas.</td></tr>
</table>

Fonte: elaborado pelos autores.

Analisando de modo global os diálogos mencionados nos Quadros 3 e 4, podemos perceber que, ao responder a Questão Norteadora 3, os estudantes evidenciam, de modo significativo, uma disfunção cognitiva da fase de saída caracterizada pela *falta de vocabulário, conceitos e operações mentais para comunicar soluções e respostas corretas*. Além disso, pode-se salientar que, especialmente o Aluno 3, em muitos momentos, explicita uma disfunção cognitiva da fase de saída que pode ser descrita pela *imprecisão que leva o sujeito a não responder de forma clara, à inflexibilidade e à falta de fluidez verbal*. Passamos então à análise dos diálogos estabelecidos durante a resolução da Questão Norteadora 4, apresentada no Quadro 5 juntamente com seu objetivo. A análise do diálogo relacionado ao processo de resolução desta questão é apresentada no Quadro 6.

Quadro 5 – Questão Norteadora 4 e seu objetivo

Questão Norteadora 4: Considerando especificamente a região de polarização direta e a operação do diodo em corrente contínua, descreva o comportamento dos níveis de resistência, justificando cuidadosamente sua resposta.
Objetivo: Análise, a partir da representação gráfica, do comportamento, na região de polarização direta, da resistência estática de um diodo. Para isso, é necessário analisar e interpretar a representação gráfica da função dada algebricamente por $R_{FCC}=\frac{V_F}{25\times10^{-9}\left(e^{\frac{V_F}{0,06666971475}}-1\right)}$.

Fonte: elaborado pelos autores.

Quadro 6 – Análise relativa à Questão Norteadora 4

Diálogo ocorrido durante o processo de resolução da Questão Norteadora 4
Aluno 2: Na região de polarização direta, a resistência é inversamente proporcional à tensão. **Aluno 1: Não entendi.** **Aluno 2: Conforme você aumenta a tensão, não está diminuindo a resistência, em polarização direta?** **Aluno 3: Mas não deveria aumentar? Não é diretamente proporcional?** **Aluno 1: A resistência é inversamente proporcional à corrente.** Aluno 3: É o que o tinha pensado. Pesquisador: A expressão que vocês utilizaram para construir o gráfico relaciona que grandezas? Alunos todos: Resistência e tensão. Aluno 2: Mas, a resistência não deveria ser diretamente proporcional à tensão?

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Pesquisador: Por que diretamente proporcional? Aluno 2: Quanto maior a tensão, menor a resistência. É inversamente. Aluno 1: Mas, não deveria ser o contrário? Aluno 3: Eu também não entendi. Pesquisador: Depois explicarei fisicamente, mas compreendem do ponto de vista matemático? Se fosse uma relação diretamente proporcional, teríamos uma reta como representação gráfica. Em um diodo, se coloco mais tensão, ele resiste mais ou menos à passagem de corrente? Aluno 3: Menos. Pesquisador: Então há uma relação inversa em relação ao crescimento de uma grandeza em relação a outra, não? Aluno 3: Entendo o gráfico, entendo o conceito, mas... meio que aceitei.
Análise
As falas destacadas evidenciam, do ponto de vista das disfunções cognitivas da fase de entrada: *fragilidade na capacidade para estabelecer relações entre eventos passados e futuros*; *inabilidade para relacionar e considerar duas ou mais fontes de informações ao mesmo tempo, levando em consideração somente uma das diversas alternativas ou dimensões*; *imprecisão e inexatidão na coleta da informação*. Acerca das disfunções cognitivas da fase de elaboração, manifestam-se: *inabilidade de elaborar a informação, o que torna as definições sem sentido para o sujeito, dificultando-o a refletir, comparar e combinar elementos*; *inabilidade para utilizar a informação adquirida, levando o indivíduo a perceber-se como receptor passivo da informação*; *inabilidade na manipulação e processamento de várias unidades de informação simultaneamente*; *inabilidade em organizar os dados em uma direção mais adequada, manifestando uma predisposição a responder um estímulo de maneira episódica e fragmentada*; *dificuldade para agrupar e organizar relações de objetos e fatos*; *inabilidade de estabelecer relações de semelhança e diferença entre objetos e eventos*; *formulação inadequada das razões ao expor argumentações e ausência de percepção de incongruências*; *falta de repertórios conceituais e de regras ao explicar a transformação exigida para uma classificação*. Da fase de saída revela-se uma disfunção cognitiva relacionada à *dificuldade em perceber algo de maneira precisa e completa, em assumir uma conduta comparativa e somativa, em pensar de forma reflexiva e em buscar relações causais*.

Fonte: elaborado pelos autores.

A análise dos trechos destacados no diálogo apresentado no Quadro 6 revela, além das disfunções cognitivas já explicitadas, uma concepção equivocada dos estudantes acerca de relações de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa. Para eles, parece que, ao considerar duas variáveis relacionadas, o simples fato de o aumento nos valores de uma delas ocasionar a diminuição nos valores da outra ou o aumento nos valores de uma ocasionar o aumento também nos valores da outra, aponta, respectivamente, relações de proporcionalidade inversa e direta.

Conclusões

Em nossa trajetória como docentes de Matemática em cursos de Engenharia e como pesquisadores na área de Educação em Engenharia, tem-se evidenciado que se o professor só trabalhar com as situações mais tradicionalmente presentes nos livros didáticos, em contextos puramente matemáticos e com enunciados, notações e simbologias usualmente empregadas em suas aulas de Matemática desde o início de seu percurso escolar, sem dedicar o devido espaço também às situações de maior demanda cognitiva, o estudante construirá conhecimentos limitados e fragmentados acerca dos conceitos matemáticos trabalhados.

As análises que apresentamos neste artigo, a partir dos diálogo entre os estudantes, torna esse aspecto evidente em relação ao objeto função real de uma variável real. Os sujeitos da pesquisa são alunos com bom desempenho acadêmico e que não enfrentam grandes dificuldades ao resolver questões tradicionais relacionadas às funções reais de uma variável real. No entanto, ao se depararem com uma situação na qual é necessário transpor esse conceito para um contexto extra-matemático e utilizando uma simbologia diferente daquelas tradicionalmente presentes, enfrentam uma série de entraves, os quais não seriam sequer evidenciados ao professor – e, portanto, este não poderia realizar qualquer intervenção no sentido de auxiliar os estudantes a transpô-los – caso ele não propusesse uma questão demandando níveis cognitivos mais altos e a transferência de conhecimentos do contexto em que ele foi construído para outros diferentes.

Além disso, as análises ratificam que é desejável que as questões trabalhadas pelo professor de Matemática em cursos de Engenharia, requeiram mais do que simples utilização direta de todos os dados apresentados nos enunciados dos problemas, uma vez que, nas situações reais que enfrentarão em seus cotidianos profissionais, os engenheiros terão que selecionar quais informações disponíveis são de fato relevantes e necessárias para responder à determinada questão e quais não serão empregadas naquele momento. Se este aspecto não for adequadamente explorado, haverá possibilidade de, se estas estiverem presentes no estudante, ainda que de modo involuntário, reforçarmos as disfunções cognitivas de fase de entrada relacionadas à imprecisão e inexatidão na coleta das informações a serem empregadas, ao invés de oportunizarmos momentos nos quais estas disfunções possam ser superadas e, consequentemente, funções cognitivas eficientes relacionadas a este aspecto possam ser construídas.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Durante o trabalho com os estudantes, notamos que o EC elaborado mostrou-se bastante difícil para eles, mais, inclusive, do que havíamos imaginado ao elaborá-lo. Deste modo, entendemos que, para uma próxima implementação do evento, algumas modificações, tanto em termos do papel das questões norteadoras – que, embora elaboradas visando orientar os alunos no processo de resolução do evento, parecem não ter sido devidamente compreendidas por eles em relação à sua função -, quanto de seus enunciados e do tempo destinado ao trabalho com os estudantes, se fazem necessárias.

Em relação ao papel das questões propostas, é preciso realizar uma conscientização dos sujeitos de que, em um primeiro momento, suas atenções devem estar inteiramente voltadas para elas e não especificamente para o enunciado do EC, o qual será retomado após a última questão norteadora ser discutida. Acerca dos enunciados de tais questões, estes talvez possam ser mais bem formulados para minimizar entraves decorrentes de informações apresentadas de modo um tanto confuso, ainda mais considerando a dificuldade inerente ao que está sendo trabalhado. Revela-se fundamental a preocupação dos docentes com um aperfeiçoamento constante dos enunciados dos EC e das questões elaboradas para nortear suas resoluções, não para eliminar os desafios a serem enfrentados pelos estudantes, mas para não inserir desafios extras que não tenham qualquer papel – além de dificultadores – no processo de construção dos conhecimentos visados.

Por fim, no que se refere ao tempo destinado à resolução do problema, notamos que quatro horas consecutivas não se mostraram totalmente adequadas por algumas razões: em primeiro lugar, é difícil manter o foco dos sujeitos durante todo esse período. No entanto, mais importante do que esse aspecto, é que sentimos que algumas vinculações entre conceitos e ideias exploradas necessitariam de um maior tempo de maturação dos estudantes, o que poderia se dar com estudos complementares, devidamente orientados pelo professor, entre um encontro e outro e, portanto, entre os debates acerca de uma questão norteadora e sua subsequente.

Referências

Bianchini, B. L., Lima, G. L., Philot, J. M., & Gomes, E. (no prelo). Didática Mediada do Contexto (DiMeCo): uma proposta de ampliação do modelo didático inerente à Teoria A Matemática no Contexto das Ciências.

Camarena, P. G. (2017). Didáctica de la matemática en contexto. *Educação Matemática Pesquisa*, 19(2), 1-26. http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i2p1-26

Camarena, P. (2021). *Teoria de la matematica en el contexto de las ciencias*. EDUNSE.

Feuerstein, R., Feuerstein, R. S., & Falik, L. H. (2014). Além da inteligência: aprendizagem mediada e a capacidade de mudança do cérebro. *Petrópolis, RJ: vozes*, 259.

Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2021). Desenvolvimento de Competências Matemáticas e Competências Gerais por meio de uma atividade contextualizada no estudo de um diodo semicondutor. In: *Anais do XLIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 1-14).

Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2023). O estudo dos níveis de resistência de um diodo semicondutor como contexto para a abordagem de função, limite e derivada. In: *Anais do LI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 1-13).

Lima, G. L. de., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2022). Abordagem contextualizada da Matemática na Engenharia sob a perspectiva das disfunções cognitivas. *Acta Scientiae*, 24(7), 35-77. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7152

Prieto, S. D. (1989). *Modificabilidad cognitiva y P. E. I*. Bruño.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Função real de uma variável real: uma análise de sua transposição para o contexto da Eletrônica Analógica

Real function of a real variable: an analysis of its transposition into the context of Analog Electronics

Presentación: 13/03/2024

Barbara Lutaif Bianchini
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
barbara@pucsp.br

Eloiza Gomes
Instituto Mauá de Tecnologia, Brasil
eloiza@maua.br

Gabriel Loureiro de Lima
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
gllima@pucsp.br

Juliana Martins Philot
Instituto Mauá de Tecnologia, Brasil
Juliana.philot@maua.br

Resumo

Sob a perspectiva das competências matemáticas, das dificuldades cognitivas e dos obstáculos epistemológicos relativos à noção de função, da mobilização do raciocínio multivariacional e de aspectos relacionados ao contrato didático, analisamos, tendo estudantes do primeiro ano por sujeitos, uma situação na qual conceitos referentes ao objeto função deveriam ser transpostos para o contexto da Eletrônica Analógica. A análise dos diálogos desenvolvidos durante a intervenção revelou, dentre outros aspectos que: os conhecimentos a respeito de função tendem a ser fragmentados e inflexíveis na utilização de diferentes representações; um entendimento incompleto acerca da Matemática exterioriza-se pela ausência de precisão e cuidado ao dialogarem sobre essa ciência; alguns entraves enfrentados podem ser provenientes de contratos didáticos em que são apresentados nos enunciados das questões apenas aqueles dados que serão diretamente empregados; e a compreensão da expressão algébrica da função que relaciona os valores da corrente direta aos da tensão direta requer raciocínio multivariacional.

Palavras-chave: Contextualização. Eletrônica Analógica. Competências matemáticas. Dificuldades cognitivas. Obstáculos epistemológicos. Raciocínio multivariacional.

Abstract

From the perspective of mathematical competences, cognitive difficulties and epistemological obstacles related to the notion of function, the mobilization of multivariable reasoning and aspects related to the didactic contract, we analyzed, using first-year students as subjects, a situation in which concepts related to the function object had to be transposed to the context of Analog Electronics. The analysis of the dialogues developed during the intervention revealed, among other things, that: knowledge about functions tends to be fragmented and inflexible in the use of different representations; an incomplete understanding of mathematics is expressed through a lack of precision and care when talking about this science; some of the obstacles faced may come from didactic contracts in which only the data that will be directly used is presented in the question statements; and understanding the algebraic expression of the function that relates the values of the direct current to those of the direct voltage requires multivariable reasoning.

Keywords: Contextualization. Analog Eletronics. Mathematical skills. Cognitive difficulties. Epistemological obstacles. Multivariational reasoning.

Introdução

Ao se deparar, em uma disciplina de Matemática inserida no currículo de um curso de Engenharia, com um problema vinculando a Matemática com outras áreas do conhecimento, que no âmbito da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC) recebe o nome de *evento contextualizado* (EC) (Camarena, 2021), o estudante necessitará transpor conhecimentos matemáticos construídos em sala de aula para os contextos extra-matemáticos. Neste artigo, analisamos uma situação na qual diferentes conceitos relacionados ao objeto função real de uma variável real deveriam ser transpostos para serem aplicados em um contexto da Eletrônica Analógica e explicitamos, a partir dos dados emergentes desta transposição, algumas fragilidades relativas à aprendizagem de funções evidenciadas por três estudantes voluntários do primeiro ano de um curso de Engenharia, com estilos de aprendizagem complementares (Barros, 2008), ao trabalharem de forma colaborativa em uma questão que, juntamente com outras 14, subsidiaram a resolução do EC relacionado ao estudo dos níveis de resistência de um diodo semicondutor apresentado no Quadro 1 e elaborado em consonância aos preceitos da TMCC, como discutido em Gomes, Bianchini e Lima (2023).

Esta análise se deu em termos das competências matemáticas (Niss, 2003), das dificuldades cognitivas relacionadas à noção de função sintetizadas em Bianchini, Lima e Gomes (2024), dos obstáculos epistemológicos relativos ao objeto matemático função (Sierpinska, 1992), da necessidade de mobilização do raciocínio multivariacional (Jones & Jeppson, 2020; Reis, Lima & Bianchini, 2023) e de aspectos relativos ao contrato didático (Brousseau, 1988) normalmente presente nas aulas de Matemática dos cursos de Engenharia.

Quadro 1 – O EC

***Evento Contextualizado*:** Considere um diodo semicondutor de silício do modelo 1N4148 operando à uma temperatura de $25℃$ e à uma corrente direta de $30\ mA$. Assumindo que, nesta temperatura, a corrente de saturação reversa é determinada tomando por base uma tensão de polarização reversa de $20\ V$ e que para conduzir uma corrente direta de $10\ mA$, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta de $0{,}86\ V$: (i) Determine os níveis de resistência, considerando esses dois tipos de corrente, no ponto de operação de $30\ mA$. (ii) E se o mesmo diodo estivesse operando em $15℃$ e a uma corrente direta de $22\ mA$, quais seriam os níveis de resistência estática e de resistência dinâmica?

Fonte: Gomes, Bianchini e Lima (2023, p. 4).

Os dados foram coletados em outubro de 2023 em uma atividade extraclasse, com 4 horas de duração, que, além dos três sujeitos da pesquisa, contou com a participação de mais seis estudantes voluntários do primeiro ano de um curso de Engenharia, na qual, para resolverem o EC, inicialmente responderam à 15 questões norteadoras, conforme apresentado em Gomes, Bianchini e Lima (2023). Para as análises deste artigo, fizemos um recorte e consideramos apenas os diálogos de uma das equipes de trabalho colaborativo no processo de resolver uma das questões norteadoras, diálogos estes que foram gravados em áudio e posteriormente transcritos. Considerando o número reduzido de sujeitos, esta pesquisa tem caráter qualitativo exploratório e, como é inerente a

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

esse tipo de investigação, não há a pretensão de generalizar os resultados obtidos, uma vez que o desempenho de cada um dos três sujeitos pode ter sido condicionado por sua trajetória acadêmica anterior, sua motivação ou interesse no assunto abordado, seu contexto social etc.

Desenvolvimento

A questão analisada (Questão Norteadora 3) e seu objetivo são apresentados no Quadro 2. A análise do processo de resolução desta questão foi separada em duas partes: uma relativa à determinação da expressão fornecendo os valores da resistência estática em função da tensão direta (Quadro 3) e outra referente à representação gráfica obtida (Quadro 4).

Quadro 2 – Questão Norteadora 3 e seu objetivo

Questão Norteadora 3: Esboce a curva que representa a resistência estática (isto é, em corrente contínua) em função da tensão do diodo considerado.
Objetivo: Apresentar uma representação gráfica descrevendo o comportamento da resistência estática de um diodo na medida em que se variam os valores de tensão direta, em corrente contínua, aplicados a este dispositivo. Para alcançar este objetivo, os estudantes deveriam retomar a expressão já conhecida das aulas de Física do Ensino Médio (15 a 17 anos de idade) relacionando a resistência (que no caso será a resistência estática R_{FCC}), a tensão direta (V_F) e a corrente direta (I_F), a saber: $R_{FCC} = \frac{V_F}{I_F}$ e recordar, a partir do que haviam trabalhado no encontro anterior, que a corrente direta é dada, em função da tensão direta, pela equação de Shockley. No caso considerado $I_F = 25 \times 10^{-9}\left(e^{\frac{V_F}{0{,}06666971475}} - 1\right)$.

Fonte: elaborado pelos autores.

Quadro 3 – Primeira parte da análise relativa à Questão Norteadora 3

Primeira parte do diálogo ocorrido durante o processo de resolução da Questão Norteadora 3
Aluno 1: Temos que esboçar a expressão em função da tensão direta. Aluno 2: Temos que fazer a voltagem sobre a tensão. Aluno 1: A tensão seria... Qual é a tensão? É o V_F. Aluno 3: É exatamente o que já fizemos. **Aluno 3: Vai ficar R_{FCC} igual a tensão, que está escrito tensão direta 0,86 V.** Aluno 1: Precisamos ter pelo menos... Aluno 2: É que ele só quer o gráfico. **Aluno 3: E o x vai ser o I_F.** Aluno 2: Não. O I_F é a corrente. Aluno 3: Não, mas no nosso gráfico... Aluno 1: A gente já tem o I_F. A gente tem que ter o I_F. O I_F já é dado; está em função da tensão direta. **Aluno 2: A tensão então é o x.** Aluno 3: Mas, quem é o x então? Aluno 2: O x é a tensão. **Aluno 3: Mas, ele dá a tensão também.** Aluno 2: Não, mas não é dessa questão. É nas perguntas abstratas somente para visualizar melhor o exercício. Aluno 1: Mas, está escrito de posse dessa informações. **Aluno 3: Mas, a gente usava os números que a gente tinha. A gente só não usou número daquilo que variava. Mas nesse caso não varia nenhum dos dois. Então temos os dois números. Mas e quem será nosso x?** Aluno 2: Ele quer uma função... Aluno 3: Mas como iremos escolher qual é o x? **Aluno 2: É a resistência em função da tensão. Então a tensão é o x. Porque se está em função, é como a resistência varia em relação à tensão.** **Aluno 1: Mas, então o valor do I_F teria que estar aqui. Mas o valor da tensão também está aqui (aparentemente apontando para o eixo das abscissas do gráfico). Está falando que é constante se for para pegarmos o I_F aqui.** Aluno 3: É que ele pede para deixar em função da tensão Aluno 2: A tensão é igual a x e daí o I_F deles. Aluno 3: Mas, não vai ser V_F vezes x? Aluno 2: É só substituir. Não vai ser a voltagem vezes a variável. A variável em si já é a voltagem. **Aluno 1: Mas, no final, o valor do I_F vai ser o quê? 30, 10 ou...?** Aluno 3: Deixa eu ver aqui. Aluno 2: Quanto é a nossa corrente? (estão olhando para o enunciado do evento) Aluno 1: 30 mA.
Análise
A intervenção do Aluno 1 destacada no início do diálogo, bem como alguns outros momentos dessa discussão, evidencia a necessidade de oportunizar aos futuros engenheiros que a competência de *se comunicar em, com e sobre a Matemática* seja mais bem explorada. Embora o Aluno 1 perceba a existência de uma relação funcional entre as grandezas com as quais está trabalhando, parece haver um entendimento incompleto acerca da Matemática, uma vez que não esboçamos uma expressão algébrica, mas sim sua representação gráfica. Na manifestação do Aluno 3, nota-se que este buscou algum valor de tensão direta apresentado no enunciado do EC. Não compreendeu a tensão direta como uma grandeza variável, mas sim como uma grandeza que, neste caso, assume um valor específico (0,86V). Parece que não ficou claro para o estudante, que esse valor de tensão direta é o necessário para que uma quantidade determinada de corrente direta seja conduzida (10mA).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Na manifestação seguinte do Aluno 3, notamos que ele associa uma notação específica (x) a um conceito (variável independente), evidenciando uma compreensão incompleta acerca dos conceitos matemáticos, no caso o de variável independente. As manifestações do Aluno 2 revelam que ele, ao contrário do Aluno 3, tem clareza de que a tensão direta é a variável independente na relação funcional que está sendo considerada. Ao afirmar que a tensão também é dada, o Aluno 3 evidencia que, para ele, a tensão direta é uma constante, algo já dado no enunciado do problema (o EC). Para ele, parece haver uma confusão em relação ao que deve ser feito porque todas as grandezas presentes na situação que poderiam desempenhar o papel de variável independente já têm seus valores determinados, assumindo papéis de constantes. Mas, em detrimento disso, é necessário construir a representação gráfica de uma relação funcional. Como cumprir essa tarefa se parece não haver uma variável independente? As dificuldades enfrentadas pelo Aluno 3 para perceber qual a variável independente a ser considerada evidenciam-se também em sua próxima manifestação destacada, que deixa claro que, para ele, todos os dados presentes no enunciado devem ser empregados. E como, no enunciado do EC, há valores relativos a todas as grandezas que estão sendo consideradas das quais depende a resistência estática em corrente contínua – tensão direta e corrente direta – o estudante se desestabiliza por não identificar uma variável da qual dependeria a função que precisa representar graficamente. Como mostra o próximo trecho destacado, o Aluno 2, ao contrário, tem clareza na identificação das variáveis dependente e independente relativas à situação considerada. A partir da manifestação do Aluno 1 destacada na sequência, conjecturamos que a dúvida expressa pelo estudante "o valor do I_F teria que estar aqui. Mas o valor da tensão também está aqui" pode ser decorrente do fato de a resistência estática depender da corrente direta e da tensão direta, mas a corrente direta também ser uma função da tensão direta. Ou seja, temos $R_{FCC}(I_F, V_F)$, mas também $I_F(V_F)$ e, portanto, $R_{FCC}(V_F)$. O estudante parece tomar como referência a informação dada no enunciado do EC de que se considerarmos $I_F = 10\text{mA}$, então $V_F = 0{,}86\text{V}$. A próxima manifestação do Aluno 1 destacada reforça as evidências de que ele e os colegas não compreenderam, neste momento, que a corrente direta é uma função da tensão direta, função essa representada algebricamente pela equação de Shockley. Eles estão buscando um valor específico para a corrente direta, não percebendo que, ao fixá-la, automaticamente fixariam a tensão direta. Nota-se uma dificuldade de compreensão acerca de como estas grandezas estão relacionadas e de como interdependem e, mais uma vez, a raiz da dificuldade parece ser o fato de R_{FCC} ser função de I_F e de V_F, mas ao mesmo tempo I_F ser também função de V_F.

Fonte: elaborado pelos autores.

Analisando o diálogo apresentado no Quadro 3, podemos perceber, em diversas manifestações dos estudantes, um entendimento incompleto da Matemática que, em diversas ocasiões, exterioriza-se por meio da ausência de um nível adequado de precisão e cuidado ao dialogarem sobre a Matemática, algo que será importante em suas trajetórias profissionais como engenheiros, uma vez que precisarão argumentar, matematicamente, em prol de questões relativas à Engenharia.

Podemos perceber também que há um entrave exteriorizado pelos estudantes por meio de suas falas que pode ser proveniente do contrato didático mais presente em sala de aula: apresentar nos enunciados das questões apenas os dados que serão diretamente empregados. No caso deste EC, o trecho do enunciado *assumindo que, nesta temperatura, a corrente de saturação reversa é determinada tomando por base uma tensão de polarização reversa de 20V e que para conduzir uma corrente direta de 10 mA, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta de 0,86V* não traz dados que serão empregados diretamente nos cálculos, mas que são fundamentais para determinar o valor do fator de idealidade presente na equação de Shockley, essa sim empregada diretamente nos cálculos. Apresenta-se então aos estudantes uma dificuldade extra porque é necessário que percebam que, para determinar o fator de idealidade, recorrerão a um valor específico de corrente direta e um valor específico de tensão direta, porém que determinado tal fator, deverão trabalhar com a equação de Shockley para quaisquer valores de tensão direta, os quais, cada um deles, estará associado a um valor de corrente direta.

A discussão presente no diálogo acerca de "quem é x" explicita a influência – que pode ser benéfica em alguns casos e maléfica em outros – das analogias que o professor emprega durante suas aulas. No caso específico em análise, uma vez que, quando o estudante foi apresentado ao sistema de coordenadas cartesianas, em geral o eixo das abscissas (correspondente à variável independente) era denotado por x e o eixo das ordenadas (correspondente à variável dependente) era denotado por y, o professor, em uma situação em que a variável independente não é denotada por x e a dependente não é denotada por y, recorre a uma analogia para tentar auxiliar na melhor compreensão do estudante: "neste caso, quem está desempenhando o papel de x?".

Outro aspecto presente no diálogo explicitado no Quadro 3 diz respeito à questão da resistência estática em corrente contínua ser uma função da corrente direta e da tensão direta, mas a corrente direta também ser uma função da tensão direta e, portanto, em última análise, a corrente direta ser função da tensão direta. É uma situação completamente diferente daquelas usualmente trabalhadas na escola, em que temos uma função dependendo de uma variável que, por sua vez, não depende de nenhuma outra.

Agregando ainda mais dificuldade à questão, convém observar o fato de a compreensão da equação de Shockley, que fornece a corrente direta (I_F) em função da tensão direta (V_F), requerer a mobilização, pelo estudante, de um raciocínio multivariacional, uma vez que tal equação envolve uma série de outras variáveis que, no caso considerado, assumem valores predeterminados e, portanto, são constantes. Este tipo de raciocínio, como discutido por Reis, Lima e Bianchini (2023) a partir da perspectiva de diferentes autores, é exigido em situações nas quais mais do que duas variáveis estão relacionadas a cada uma das outras e é

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

fundamental no contexto científico, no qual, segundo pontuam Jones e Jeppson (2020, p. 1139), as situações "frequentemente envolvem mais do que duas variáveis que são potencialmente relacionadas entre si".

No caso da equação de Shockley, dada em sua forma geral por $I_F = I_R\left(e^{\frac{V_F}{nV_T}} - 1\right)$, em que I_F representa a corrente direta que passa pelo diodo, I_R a corrente de saturação reversa, V_F a tensão de polarização direta aplicada ao diodo, n o fator de idealidade, que depende das condições de operação e de construção física do diodo e V_T a tensão térmica, definida por: $V_T = \frac{kT_K}{q}$ em que k é a constante de Boltzmann cujo valor é $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K, T_K é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius, q é a magnitude da carga elétrica elementar, que é dada por $1{,}6 \times 10^{-19}\, C$, observa-se uma *multivariação dependente*, caracterizada pelo fato de não ser possível manter algumas variáveis constantes enquanto se altera outras. Não é possível, na equação de Shockley, variar a tensão térmica (que depende da temperatura) e manter fixo, por exemplo, o valor da corrente de polarização reversa, que depende também da temperatura na qual o diodo está operando. O desenvolvimento de raciocínios relacionados à multivariação dependente é importante para os futuros engenheiros e requer, como apontado por Reis, Lima e Bianchini (2023) a partir das ideias de Jones (2018), a edificação de uma série de ações mentais, como (i) coordenar uma mudança em uma variável com mudanças simultâneas e interdependentes em outras; (ii) coordenar a mudança em uma variável com a ação de identificar se cada uma das outras variáveis aumenta ou diminui; e (iii) coordenar a mudança em uma variável com a quantificação da mudança que esta resulta, de forma independente, em cada uma das demais variáveis.

Como uma última observação acerca do diálogo apresentado no Quadro 3, é importante salientar que, em muitos momentos, parece não ter ficado claro aos estudantes que as questões norteadoras deveriam ser resolvidas, primeiramente, de modo independente do EC dado.

Quadro 4 – Segunda parte da análise relativa à Questão Norteadora 3

Segunda parte do diálogo ocorrido durante o processo de resolução da Questão Norteadora 3
Aluno 1: Esse é o nosso gráfico. Olha que coisa linda! Parece uma linha reta. Aluno 2: Coisa estranha, coisa feia. Aluno 3: Eu achei feio também Aluno 2: Nossa, está ridículo **Aluno 1: Não está fazendo sentido** (e lê o enunciado, especialmente o trecho... para conduzir uma corrente direta de 10mA, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta de 0,86V). **Então já tem a resistência.** **Aluno 3: É isso que eu tinha pensado também**. **Aluno 1: Já tem a resistência... não faz sentido**. **Aluno 3: Esses valores não seriam para a corrente de saturação reversa? Não estamos fazendo para a saturação direta?** Pesquisador: Qual a expressão que vocês estão usando para determinar a resistência? Aluno 2: Aquela mesma, R_{FCC} é igual a V_F sobre I_F. Pesquisador: Quem é o V_F? Aluno 3: Seria o x. Pesquisador: E quem é a corrente? Aluno 1: Para a corrente estamos usando esse 30mA. Pesquisador: Então está constante a corrente? **Aluno 3: Está! A 25℃, a corrente é constante**. Pesquisador (relendo o enunciado): Mas, veja, no enunciado diz: o diodo está operando em 25℃ a uma corrente de 30mA. Mas o que está sendo perguntado nesta questão? No enunciado do evento há um ponto de operação particular da corrente. Aqui não é pedido apenas em um valor particular de corrente. Não é só na corrente de 30mA. Aluno 2: Então tem que determinar a resistência pelo enunciado e depois colocar a corrente em função da tensão? Pesquisador: A corrente depende do que? Vocês já não sabem isso da aula anterior? **Aluno 2: Beleza... temos que igualar um no outro**. Pesquisador: você tem o x que é o V_F. Mas o que é de maneira genérica a corrente? 30 é um valor... você pode ter outros. Qual a expressão que, se eu conheço V_F, ela me dá de maneira genérica a corrente? Que expressão eu preciso para, dado um valor de V_F, eu descobrir o valor da corrente? Aluno 2: Precisa ter ela em função da própria voltagem. (Pesquisador e alunos olhando para a equação de Shockley) Aluno 2: Ah... já tem V_F aqui. Aluno 1, Aluno 2 e Aluno 3: Ah... entendi.
Análise

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Em primeiro lugar, convém observar que os estudantes, ao invés de representarem graficamente a função dada por $R_{FCC} = \frac{V_F}{25\times10^{-9}\left(e^{\frac{V_F}{0,06666971475}}-1\right)}$, representaram graficamente a função dada por $R_{FCC} = \frac{V_F}{30\times10^{-3}}$. Ao observar a representação gráfica obtida, estranharam-na e começaram a discutir a respeito dela. Em momento algum, analisaram a expressão algébrica relativa ao que deveriam representar graficamente, a saber, $R_{FCC} = \frac{V}{30\times10^{-3}}$. Essa análise, se realizada, indicaria que a representação gráfica seria uma reta antes mesmo de ela ser construída. Manifestam-se duas dificuldade cognitivas relacionada às funções: *trabalhar com as diferentes representações de uma função e as atividades semióticas a elas vinculadas*; e *não estabelecer conexões entre os componentes da definição verbal de função e os componentes da representação gráfica visual*. As primeiras quatro manifestações dos estudantes destacadas indicam-nos que o que parece incomodar aos estudantes é que não há sentido em construir uma representação gráfica da resistência estática em corrente contínua em função da voltagem direta porque, como, na visão deles, os valores da corrente direta e da voltagem direta já são dados no enunciado do EC, o valor da resistência estática automaticamente já estará determinado. Na afirmação do Aluno 3, que destacamos na sequência, notam-se fragilidades de compreensão tanto do ponto de vista matemático quanto do contexto da Eletrônica Analógica. A afirmação pode ser traduzida como: operando em 25℃, pelo diodo passará sempre uma corrente de 30mA, o que não faz sentido do ponto de vista do funcionamento deste dispositivo. Ao mesmo tempo, evidencia-se um não relacionamento com o que havia sido analisado na questão anterior: a curva característica do diodo semicondutor. Na próxima afirmação destacada, proferida pelo Aluno 2, nota-se que houve o emprego equivocado do termo *igualar*, ao invés de *substituir*. Novamente revela-se uma fragilidade no desenvolvimento e/ou mobilização da competência de *se comunicar em, com e sobre a Matemática*.

Fonte: elaborado pelos autores.

Acerca do diálogo apresentado no Quadro 4, em primeiro lugar podemos notar que, de modo geral, seus conhecimentos sobre funções tendem a ser fragmentados e inflexíveis no que diz respeito à utilização de diferentes representações. É curioso observar, por exemplo, que ao mesmo tempo em que os alunos estranharam a obtenção de uma reta como representação gráfica, posteriormente (como será evidenciado no Quadro 6) argumentaram, de modo enfático, que a resistência direta em corrente contínua e a tensão direta são grandezas diretamente proporcionais.

Além disso, o fato de não analisarem a representação algébrica da função para qual deveriam obter a representação gráfica, que indicaria imediatamente o resultado a ser obtido como uma reta, a nosso ver pode estar diretamente relacionado à atual facilidade de obter representações gráficas de funções via recursos tecnológicos. Em razão disso, os estudantes em geral não se preocupam em, antes de construir tais gráficos, analisar, a partir das expressões algébricas das funções, que tipos de curvas são esperadas em suas representações gráficas. Cabe ao professor estimular essa preocupação inicial por parte dos estudantes, uma vez que esta é essencial porque permite um controle das respostas obtidas, aspecto crucial na profissão do engenheiro. O não estabelecimento de relação entre a representação algébrica de R_{FCC} que determinaram e a representação gráfica obtida evidencia-se com ainda mais destaque por meio da seguinte ação dos estudantes: como, em uma atividade realizada semanas antes em que se pedia a construção da representação gráfica da expressão algébrica presente na equação de Shockley, a visualização adequada dependia de uma correta escolha das escalas nos eixos coordenados, os estudantes esperavam que isso pudesse ocorrer também neste caso e que, talvez a representação obtida não fosse uma reta, mas uma curva que, em razão da escala, se assemelhava à uma reta.

A quarta manifestação do Aluno 3 apresentada no Quadro 4 nos permite afirmar que entraves não bem resolvidos nas questões com as quais os estudantes se depararam anteriormente – e que muitas vezes permanecem implícitos para os professores – podem ocasionar dificuldades e equívocos futuros. Neste caso, especificamente, se o significado da equação de Shockley, bem como a representação gráfica da função associada a tal equação, explorados em uma atividade desenvolvida algumas semanas antes, tivessem sido bem compreendidos, o estudante teria clareza de que a curva característica do diodo semicondutor, construída considerando a temperatura de 25℃, indica que, operando nesta temperatura, para cada valor de voltagem direta teremos um valor correspondente de corrente direta não necessariamente igual ao associado a outro valor da voltagem direta, valores estes que podem ser obtidos via equação de Shockley. Não haveria, portanto, razões para que afirmasse que operando a 25℃ a corrente direta que circula pelo diodo é constante.

A análise do Quadro 4 revela, por fim, a importância de o professor perceber em que momentos deve realizar uma mediação junto aos estudantes para que estes possam superar entraves que os impeçam de prosseguir na resolução das questões. Ressaltamos que, neste artigo, a mediação é concebida como "uma interação intencional com quem aprende, com o propósito de aumentar o seu entendimento para além da experiência imediata e ajudá-lo a aplicar o que é aprendido em contextos mais amplos" (Feuerstein, Feuerstein & Falik, 2014, p. 21).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusões

A partir das análises apresentadas neste artigo, algumas observações, de caráter mais geral, podem ser feitas. Em primeiro lugar, convém considerar que a falta de precisão em comunicar-se em, com e sobre a Matemática, vista em diferentes momentos nos diálogos que explicitamos anteriormente, pode, em alguns casos, não estar relacionada apenas às fragilidades nas aprendizagens dos estudantes, mas ser também consequência das experiências por eles vivenciadas em sala de aula, uma vez que alguns professores não se preocupam suficientemente com a precisão na linguagem que empregam.

Um segundo aspecto a ser salientado diz respeito à importância de o professor possibilitar ao futuro engenheiro que trabalhe com situações envolvendo a *multivariação dependente*, uma vez que desenvolver adequadamente as ações inerentes à ela é essencial para a compreensão de diferentes fenômenos com os quais os engenheiros irão se deparar em suas atividades profissionais. Um terceiro aspecto evidenciado por meio dos diálogos analisados é a importância de o professor perceber quando iniciar sua mediação, a qual é importante para que o professor forneça ao estudante, sem lhe dar respostas e sem suprimir os desafios necessários para a aprendizagem, elementos essenciais para que ele possa superar o obstáculo diante do qual se encontra e prosseguir, com seu próprio esforço, rumo aos objetivos visados.

Esperamos que a leitura deste trabalho possa inspirar o professor que leciona Matemática na Engenharia a inserir doses de ousadia em suas práticas e propor situações aos estudantes nas quais estes sejam estimulados a transpor seus conhecimentos matemáticos para diferentes contextos de aplicação, arriscando-se em cenários desafiadores em prol dos benefícios que estes poderão trazer à formação dos futuros engenheiros.

Referências

Barros, D. M. V. (2008). Teoria dos estilos de aprendizagem: convergência com as tecnologias digitais. *Revista SER: Saber, Educação e Reflexão*, 1(12), 14-28.

Bianchini, B. L., Lima, G. L., & Gomes, E. (2024). La Teoría de la Matemática en el Contexto de la Ciencias como subsidio para el desarrollo de una intervención didáctica dirigida a revisitar el estudio de la función desde un problema de Ingeniería Civil. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, no prelo.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, *9*(3), 309-336.

Camarena, P. (2021). *Teoria de la matematica en el contexto de las ciencias*. EDUNSE.

Feuerstein, R., Feuerstein, R. S., & Falik, L. H. (2014). Além da inteligência: aprendizagem mediada e a capacidade de mudança do cérebro. *Petrópolis, RJ: vozes*, 259.

Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2023). O estudo dos níveis de resistência de um diodo semicondutor como contexto para a abordagem de função, limite e derivada. In: *Anais do LI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 1-13).

Jones, S. R., & Jeppson, H. P. (2020). Students' reasoning about multivariational structures. In *Proceedings of the 42nd annual conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1139-1147).

Niss, M. (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis & S. Papastravidis (Eds.). *3º Mediterranean Conference on Mathematics Education*. Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, (pp.115-124).

Reis, F. S.; Lima, G. L.; Bianchini, B. L. (2023). Pensamento Variacional. In B. L. Bianchini & G. L. Lima (Orgs.). *O Pensamento Matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem* (pp. 249-299). Livraria da Física.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, *25*, 23-58.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Didáctica integrada entre Matemática y Química General: argumentación

Integrated teaching between Mathematics and General Chemistry: argumentation

Presentación: 23/03/2024

Marcela Rodriguez Aghem
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Mendoza; Universidad Nacional de Cuyo, Facultad de Ingeniería. (Argentina)
marcela.rodriguez.aghem@gmail.com

Ana María Narvaez
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Mendoza; Universidad Nacional de Cuyo, Facultad de Ingeniería. (Argentina)
Ana.narvaez@frm.utn.edu.ar

Antonella Belén Albornoz
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Mendoza. (Argentina)
antonella.albornoz@docentes.frm.utn.edu.ar

Susana Otoya Bet
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Mendoza. (Argentina)
sotoyabet@gmail.com

Resumen

En función del nuevo paradigma de enseñanza por competencias en Facultades de Ingeniería argentinas, es necesario estudiar transversalidades en ciencias básicas. Se realizan comparaciones sobre la capacidad lógico –matemática argumentación, en evaluaciones de dos espacios curriculares de primer nivel, Álgebra y Geometría Analítica (primer semestre) y Química General(segundo semestre), con el propósito de utilizarlas como estudio exploratorio de diagnóstico inicial, para diseñar situaciones didácticas que favorezcan su desarrollo. Esto permitirá obtener hipótesis para investigaren Educación Matemática para Ingeniería, que se encuadra en lo que se denomina Didáctica Integrada entre matemática y química. Un marco teórico utilizado es la Teoría de Representación Semiótica de Duval. La metodología es un análisis exploratorio sobre la producción de los estudiantes, en Álgebra y Química. Entre las conclusiones, se tiene que es necesario trabajar la argumentación en ciencias, pues contribuirá a la construcción de argumentos bien estructurados y significativos que se reflejará en su evolución conceptual en ciencias.

Palabras clave: Argumentación. Álgebra Lineal. Geometría Analítica. Química General

Abstract

Based on the new competency-based teaching paradigm in Argentine Engineering Faculties, it is necessary to study transversalities in basic sciences. Comparisons are made on the logical-mathematical argumentation capacity, in evaluations of two first-level curricular spaces, Algebra and Analytical Geometry (first semester) and General Chemistry (second semester), with the purpose of using them as an exploratory study of initial diagnosis, to design didactic situations that favor their development. This will allow us to obtain hypotheses for research in Mathematics Education for Engineering, which falls within what is called Integrated Didactics between mathematics and chemistry. A theoretical framework used is Duval's Theory of Semiotic Representation. The methodology is an exploratory analysis of the students' production in Algebra and Chemistry. Among the conclusions, it is necessary to work on argumentation in science, as it will contribute to the construction of well-structured and significant arguments that will be reflected in its conceptual evolution in science.

Keywords: Argumentation. Linear algebra. Analytic geometry. General chemistry

Introducción

Para promover las Competencias Genéricas Tecnológicas en Ingeniería, se enuncian capacidades como las de formulación clara y precisa, generación de informes documentados y comunicación efectiva de soluciones. En cuanto a las Competencias Genéricas, Sociales, Políticas y Actitudinales, la Competencia "desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo" involucra capacidad de proponer, escuchar, aceptar, expresarse con claridad, socializar ideas, analizar y proponer alternativas de resolución identificando áreas de acuerdo y desacuerdo y, de negociar para alcanzar consensos, debatir efectuando intervenciones y tomar decisiones que integren distintos puntos de vista (CONFEDI, 2018); (Zabalza Beraza, 2016).

Desde los espacios curriculares Álgebra y Geometría Analítica y Química General, se espera que los estudiantes, futuros ingenieros, adquieran la capacidad de argumentar y comunicar correctamente en estas ciencias básicas. Entonces, es lógico que los espacios curriculares realicen una articulación desde el Álgebra hacia la Química.

Se entiende por capacidad argumentativa la habilidad y voluntad de elaborar discursos orales y escritos en los que se aporten pruebas y razones con la finalidad de convencer a otros de alguna conclusión u opinión entre diferentes posibles. En el caso de la argumentación científica, las pruebas, razones o argumentos han de estar fundamentados en el conocimiento científico contemporáneo, el cual no tiene una función dogmática, sino que evoluciona, es tentativo, sujeto a cambios que se producen de forma gradual a partir de evidencias experimentales y de razonamientos y discusiones.

En matemática y química es fundamental pensar según modelos, es decir, simplificando y modelizando los problemas, teniendo claras las variables y las restricciones en el estudio. En el camino de la matemática del primer semestre hacia la química del segundo semestre, es importante trabajar con datos experimentales y tener en cuenta las consecuencias que esto comporta; representar e interpretar los datos, expresando las conclusiones de forma sencilla y general y, frecuentemente, utilizando el lenguaje matemático.

Todos los contenidos de Álgebra del primer semestre son considerados como los recursos necesarios para lograr las competencias lógico –matemáticas, en particular la argumentación; por lo tanto, los Resultados de Aprendizaje, RA, planificados, son evaluados como se muestra, por ejemplo, en la evaluación global descripta más abajo; de este modo, se provee de herramientas a las demás asignaturas del Plan de Estudio. En particular, en este trabajo, se observan las respuestas de Química General para hacer una ingeniería didáctica en Álgebra a futuro, por eso se ha indicado previamente que la comparación de evaluaciones en los dos espacios curriculares citados es tomada como diagnóstico. La evaluación de errores de medición y las gráficas del comportamiento de reacciones estudiadas, es tenida en cuenta en Química, cuyos docentes integran conocimientos nuevos con los previos, dados en cálculo, álgebra y física. Los estudiantes verán a futuro, teoría de errores en otros espacios curriculares.

La didáctica integrada entre matemática y química pretende aunar esfuerzos docentes para potenciarlos en pos de obtener mejor calidad en los aprendizajes de las ciencias básicas de la Ingeniería (De Gamboa; Planas; Edo, 2010).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo

Para realizar una articulación de enseñanza entre las dos ciencias, es necesario contar con un diagnóstico que permita fijar hipótesis de investigación. Para ello, en el presente trabajo, se hace una comparación sobre la producción de los estudiantes, evaluando la capacidad de argumentación en los dos espacios curriculares.

El análisis es cuantitativo y cualitativo-descriptivo bajo el método de estudio de casos, lo que permitió recolectar evidencia empírica relacionada con la argumentación y los niveles alcanzados de un grupo de estudiantes en Álgebra y otro grupo de estudiantes de Química.

ÁLGEBRA Se realizó una rúbrica con 5 niveles para cuantificar dicha capacidad. Se eligió la evaluación global 2023 a la que se presentaron 148 alumnos de las 5 carreras de la FRM, UTN (Química, Electrónica, Electromecánica, Civil e Ingeniería en Sistemas de Información) voluntariamente, para promocionar el espacio curricular (estos alumnos aprobaron evaluaciones parciales con un mínimo de 60% sobre 100%). Se trata de un total de 148 evaluaciones globales escritas. Se analizó la actividad cuyo enunciado aparece en el recuadro siguiente.

Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta.
a) Un punto que pertenece a la cónica de ecuación $9x^2 + 4y^2 - 18x - 36 = 0$ *es* $C(1,0)$.
b) Si AX=B es un sistema compatible determinado, entonces A es una matriz equivalente por filas a la matriz Identidad.
c) Si A y B son dos matrices de orden y de rango n, entonces A^{-1} *es semejante a* B^{-1}.
d) El núcleo de una transformación lineal es un subespacio del dominio.

Los resultados cuantitativos realizados sobre los 148 exámenes, en función de la rúbrica diseñada con 5 niveles: inciso sin respuesta, inciso con respuesta incorrecta, inciso con respuesta insuficiente, inciso con respuesta casi correcta e inciso con respuesta correcta, se presentan a continuación.

	Sin respuesta	*Respuesta incorrecta*	*Respuesta insuficiente*	*Respuesta casi correcta*	*Respuesta correcta*
a)	18	55	5	5	65
b)	16	89	6	6	31
c)	34	74	7	6	27
d)	27	65	26	20	10

Tabla N° 1. Resultados de la rúbrica

Se observa que la totalidad de respuestas casi correctas más las correctas en las cuatro proposiciones son aproximadamente el 28%.

Hay un 15,7% de exámenes sin respuesta en la totalidad de las 4 proposiciones solicitadas, siendo la demostración de la proposición *d)* la que menos realizaron los estudiantes.

La proposición *a)* se podía justificar, entre otras alternativas, con un proceso calculatorio y fue bien argumentada en un 44% aproximadamente.

La argumentación de la proposición *b)* que se refiere a un concepto troncal en álgebra lineal fue incorrectamente realizada por aproximadamente el 62,23%.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La justificación de la proposición *c)* que requiere identificar la falsedad del enunciado por no contener la totalidad de las premisas que serían suficientes para la respuesta verdadera, como una forma directa posible de argumentación (existe también la posibilidad de argumentar con un contraejemplo), fue incorrecta en aproximadamente el 50%.

La argumentación de la proposición *d)* requiere de una demostración clásica que siempre es realizada en clases y discutida en consultas; fue realizada en forma casi correcta y correcta en aproximadamente un 20%. (Kolman, 2006), (Grossman, 1996); (Noble, 1989), (Lay, 2017).

En las clases de Álgebra Lineal y Geometría Analítica se trabaja con argumentaciones en forma permanente; sin embargo, se observa la insuficiencia de esta capacidad en la producción escrita de los estudiantes, a pesar de que varios de ellos aprobaron esta evaluación global. En el examen dado, sólo en esta actividad se solicitaba justificar las respuestas (Patermina Córdoba et. al., 2018).

QUÍMICA GENERAL Se analizó el desempeño de los estudiantes en la segunda evaluación parcial, con el objetivo de determinar en qué medida se logran las capacidades argumentar y comunicar, en relación al tema Procesos Químicos. Se establecieron los indicadores de logro de la capacidad y se midió el nivel alcanzado por cada estudiante en forma cuali-cuantitativa. La medición se realizó a la mitad del cursado, por lo que el nivel alcanzado no es el mayor de cada estudiante, en una pregunta, a un grupo de 29 alumnos de Ingeniería Civil. Dicha evaluación fue tomada luego que se desarrolló una secuencia didáctica diseñada según el Aprendizaje Centrado en el Estudiante.

La pregunta estaba dividida en tres partes, la primera se refería a la representación simbólica del proceso químico, con las fórmulas de los compuestos, las ecuaciones químicas correctamente balanceadas y los estados de agregación. La segunda parte implicaba la descripción observable de las reacciones químicas que habían ocurrido en una experiencia en laboratorio, los estudiantes debían explicar el procedimiento con el lenguaje científico apropiado y detallar los materiales de laboratorio utilizados. Y, la tercera parte consistía en justificar el fenómeno observable a partir del modelo submicroscópico, interpretando enlaces y fuerzas intermoleculares. Las preguntas fueron las siguientes.

TEMA 1

(20 p) *En el laboratorio se obtuvo dióxido de azufre y ácido sulfuroso.*

a. (6p) Escriba las ecuaciones químicas correspondientes.

b. (7p) Describa el experimento y los materiales de laboratorio utilizados.

c. (6p) ¿El dióxido de azufre es un óxido iónico o covalente? Justifique a partir de alguna propiedad que observó del compuesto obtenido.

TEMA 2

(20 p) *En el laboratorio se obtuvo óxido de magnesio e hidróxido de magnesio.*

a. (6p) Escriba las ecuaciones químicas correspondientes.

b. (7p) Describa el experimento y los materiales de laboratorio utilizados.

c. (6p) ¿El óxido de magnesio es un óxido iónico o covalente? Justifique a partir de alguna propiedad que observó del compuesto obtenido.

Para analizar el nivel de capacidad alcanzado, se construyó una tabla en la que se muestran los indicadores de logro.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Análisis del nivel alcanzado de la competencia argumentar aplicado al tema Reacciones Químicas			
Tipo de representación del proceso químico	*Características de la representación*	*Indicadores del nivel alcanzado.*	*Dificultades más comunes*
Representación Macroscópica	Representación y descripción de la realidad observable. Se caracteriza por explicar que sucede.	Reconocer la formación de productos a partir de una mezcla y reacción química entre reactivos por cambios visibles de color, temperatura, formación de gases, de precipitados. Identificación de los productos formados por las propiedades observables (estado de agregación, conductividad, etc.)	- Considerar que sustancia y materia es lo mismo - Confundir el cambio químico con un cambio de estado o un proceso de disolución. - Explicar los fenómenos basados en intuiciones y no en conceptos científicos.
Representación Microscópica	Representación e interpretación de procesos mediante partículas submicroscópicas como átomos y moléculas. Explica el proceso químico observable a través de modelos atómicos y de enlaces químicos.	Explicar las propiedades observables de los compuestos mediante las teorías de enlaces. Fundamentar la ocurrencia de la reacción química por transferencia de electrones. Reconocer las partículas fundamentales de los elementos y compuestos como átomos, iones o moléculas.	- No poder relacionar las propiedades observables de los productos de la reacción con el tipo de enlace formado y con las fuerzas intermoleculares. - No relacionar los tipos de compuestos formados con las propiedades periódicas de los elementos. - Atribuir a las partículas propiedades de las sustancias (sustancialización, Sanmarti 1995)
Representación Simbólica	Describe el proceso químico mediante ecuaciones balanceadas que incluyen fórmulas químicas y símbolos.	Describe el proceso químico mediante ecuaciones químicas.	Desconocer el significado de lo que es un esquema de reacción o ecuación química en las que se simbolizan los átomos y moléculas o los elementos y compuestos.

Tabla N° 2. Análisis de la competencia argumentar en Química

El resumen del porcentaje de respuesta de los alumnos para los incisos *a*, *b* y *c* de la evaluación, está en la siguiente tabla.

1.a primera parte	Escribe correctamente las ecuaciones	13,8%
	No escribe las ecuaciones	24,1%
1.b segunda parte	No responde	41,4%
	Describe correctamente el experimento y los materiales utilizados	31%
1.c tercera parte	No responde	13,8%
	Responde correctamente	27,6%

Tabla N°3. Porcentaje de respuesta de la evaluación

En el estudio de Química se observa que un porcentaje elevado de estudiantes no responde a las preguntas, sólo escriben algunas ecuaciones y fórmulas de memoria, no llegan a intuir el significado de las entidades abstractas que las fórmulas representan y su relación con los fenómenos del mundo real, y menos aún el modelo de átomos y moléculas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En las clases de química no se suelen trabajar las capacidades argumentativas y, además es conocido el hecho que aquellas actividades que requieren una respuesta razonada del tipo "explica", "describe", "razona", "justifica" o "argumenta" son las que les resultan más difíciles a los alumnos porque suponen un grado de complejidad cognitiva mayor.

Conclusiones

En Álgebra y Geometría Analítica se dan actividades cuyo propósito es ir desarrollando y/o afianzando la capacidad de argumentación, pero se observa que es insuficiente y, esto repercute, entre otros espacios curriculares, en Química General.

De acuerdo con Sanmartí & Sardá (2000), es común encontrar en los estudiantes dificultades para la ordenación de ideas y construcción de un texto de carácter científico, tienden a utilizar un lenguaje coloquial y no los términos adecuados de uso científico; esto puede deberse a dos razones, una a las dificultades desde la parte conceptual y la otra podría ser de orden lingüístico.

Es evidente la necesidad de trabajar la argumentación en ciencias para que los estudiantes logren superar estas dificultades de argumentación, que puedan expresar sus ideas coherentemente tanto en forma oral como escrita, que los lleve a construir argumentos bien estructurados y significativos, lo que necesariamente se verá reflejado en su evolución conceptual en relación a las ciencias.

Potenciar la capacidad argumentativa no es tarea de un día ni de un par de actividades aisladas, sino que requiere de una planificación gradual, a largo plazo, con objetivos pautados según su dificultad para ser conseguidos.

Actualmente, existe una corriente internacional sobre la didáctica integrada entre la matemática y la química; se observa en la literatura contemporánea sobre educación en química, que las referencias bibliográficas utilizadas son comunes a las de la didáctica de la matemática universitaria.

La didáctica integrada entre matemática **y** química es una propuesta valiosa para el proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación superior. En particular, en el área de la química, comprender su lenguaje implica que los estudiantes manejen tanto el vocabulario químico como los conceptos matemáticos necesarios. Si no tienen claridad en estos aspectos, pueden enfrentar limitaciones al resolver problemas químicos. En otras palabras, al lograr esta integración, los estudiantes estarán mejor preparados para abordar con éxito los desafíos de la química y comprender su relevancia en el mundo real.

Se puede deducir la relación que tiene la argumentación con el aprendizaje, como lo afirma Kuhm (1993), quien destaca que los procesos discursivos en el aula, intervienen en la construcción del conocimiento. Un aprendizaje enfocado desde esta perspectiva conlleva al desarrollo del pensamiento, que sería finalmente el objetivo de la educación.

El conocimiento científico y la argumentación les brindan a los estudiantes la posibilidad de participar en la sociedad desde una perspectiva crítica, no se deben limitar a reproducir lo hecho, sino que planteen nuevas situaciones y cuestionamientos, que construyan argumentos coherentes; para esto deben hacer uso de la información a la que tienen acceso, generalmente encontrada en internet, para lo cual deben analizarla críticamente, saber quién la ha escrito y con qué finalidad, para que puedan decidir aquella que sea relevante y confiable e integrarla a los conocimientos previos que tienen del mundo (Sanmartí, Pipitone & Sardá, 2009).

Por último, acordar con el pensamiento de Jiménez (2011) quien afirma que "*argumentar contribuye a aprender a aprender*".

Referencias

Benítez, A. A., Benítez P., H., & García, M. L. (2016). La argumentación sustancial. Una experiencia con estudiantes de Nivel Medio Superior en clases de matemáticas. Educación Matemática, vol. 28, núm. 3,175-216.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

CONFEDI, Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina: 'Libro rojo del CONFEDI', mayo 2018. Disponible en: https://www.ing.unlp.edu.ar/sitio/institucional/difusion/archivos/LIBRO_ROJO_DE_CONFEDI_estandares_de_segunda_generacion.pdf

De Gamboa, G.; Planas, N.; Edo, M. (2010). Argumentación matemática: práctica escritas e interpretaciones. Departamento de Didáctica de la Matemática y las Ciencia Experimentales, Universitat Autònoma de Barcelona Revista SUMA 64, pp.35 a 44.

Duval, R.: (1995). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. Peter Lang S. A. Editions scientifiques européennes.

Grossman, S. (1996). Álgebra lineal. Quinta edición. México: McGraw-Hill

Jiménez Aleixandre, M. P. (2011)10 Ideas clave. Competencias en argumentación y uso de pruebas. Barcelona: Graó Educatio Siglo XXI, Vol. 29 nº 1 2011, pp. 363-366.

Kolman, B.; Hill, D. (2006). Álgebra Lineal. México: Pearson Prentice Hall.

Kuhn, Thomas S. El carácter no universal del lenguaje. Tesis publicada en 1993.Kuhn, Thomas S. El carácter no universal del lenguaje. Tesis publicada en (1993)

Lay, D. (2017). Álgebra Lineal con enfoque por competencias. Argentina: Pearson (2017)

Noble, B. y Daniel, J. (1989). Álgebra Lineal Aplicada. Tercera edición. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Patermina Córdoba, Y.; Valbuena Duarte, S.; Cervantes Barraza, J. (2018) Argumentación en el Álgebra Temprana. Cuarto Encuentro Internacional en Educación Matemática. Universidad del Atlántico.

Sanmartí, N; Pipitone, C. y Sardá, A. Argumentación en clases de ciencias. Revista Enseñanza de las Ciencias. Número Extra VIII Congreso Internacional (2009). https://www.bing.com/ck/a?!&&p=248b6cae8a070179JmltdHM9MTcwODMwMDgwMCZpZ3VpZD0zNmY0OTkyMS0zYzc4LTY5YTktMjI2Zi04YjY3M2Q5NTY4MDkmaW5zaWQ9NTE5Mg&ptn=3&ver=2&hsh=3&fclid=36f49921-3c78-69a9-226f-8b673d956809&psq=Sanmart%c3%ad%2c+Pipitone+%26+Sard%c3%a1%2c+2009&u=a1aHR0cHM6Ly93d3cucmVkYWx5Yy5vcmcvam91cm5hbC8xMzQxLzEzNDE3MDI0MTAwNy9tb3ZpbC8&ntb=1s.

Sanmartí, N. y Sardá, A. (2000). Enseñar a argumentar científicamente: un reto de las clases de ciencias. Revista ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS, 2000, 18 (3), 405-422.

Zabalza Beraza, M..A. El trabajo por competencias en la enseñanza universitaria. Disponible en https://ddd.uab.cat/pub/poncom/2007/71100/conferencia.pdf (2016)

Zabalza Beraza, M.A. (2016). La formación por competencias: entre la formación Integral y la empleabilidad. Disponible en: http://tecnologiaedu.us.es/formaytrabajo/Documentos/lin6zab.pdf (2016)

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Enseñanza de Matemática Mediante un Enfoque Integrador en Carreras de Ingeniería

Teaching Mathematics through an Integrative Approach in Engineering Degrees

Presentación: 29/03/2024

Eduardo Alberto Gago.
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario – Argentina
eagago@gmail.com

Marcelo Matías Zurbriggen.
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario – Argentina
marcelozurb@gmail.com

Matías Francisco Romero.
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario – Argentina
mati_rom@hotmail.com

Resumen

En la formación del Ingeniero Químico se deben contemplar conocimientos básicos indispensables para abordar el análisis de modelos matemáticos capaces de interpretar las gráficas de los parámetros que involucran a las reacciones químicas. En el presente trabajo se describe una experiencia de laboratorio llevada a cabo conjuntamente en las asignaturas Análisis Matemático I y Álgebra y Geometría Analítica, en la carrera de Ingeniería Química, donde se pretende que los alumnos integren conocimientos de ambas materias cuando se analizan las gráficas representativas del mecanismo de una reacción de primer orden. Con este tipo de experiencias se intenta dar el carácter interdisciplinario en la enseñanza en Ingeniería, ya que este enfoque promueve en los estudiantes el interés por las ciencias básicas y su interrelación.

Palabras clave: Interdisciplina, modelización, concentración, reacción química.

Abstract

The training of chemical engineers must include basic knowledge that is essential for the analysis of mathematical models capable of interpreting the graphs of the parameters involved in chemical reactions. This paper describes a laboratory experience carried out jointly in the subjects Mathematical Analysis I and Algebra and Analytical Geometry, in the Chemical Engineering degree course, where the aim is for students to integrate knowledge from both subjects when analysing the graphs representing the mechanism of a first-order reaction. This type of experience is intended to give an interdisciplinary character to engineering education, as this approach promotes students' interest in the basic sciences and their interrelation.

Keywords: Interdisciplinary, modelling, concentration, chemical reaction.

Introducción

La enseñanza de Matemática en ingeniería a partir de la modelización de problemas relacionados con procesos específicos de la carrera estudiada, es un desafío continuo para los docentes que deben planificar actividades, debido a la complejidad que presenta la dinámica de los procesos de enseñanza aprendizaje de cada tema en estudio. Los objetos matemáticos involucrados no suelen adaptarse al proceso de enseñanza aprendizaje y es necesario hacer un ajuste de los problemas convirtiéndolos en situaciones didácticas de menor dificultad.

En el sistema de enseñanza universitario no se debe soslayar que la tecnología viene experimentando un desarrollo incesante y sostenido, y en consecuencia debe ser incluida en el contexto de la clase. Desde hace varios años, los recursos informáticos han cambiado la manera de enseñar y aprender, ya que poseen una capacidad de realizar gráficos simultáneos y específicos tanto en dos como en tres dimensiones. Se busca propiciar que esta situación complemente el espectro de asimilación y comprensión por parte del alumno dado que genera una independencia en la toma de decisiones a la hora de resolver problemas ingenieriles.

A tal efecto, el vertiginoso desarrollo de las tecnologías de la información y comunicación, apoyado en los conocimientos de las ciencias matemáticas y aunado a los procesos de globalización, ha trastocado distintos ámbitos del quehacer humano; económico, político, laboral, cultural y ha permeado el ámbito educativo, sobre todo a las universidades. Es por ello que en la actualidad representa un desafío para los docentes de Matemáticas abordar el proceso de aprendizaje de esta disciplina, basándose en las nuevas exigencias de calidad que en materia educativa demanda la sociedad actual. En este contexto el trabajo interdisciplinario constituye un requerimiento fundamental producto del complejo mundo moderno (Benavides Solís, 2020: 137).

Bajo esta línea de pensamiento, no se debe dejar de lado que para desenvolverse en la sociedad del futuro los alumnos deben poseer nuevas capacidades, tales como: la adaptabilidad a un ambiente que se modifica rápidamente; saber trabajar en equipo; aplicar propuestas creativas y originales para resolver problemas; capacidad para aprender, desaprender y reaprender; saber tomar decisiones y ser independiente; aplicar las técnicas del pensamiento abstracto; saber identificar problemas y encontrar soluciones.

Por lo tanto, es importante tener un vínculo claro entre los conceptos que los estudiantes deben alcanzar en el curso y las metodologías seleccionadas, es decir, los estudiantes deben saber qué teorías explorarán durante cada uno de los experimentos que se realizan (Russell y Weaver, 2008: 2-3).

Los profesores deben seleccionar cuidadosamente el tipo de experimento más apropiado y sus procedimientos. Por ejemplo, los experimentos de laboratorio no tienen por qué ser demasiado largos ni costosos. Los profesores tienen que evaluar críticamente la relación beneficio-coste (en términos de gastos económicos y de tiempo personal/de los estudiantes) de las prácticas de enseñanza y aprendizaje al organizar la asignatura (Dopico et al, 2014: 49).

La irrupción de los medios computacionales en el ámbito universitario, tan atractivos para los estudiantes, no sólo por las amplias posibilidades de trabajo, sino por la familiaridad con la que ellos se desenvuelven, ha impactado fuertemente en la educación permitiendo enfrentar los desafíos de la enseñanza en las carreras de Ingeniería.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Metodología

El trabajo que se propone a los alumnos se realiza desde una perspectiva fomentando un trabajo de análisis de ingeniería. La actividad se basa en un sistema asistido por computadora. Es importante crear un espacio de aprendizaje donde se desarrolle un conjunto de actividades y expresiones comunicacionales como línea fundamental del proceso educativo.

La actividad organizada se sustenta en la aplicación de los conceptos de la derivada de una función en un punto, superficies cilíndricas y de algunas nociones de lo que los alumnos entienden por velocidad de reacción de una sustancia.

Considerando que las Matemáticas influyen en todos los aspectos de la vida y la cultura humana, sería deseable que cualquier estudiante, de cualquier nivel, pudiera obtener las habilidades necesarias para construir sus conocimientos. Al mismo tiempo, debería ser beneficioso que los docentes puedan proporcionar una cultura que incentive las habilidades para promover situaciones y actividades de enseñanza-aprendizaje creativas y significativas que alienten a los estudiantes a aprender (Gilberto y Múnera, 2003: 190-191).

Si nos centramos en la Educación Superior, y más específicamente en la Ingeniería, se puede observar que algunos autores proponen que el docente debe enfatizar que los estudiantes desarrollen capacidades y habilidades, así como estimularlos a pensar, razonar y deducir (Rigo et al, 2010: 407).

En otras palabras, no sólo debemos transmitir conceptos, fórmulas, etc., sino también proporcionarles, desde un enfoque funcionalista, utilitarista y práctico, conocimientos que les permitan desenvolverse en la vida, así como habilidades que mejoren su cultura matemática y su autonomía en el aprendizaje (Rigo et al, 2010: 411)

La idea es que los estudiantes realicen aplicaciones parecidas a las que se les presenta en el ciclo superior de la carrera, a la vez sencillas e ideales, con los temas que se desarrollan en la clase, vinculando los temas de la materia, con diferentes materias del mismo o diferentes niveles del área. Se establecen estrategias de enseñanza con base en diferentes actividades prácticas sin descuidar la fundamentación teórica, con un enfoque interdisciplinario.

En las áreas de ciclo profesional y siguiendo una línea interdisciplinar, se proponen actividades formativas, con un fuerte enfoque en la actividad profesional desarrollada, mostrando aplicaciones con metas y objetivos claros que permitan la continua actualización y coordinación de las actividades de las distintas áreas de conocimiento de los estudios en este primer ciclo dentro de la universidad.

Es fundamental que los estudiantes, desde el inicio hasta la finalización de sus estudios en el campo elegido, utilicen métodos computacionales. Esto fortalece la visión unificada del estudiante entre las matemáticas y sus aplicaciones y dota de herramientas esenciales para su futuro trabajo profesional.

Objetivos

El desarrollo de capacidades básicas en Ingeniería persigue como propósito formar al estudiante para que ante cada situación problemática pueda aplicar y relacionar apropiadamente los conocimientos adquiridos en el transcurso de su formación profesional. En los cursos de Matemática es imprescindible formular modelos que conduzcan hacia la adquisición de nuevas formas de pensamiento y razonamiento que incentiven a lograr los aprendizajes requeridos.

A través del análisis de sistemas dinámicos se busca la motivación de los estudiantes, y la aplicación de los conocimientos previos para lograr un ambiente de trabajo que posibilite el desarrollo de clases – talleres mediante el uso de herramientas informáticas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Organizar actividades de enseñanza aprendizaje mediante la utilización de software de especificidad, promueven la adquisición de competencias, mediante la utilización de las tecnologías y logrando el seguimiento del grupo de trabajo, organizando un sistema de evaluación continua y permanente. Se pretende apoyar la planificación e implementación de actividades curriculares para desarrollar la educación dual y a distancia a través del sitio web institucional.

Espacio de aprendizaje

El propósito de este trabajo es exponer una situación didáctica experimental desarrollada en una clase de Laboratorio Informático trabajando conjuntamente contenidos de las asignaturas Análisis Matemático I y Álgebra y Geometría Analítica de la carrera Ingeniería Química cuando se realiza una aplicación del tema velocidad de una reacción ideal de primer orden. Los alumnos pertenecen al primer nivel de la carrera y la experiencia se desarrolla en el mes de octubre, casi al finalizar el ciclo lectivo.

Se diseña un trabajo práctico de laboratorio dentro de una secuencia de enseñanza denominada clase teórico práctica tecnológica. La misma se realiza en dos sesiones de tres horas cátedras cada una, en las cuales se quiere que los alumnos realicen un proceso significativo del aprendizaje del tema propuesto, mediante el análisis de la velocidad de reacción de un compuesto y las gráficas que denotan la evolución de la concentración de la sustancia en función del tiempo.

Las etapas diseñadas para llevar adelante la clase son: armado de grupos de trabajo para la realización, planteo de una reacción en cadena para su análisis, revisión y posterior selección del material bibliográfico sobre el tema, repaso de los contenidos teóricos inherentes a los temas relacionados con el problema a tratar, modelado de la situación, y resolución del modelo propuesto, para posteriormente obtener conclusiones.

El trabajo práctico es de carácter obligatorio, sin una evaluación tradicional y se trabaja con grupos de alumnos que no superen los tres integrantes. Los alumnos tienen la libertad de formar grupos de acuerdo a su criterio y elegir en qué grupo quieren participar, pero se fija como condición indispensable que se trabaje en equipo propiciando un ambiente colaborativo. Cada grupo dispone al menos de una computadora de escritorio, pero también se admite que los estudiantes traigan sus computadoras personales para trabajar. La evaluación se realiza observando las etapas del trabajo que los alumnos hacen en la clase y se califica con aprobado o no aprobado. Los alumnos deben realizar la labor prevista utilizando herramientas informáticas.

La experiencia se desarrolla en el Laboratorio Informático y Multidisciplinar de Ciencias Básicas, un espacio que posee la Facultad equipado con 25 computadoras con conectividad a internet y en red.

Se propone a los alumnos analizar las concentraciones finales de una reacción múltiple en serie de primer orden. A partir de esta propuesta se considera la siguiente reacción en cadena:

$$A \overset{k_1}{\rightarrow} B \overset{k_2}{\rightarrow} C \tag{1}$$

En (1), A es el reactivo, B es el producto intermedio y C es el reactivo final. La concentración inicial de A es $1\ \frac{mol}{l}$.

La primera etapa del trabajo propuesto a los alumnos es realizar una investigación teórica. Se solicita para esto, establecer el modelo que representa la reacción y expresar la evolución de las concentraciones en función del tiempo. La idea es que los alumnos determinen la concentración final de los productos de la reacción, como así también de los productos intermedios y analizar la evolución de los componentes intervinientes en la reacción en forma gráfica y analítica.

El modelo representativo de esta reacción elemental de primer orden surge de la investigación teórica. A

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

continuación, se exponen algunas de las respuestas y conclusiones a las que arribaron los alumnos:

Los alumnos son capaces de modelar el sistema (2) ya que al momento de tratar el tema diferencial de una función y aproximaciones lineales se desarrolla como una aplicación del mismo.

$$\begin{cases} \dfrac{d[A]}{dt} = -k_1[A] \\ \dfrac{d[B]}{dt} = k_1[A] - k_2[B] \end{cases} \tag{2}$$

Donde $\frac{d[A]}{dt}$: velocidad de reacción del componente A; $\frac{d[B]}{dt}$: velocidad de reacción del componente B; $[A]$: concentración final del componente A; $[B]$: concentración final del componente B; k_1: constante de la reacción de $A \to B$; k_2: constante de la reacción de $B \to C$.

A partir del armado del modelo, resuelven el sistema de ecuaciones diferenciales con herramientas de cálculo simbólico. En el instante inicial $(t_o = 0)$, la concentración del reactivo A, es de $1 \frac{mol}{l}$, mientras que las concentraciones del producto intermedio B y del producto final C son nulas. De acuerdo a lo planteado arriban a los siguientes resultados:

$$[A] = 1\, mol. l^{-1}\, e^{-k_1 t} \tag{3}$$

$$[B] = \begin{cases} \dfrac{1\, mol. l^{-1}\, k_1}{k_2 - k_1}\left(e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}\right) & si \quad k_1 \neq k_2 \\ 1\, mol. l^{-1}\, k_1\, t\, e^{-k_1 t} & si \quad k_1 = k_2 \end{cases} \tag{4}$$

$$[C] = 1\, mol. l^{-1} - [A] - [B] \tag{5}$$

Donde $[C]$: concentración final del componente C. El análisis de las gráficas de las concentraciones finales que se corresponden con las ecs. (3), (4) y (5) fueron agrupadas en la Fig. 1, comparando las constantes k_1 y k_2 correspondientes a cada reacción (Levenspiel, 2016: 8-13).

En primera instancia analizan qué sucede para $k_2 > k_1$, y manteniendo para este caso valores constantes de $k_2 = 10 l. min^{-1}$ De ahora en adelante, en color rojo se grafica la concentración de A, en verde la concentración de B y en azul la concentración de C.

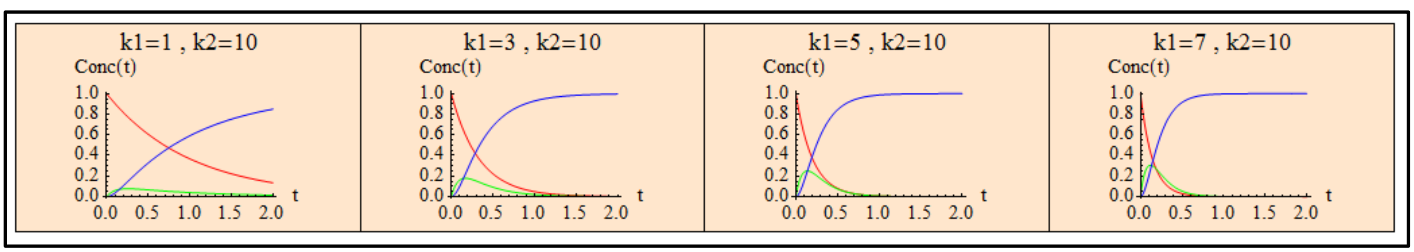


Fig. 1 Concentración vs. tiempo para distintos valores de $k_1 < k_2$ (Fuente: Elaboración propia)

En la Fig. 1, de acuerdo al análisis gráfico, los alumnos determinan:

- La etapa limitante de la reacción corresponde a $A \to B$
- la cantidad de producto intermedio B se mantiene muy bajo a lo largo de toda la reacción.
- A se consume completamente en todas las reacciones analizadas para los distintos valores de k_1 para el valor constante de k_2.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

- A tarda más en consumirse a medida que el valor de k_1 es más pequeño.
- A medida que crece la constante de la reacción k_1, se forma más producto intermedio B y se logra más rápidamente la conversión final del producto C.

En la Fig. 2 los alumnos concluyen para $k_1 = k_2 = 1 l.min^{-1}$ la reacción es bastante moderada y recién a los 4 minutos se observa la conversión final de A en C.

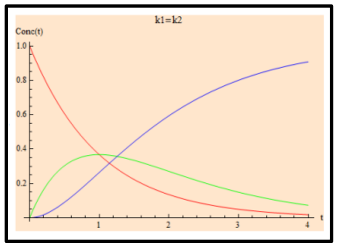


Fig. 2 Concentración vs. tiempo para $k_1 = k_2$ (Fuente: Elaboración propia)

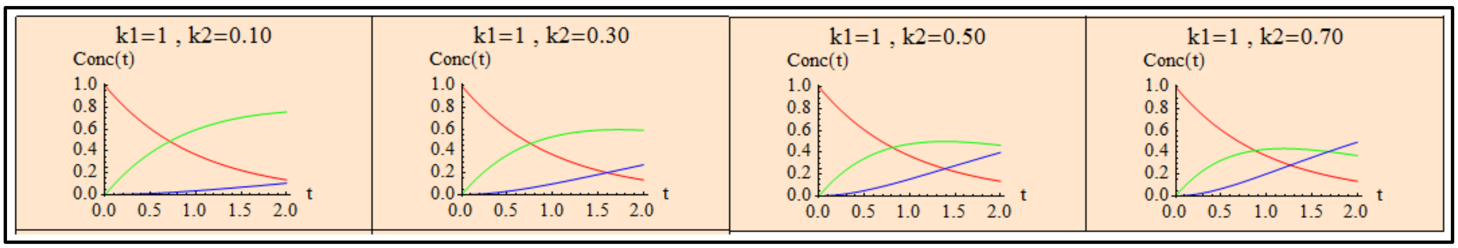


Fig. 3 Concentración vs. tiempo para distintos valores de $k_2 < k_1$. (Fuente: Elaboración propia)

En la Fig. 3 analizan el valor $k_2 = 0{,}10\ l.min^{-1}$, en este caso la etapa limitante es $B \rightarrow C$. Esta conversión es lenta, y la cantidad de sustancia B es grande comparada con la cantidad obtenida de sustancia de C, y observan que B se agota cuando se consume el reactivo A.

De las tres situaciones planteadas concluyen que para valores de $k_1 = 9l.min^{-1}$ y $k_2 = 10l.min^{-1}$ se logra una obtención rápida del producto C.

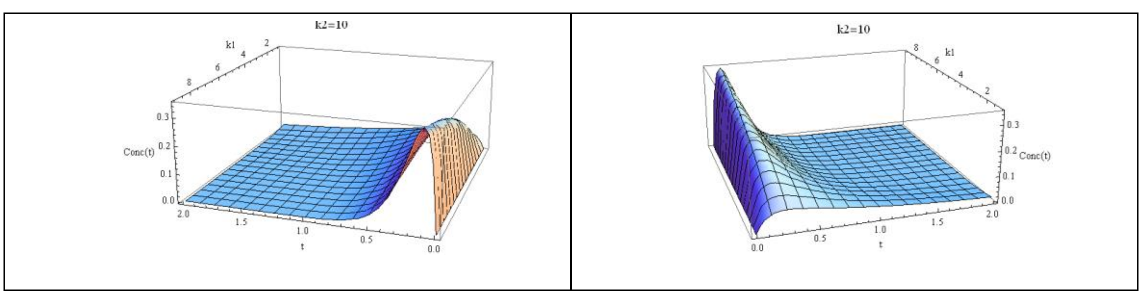


Fig. 4 Concentración vs. tiempo para distintos valores de $k_2 < k_1$ (Fuente: Elaboración propia)

En una última etapa de la clase se realiza la construcción y análisis de las superficies que visualizan la relación de las concentraciones con los coeficientes de la reacción. Los alumnos grafican en el espacio las superficies que representan la evolución de las concentraciones de B y C en función de las constantes de reacción.

La Fig. 4 muestra la evolución de la concentración de B cuando varían t y k_1 mientras que $k_2 = 10l.min^{-1}$. La Fig. 5 muestra la concentración de B cuando varían t y k_2 para un valor constante de $k_1 = 1l.min^{-1}$. En ambas figuras se muestran dos vistas de la misma gráfica para este caso.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

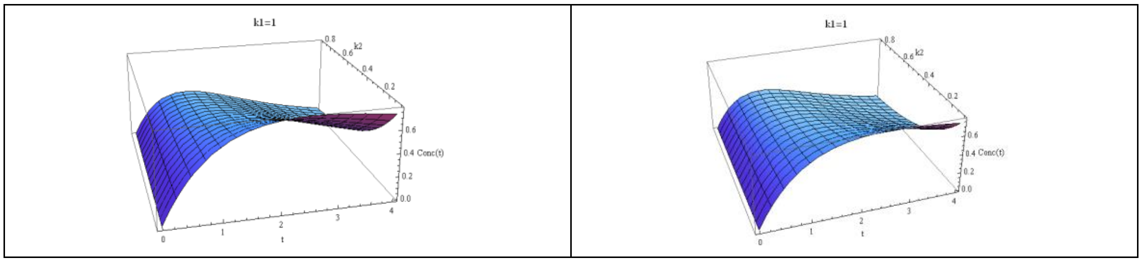


Fig. 5 Concentración vs. tiempo para distintos valores de $k_2 < k_1$ (Fuente: Elaboración propia)

La Fig. 6 de la izquierda muestra la concentración de C cuando varían t y k_1 para el caso de que $k_2 = 10l.min^{-1}$, mientras que la Fig. 6 de la derecha muestra la concentración de C cuando varían t y k_2 mientras que $k_1 = 1l.min^{-1}$ es constante.

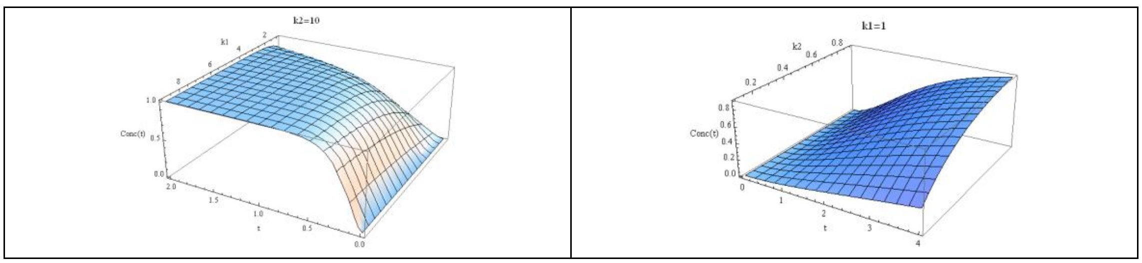


Fig. 6 Concentración vs. tiempo para distintos valores de $k_2 < k_1$ (Fuente: Elaboración propia)

Conclusiones

Los alumnos manifiestan la falta de motivación que perciben cuando se desarrollan los contenidos en las distintas materias del Ciclo Básico, porque estos aparecen como inconexos y abstractos, o por la falta de relación con la especialidad elegida. La simulación y modelización de situaciones problemáticas, ayudan a conceptualizar y visualizar de una manera satisfactoria los temas del cálculo y el álgebra involucrados en el desarrollo de temas del Ciclo Superior o de su vida profesional. Es por ello que la propuesta didáctica que se presenta permite desarrollar temas de Matemática por medio de la investigación de sistemas sencillos y la aplicación de métodos analíticos, cualitativos y gráficos representativos de sistemas químicos que caracterizan los procesos en ingeniería.

Referencias

Benavides Solís, N. (2020). “Enfoque Multidisciplinar desde una Perspectiva Conceptual para la Enseñanza de las Matemáticas”, *Revista Fomento de la Investigación y Publicación Científico-Técnica*, 5 (16), 135-145.

Dopico, E., Linde A. y García Vázquez, E. (2014). “Learning Gains in Lab Practices: Teach Science Doing Science”, *Journal of Biological Education*, 48(1), 46–52.

Gilberto, O. y Múnera J. (2003). ”Las Situaciones Problema como Estrategia para la Conceptualización Matemática”, *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), 183-200.

Levenspiel, O. (2016). *Ingeniería de las Reacciones Químicas*. España: Limusa, 7-62.

Rigo, M., Páez, D. y Gómez B. (2010), “Prácticas Metacognitivas que el Profesor Promueve en sus Clases Ordinarias de Matemáticas: Un Marco Interpretativo”, *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 28(3), 405-416.

Russell, C. y Weaver, G. (2008). “Student Perceptions of the Purpose and Function of the Laboratory in Science: A Grounded Theory Study”, *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 2(2), 1-14.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Steinmetz: cálculo complejo y fasores en dos aspectos de la ingeniería eléctrica moderna

Steinmetz: complex analysis and phasors in two aspects of modern electrical engineering

Presentación: 17/05/2024

Diego M. Ferreyra
Departamento de Ingeniería Electromecánica, UTN Facultad Regional San Francisco.
dferreyra@sanfrancisco.utn.edu.ar

Emanuel Bernardi
Departamento de Ingeniería Electrónica, UTN Facultad Regional San Francisco.
ebernardi@sanfrancisco.utn.edu.ar

Resumen

Entre fines del siglo XIX y principios del XX, Charles Proteus Steinmetz desarrolló conceptos revolucionarios para la naciente ingeniería eléctrica. A pesar de su bajo perfil en comparación con otros investigadores contemporáneos de renombre, su idea de aplicar cálculo complejo a los circuitos eléctricos de corriente alterna resultó clave para promover numerosos adelantos posteriores. Entre sus desarrollos, se cuentan el estudio de los transitorios eléctricos y la descripción matemática de la histéresis magnética. Actualmente, se aplica el concepto matemático de fasor por él propuesto para describir y calcular diversos fenómenos eléctricos cotidianos. Este trabajo se dedica a rescatar aspectos técnicos y humanos de esta figura de las ciencias de la ingeniería eléctrica, mostrando la aplicación educativa de su propuesta de cálculo complejo en dos aspectos de la ingeniería eléctrica moderna: la distorsión armónica y la medición fasorial.

Palabras clave: fasores, análisis armónico, análisis espectral, distorsión armónica, unidades de medición fasorial

Abstract

During the end of the XIXth century and the beginning of the XXth century, Charles Proteus Steinmetz developed revolutionary concepts for the then emergent Electrical Engineering. Despite his low profile in comparison with other well-known contemporary researchers, his idea of applying complex analysis to alternating current electrical circuits was key to promote several further advances. His developments included the study of electrical transients and the mathematical description of magnetic hysteresis. The mathematical concept of phasor as proposed by him is currently used to describe and calculate several commonplace electrical phenomena. This work is aimed at pointing out technical and humane aspects of this personality of the Electrical Engineering sciences, showing the educational application of his calculus analysis proposal in two aspects of modern Electrical Engineering: harmonic distortion and phasor measurements.

Keywords: phasors, harmonic analysis, spectral analysis, harmonic distortion, phasor measurement units

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

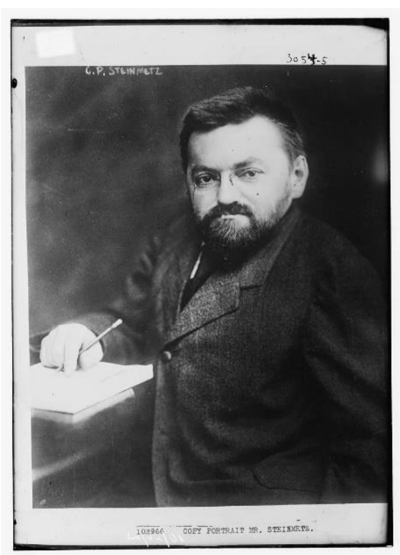
Introducción

Contexto histórico de los aportes de Steinmetz

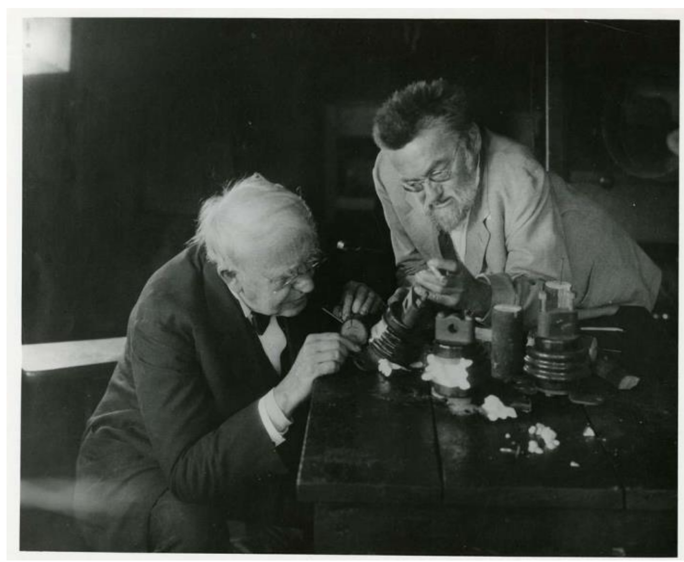
Carl August Rudolph Steinmetz nació el 9 de abril de 1865 en Breslau (Prusia), hoy Wroclaw (Polonia). Fue matemático, ingeniero y profesor; culminó su carrera con más de 200 patentes. De sus aportes al desarrollo de la ingeniería eléctrica, se destacan el estudio de los transitorios eléctricos, la descripción matemática de la histéresis magnética, y el cálculo complejo aplicado a la corriente alterna. Sobre esto último se enfoca este trabajo, agregando una reseña de los hitos profesionales y humanos de este tan infravalorado tecnólogo (Bellis, 2006) (Britannica, 2023).

Steinmetz estudió en Breslau, Zúrich y Berlín. Se doctoró en 1888 y, por presiones políticas, huyó a Estados Unidos en 1889. Al llegar, casi lo rechazan por su apariencia, pero un compañero de viaje argumentó que Steinmetz era un genio que aportaría valor al país. Ocurre que Steinmetz padecía de hipercifosis (Web de la espalda, 2016), una alteración congénita de la columna: tenía el torso atrofiado, y su altura era de unos 4 pies (aprox. 1,20 m), Fig. 1. Esto no lo limitó para practicar canotaje, ciclismo y caminatas (Bellis, 2006) (King, 2011).

Al entrar a EE. UU., Steinmetz occidentalizó su nombre a “Charles” y adoptó como segundo nombre “Proteus” en referencia a Proteo, una deidad mitológica capaz de cambiar de forma. Este era un apodo con el cual se identificaba y que tiene connotaciones positivas de versatilidad. Por su actitud benefactora, ofreció a su asistente de laboratorio y a su esposa que, al casarse, se instalaran junto con él en su casa. Con el tiempo, Steinmetz adoptó como hijo a su asistente, y los tres hijos de este llegaron a llamar “abuelo” a Steinmetz (Wikiwand, 2024).



(a) Retrato de Steinmetz (Picryl, 2024a).



(b) Edison y Steinmetz en la General Electric, Co. (Picryl, 2024b).

Figura 1: Carl August Rudolph Steinmetz o Charles Proteus Steinmetz.

En EE. UU., trabajó en Eickenmeyer & Osterheld, en Yonkers, NY, donde desarrolló la ley de histéresis magnética (Ley de Steinmetz), que publicó en 1891 en la *Electric Engineering Magazine*. En 1893, la General Electric (GE), del famoso Thomas Edison, compró esta empresa con sus patentes y los servicios de Steinmetz, quien por eso tuvo que mudarse en 1894 a Schenectady, NY (King, 2011). En 1895, Steinmetz obtuvo la patente “*System of distribution of alternating current*” y, con su aporte, el sistema trifásico de GE superó al sistema bifásico propuesto por Westinghouse (Edison Tech Center, 2015).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En 1897, publicó el libro "*Theory and Calculation of Transient Phenomena and Oscillations*" basado en un artículo suyo de 1893, donde propuso usar el cálculo complejo para resolver circuitos de corriente alterna (Steinmetz & Berg, 1900). En 1902, abandonó la GE para trabajar como docente en el Union College, de Schenectady, donde se realiza el *Annual Steinmetz Symposium* en su honor (Union College, 2024). Siguió como consultor de la GE y es conocida una anécdota de la época: la GE lo convocó para estudiar un generador que tenía problemas. Luego de analizar la máquina, hizo una marca con tiza en ella e indicó rebobinar unos devanados como medida correctiva. Luego presentó una factura por USD 10.000. Cuando la empresa pidió un detalle de la abultada suma, Steinmetz respondió: "USD 1 por hacer una marca de tiza, USD 9999 por saber *dónde* hacerla'" (Martin, 2009).

Se desplazaba en un prototipo de vehículo eléctrico desarrollado por la GE junto a una empresa propia fundada en 1920, aunque el emprendimiento no prosperó. Un día, observó cómo un rayo había fracturado un espejo en su casa de descanso. Con ese foco de estudio, presentó en 1922 un generador de 120.000 V que desarrolló para estudiar descargas eléctricas atmosféricas (Massachusetts Institute of Technology, 2024).

Desarrollo

Presentación fasorial del contenido armónico de magnitudes periódicas

Mediante una serie infinita de senoides de frecuencias armónicamente relacionadas es posible representar señales periódicas de tiempo continuo. Esto es,

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty}[a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \mathrm{sen}(k\omega_0 t)]$$

donde $k \in \mathbb{Z}$, a_k y b_k se denominan *coeficientes de la serie de Fourier* de la función periódica $x(t)$. Además, la frecuencia angular $k\omega_0 = \frac{2k\pi}{T}$, es la *k-ésima armónica* de la frecuencia *fundamental* ω_0. Así, como se ve en la Fig. 2, una señal periódica puede describirse de acuerdo con su frecuencia fundamental, su segunda armónica, su tercera armónica, etc., y cada una de estas frecuencias se relaciona con el período T (Brown & Churchill, 2013) (Alvarado, 2010). Si observamos su representación en forma exponencial y consideramos una señal periódica real de tiempo continuo,

$$x(t) = A_0 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \mathfrak{Re}\{A_k e^{jk\omega_0 t + \phi_k}\},$$

vemos que el término $e^{jk\omega_0 t + \phi_k}$ relaciona al análisis por series de Fourier con la descripción fasorial de una señal.

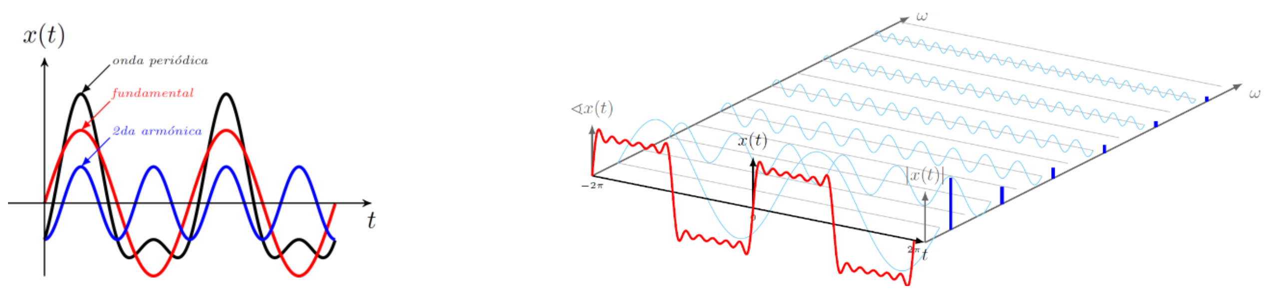


Figura 2: Construcción de una onda periódica, en tiempo y frecuencia.

De este modo, en la técnica, p. ej., midiendo con analizadores de potencia industriales, es frecuente describir el contenido armónico de una magnitud periódica con un espectro en frecuencia, es decir, indicando la amplitud de cada armónica en función de su frecuencia (o de su orden armónico). Sin embargo, esto omite la información del

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

ángulo de fase de cada armónica y resulta insuficiente para profundizar sobre sus causas. En educación, investigación o análisis avanzados, resulta clave el aporte de Steinmetz para reforzar la representación fasorial.

En la Fig. 3, se muestra el ejemplo de una animación didáctica superadora desarrollada por uno de los autores (Ferreyra, 2012).

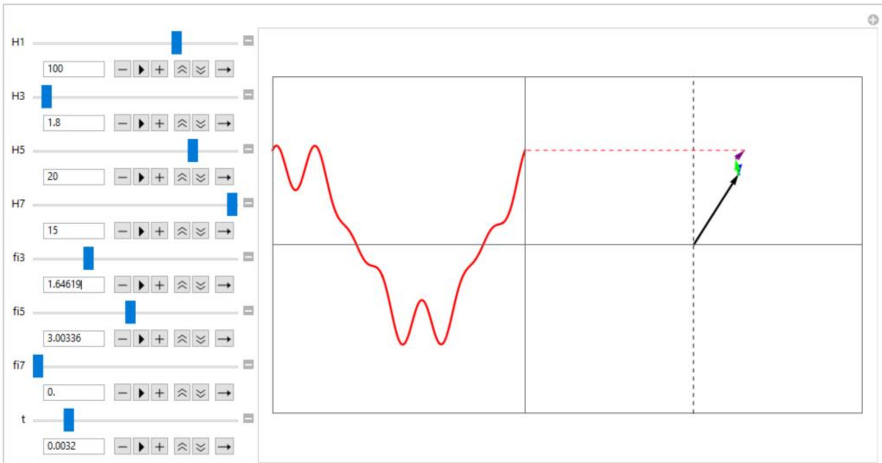


Figura 3: Muestra de una animación didáctica (Ferreyra, 2012).

El uso que Steinmetz dio al cálculo complejo tenía antecedentes en el estudio de movimientos oscilatorios en Ingeniería Mecánica, pero el tema resultó de relevancia en otras disciplinas. En este sentido, por ejemplo, los autores conectaron sus asignaturas en una actividad compartida a fin de producir un aprendizaje significativo entre sus estudiantes: desde Máquinas Eléctricas (4.º nivel, Ing. Electromecánica) y Máquinas e Instalaciones Eléctricas (4.º nivel, Ingeniería Electrónica) se diseñó una experiencia práctica sobre distorsión armónica en magnitudes eléctricas destinada a estudiantes de Análisis de Señales y Sistemas (3.º nivel, Ing. Electrónica) (Ferreyra et ál., 2018). Parte del material educativo y las presentaciones didácticas usadas surgieron de actividades de posgrado de los docentes (Ferreyra, 2014) (Ferreyra, 2018). Una réplica de esta experiencia se extendió luego a estudiantes de Mediciones Eléctricas (4.º nivel, Ing. Electromecánica).

El concepto fasorial de la distorsión armónica en las redes eléctricas resulta también imprescindible al discutir criterios para imputación de responsabilidades por contaminación armónica en el punto de acoplamiento común entre un usuario y una distribuidora eléctrica. Estos temas han ameritado trabajos de investigación y desarrollos de posgrado en el contexto académico de los autores, que impactan sobre normativa de calidad de energía de aplicación nacional e internacional (Ferreyra & Gudiño, 2016) (Ferreyra, 2018).

Mediciones fasoriales en sistemas eléctricos

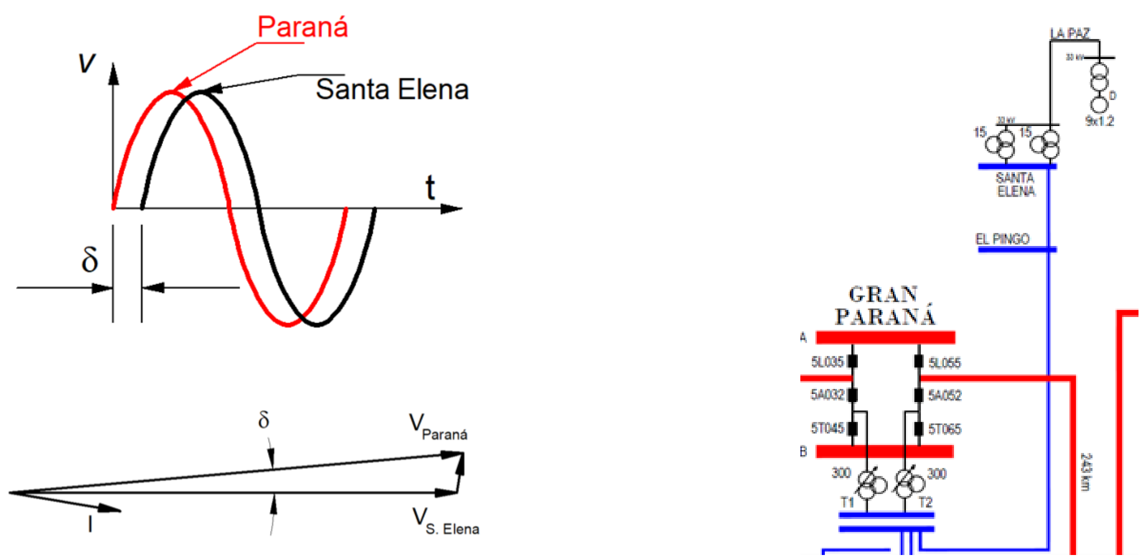
Si se fija una referencia temporal común, los valores de las tensiones en cada barra o nodo de un sistema eléctrico se pueden representar con senoides en función del tiempo con una amplitud determinada y un ángulo de fase relativo a dicha referencia. O sea que son justamente fasores, como definió Steinmetz. El estado de una red eléctrica se expresa tradicionalmente con las tensiones de barra en forma compleja, es decir que estos fasores son las variables de estado del sistema. Esta representación fasorial cobra especial sentido en el contexto de los sistemas eléctricos de potencia, donde las distancias, las inductancias de las líneas y los niveles de potencia son más significativos que, por ejemplo, en los sistemas eléctricos de distribución urbana (Ferreyra, 2014).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Se destaca que el movimiento giratorio de los fasores en el plano complejo se condice con una evolución temporal de las magnitudes eléctricas asociadas. Cada giro de 360° de un fasor corresponde a un periodo T de la frecuencia fundamental en la Fig. 2. En términos prácticos, considerando las frecuencias industriales más habituales, un giro de 360° en el plano complejo equivale a un tiempo de 20 ms para 50 Hz o de 16,67 ms para 60 Hz.

En la Fig. 4, se muestra como ejemplo una consigna propuesta por uno de los autores en un contexto de posgrado relacionado con energías renovables.

Se supone que se transmiten 28 MW en 132 kV desde la ciudad de Paraná hasta la localidad de Santa Elena (provincia de Entre Ríos). Se estima que la línea tiene una longitud de 130 km y una reactancia inductiva de 0,25 Ω/km a 50 Hz. Despreciando la diferencia en la amplitud de las tensiones entre ambas barras, se solicita determinar el llamado ángulo de par δ, que resulta ser del orden de 3° para este ejemplo. El ángulo de par representa la diferencia en el ángulo de fase de ambos fasores y estos 3° equivalen a unos 0,167 ms para los 50 Hz de Argentina. El ejemplo resulta significativo por la proximidad geográfica de estas localidades respecto de las Facultades de aplicación del ejemplo.



(a) Tensiones vs. tiempo, y diagrama fasorial. (b) Esquema unifilar.

Figura 4: Ejemplo de desfasaje entre barras de un sistema eléctrico de potencia.

Hoy, estos fasores de tensión pueden medirse de manera directa: esta medición fasorial permite supervisar con precisión el estado de los sistemas eléctricos de potencia en tiempo real. Así, con los mismos criterios de observabilidad y controlabilidad aplicables a cualquier sistema de control, se puede evaluar la estabilidad dinámica de un sistema eléctrico. Esto permite tomar acciones con tiempos de reacción más breves que lo habitual con el fin de minimizar la posibilidad de cortes de energía a gran escala, es decir, regionales o nacionales. En el ejemplo anterior, cualquier variación brusca en esos 3° implicaría tomar determinadas acciones (conexión o conexión de componentes del sistema eléctrico) para evitar fallas. La implementación de esta supervisión se realiza con unidades de medición fasorial (PMU, por sus siglas en inglés), por lo general sincronizadas temporalmente con el Sistema de Posicionamiento Global (GPS, por sus siglas en inglés) (Shayanfard et ál., 2011) (Safavizadeh et ál., 2019). El tema está instalado desde hace tiempo en nuestro país: gradualmente se están implementando unidades de medición fasorial en nuestro Sistema Interconectado Nacional (Candelino et ál., 2019) (Scheinkman et ál., 2022), e incluso se muestra su utilidad en diversos trabajos de investigación aplicada (Hachman & Bernardi, 2023).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La Facultad Regional San Francisco de UTN, a la cual pertenecen los autores, no es ajena a esta nueva tendencia, ya que se encuentra incorporada en una red nacional de Facultades de UTN que está relacionada con este tipo de mediciones (UTN Facultad Regional San Francisco, 2021).

Conclusiones

En este trabajo, se rescataron aspectos históricos y técnicos sobre Charles Proteus Steinmetz como referente de importancia gravitatoria para el desarrollo de la ingeniería eléctrica entre finales del siglo XIX y principios del XX. Además de destacar aspectos humanos de su trabajo, se enfocó la atención sobre sus desarrollos matemáticos, especialmente los relacionados con el cálculo complejo aplicado a los circuitos eléctricos y el concepto de fasor. Se destacaron dos áreas de la ingeniería eléctrica moderna donde estos desarrollos de Steinmetz resultan hoy fundamentales: la distorsión armónica de magnitudes eléctricas en general y la medición fasorial en sistemas de potencia. Para sustentar la vigencia de estas temáticas, se proporcionaron referencias a actividades de los autores en sus asignaturas, en la publicación de trabajos de investigación, y en la concreción de actividades de posgrado. Los autores destacan el valor intrínseco de la figura de Steinmetz, no solo por el impacto científico y tecnológico de sus desarrollos, sino sobre todo por sus valores humanos: es de esperar que su historia de superación y adaptación a la adversidad resulte una fuente de inspiración para los estudiantes de ingeniería actuales.

Referencias

Bellis, M. (2006), “Charles Proteus Steinmetz - Inventor of Alternating Current”. Disponible en: <https://theinventors.org/library/inventors/blsteinmetz.htm>

The Editors of Encyclopaedia Britannica. (2023), “Charles Proteus Steinmetz | Electrical Engineer, Mathematician, Inventor | Britannica”. Disponible en: <https://www.britannica.com/biography/Charles-Proteus-Steinmetz>

King, G. (2011), “Charles Proteus Steinmetz, the Wizard of Schenectady”. History. Smithsonian Mag. Disponible en: <https://www.smithsonianmag.com/history/charles-proteus-steinmetz-the-wizard-of-schenectady-51912022/>

Web de la espalda. (2016), “Hipercifosis”. Disponible en: <http://www.espalda.org/divulgativa/dolor/causas/alteraciones/hipercifosis.asp>

Wikiwand. (2024), “Proteus”. Disponible en <https://www.wikiwand.com/en/Proteus>

Picryl (2024), “C.P. Steinmetz - Public domain portrait painting”. <https://picryl.com/media/cp-steinmetz>

Picryl (2024), “Thomas Edison & Charles P. Steinmetz at GE Co. lab”. <https://picryl.com/media/thomas-edison-and-charles-p-steinmetz-at-general-electric-co-lab-5af2e065cf474bfa8531a750368fbe3d-d98011>

Edison Tech Center. (2015), “Charles P Steinmetz—Engineering Hall of Fame”. Disponible en: <https://edisontechcenter.org/CharlesProteusSteinmetz.html>

Steinmetz, C. P.; Berg, E. J. (1900). Theory and calculation of alternating current phenomena. 3rd. ed. New York: Electrical World and Engineer, Co.

Union College. (2024), “Welcome | Steinmetz Symposium—Union College”. Disponible en: <https://steinmetz.union.edu/>

Martin, V. D. (2009), “Charles Steinmetz, The Father of Electrical Engineering”, Nuts and Volts Magazine. Disponible en: <https://www.nutsvolts.com/magazine/article/steinmetz_father_of_elec_engineering>

Massachusetts Institute of Technology. (2024), “Charles Steinmetz | Lemelson”. Disponible en: <https://lemelson.mit.edu/resources/charles-steinmetz>

Brown, J. W.; Churchill, R. V. (2013) Complex Variables and Applications, 9.th ed., McGraw-Hill. ISBN: 978-0073383170.

Alvarado Moya, P. (2010) Señales y Sistemas. Fundamentos Matemáticos, 1.ª ed., Centro de Desarrollo de Material Bibliográfico (CDMB), ISBN: 978-9968514064.

Ferreyra, D. M. (2012) Phasor Representation and Time-Domain Plot of Distorted Waveforms, Wolfram Demonstrations Project. 05/2012. Disponible en: <http://demonstrations.wolfram.com/PhasorRepresentationAndTimeDomainPlotOfDistortedWaveforms/>

Ferreyra, D. M.; Bernardi, E.; Gallo, O. D., "Transformada discreta de Fourier: demostración didáctica sobre distorsión armónica en redes eléctricas", VIII Jornadas de Ciencia y Tecnología CyTAL 2018, Villa María, Argentina, 12 al 14 de septiembre, 21-26. <https://idetec.frvm.utn.edu.ar/api/pub/e/tf/8/3>

Ferreyra, D. M. (2014), "Implementación de técnicas de estimación de estado armónico en sistemas eléctricos de distribución", Tesis (Magíster en Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Eléctrica), Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Argentina.

Ferreyra, D. M. (2018), "Localización y cuantificación de fuentes de contaminación armónica mediante estimación de estado en redes de distribución", Tesis (Doctor en Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Eléctrica), Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Argentina.

Ferreyra, D. M.; Gudiño, A. D. (2016) "Aportes para la imputación de responsabilidades por contaminación armónica en redes eléctricas", VII Jornadas de Ciencia y Tecnología CyTAL 2016, Villa María, Argentina, 12 al 14 de octubre, 33-38. <https://idetec.frvm.utn.edu.ar/api/pub/e/tf/7/5>

Shayanfard, B., Dehghani, M., Khayatian, A. (2011), "Optimal PMU placement for full observability and dynamic stability assessment", In 2011 19th Iranian Conference on Electrical Engineering (pp. 1-6). IEEE. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5955514>

Safavizadeh, A., Kordi, M., Eghtedarnia, F., Torkzadeh, R., Marzooghi, H. (2019), "Framework for real-time short-term stability assessment of power systems using PMU measurements", IET Generation, Transmission and Distribution, 13(15), 3433-3442. <https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1049/iet-gtd.2018.5579>

Candelino, M.; Scheinkman, M.; Anello, M.; Del Rosso, A. (2019), "PMU-based controlled system separation case study for the Argentinean high voltage interconnection system", In 2019 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference-Latin America (ISGT Latin America) (pp. 1-6). IEEE. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8894987>

Scheinkman, M., Anello, M., Del Rosso, A. (2022), "Implementación de una Red de Mediciones Sincronizadas de Frecuencia en el Sistema Eléctrico Argentino", In 2022 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON) (pp. 1-8). IEEE. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9939847>

Hachman, G., Bernardi, E. "Diseño de un Registrador de Frecuencia de Línea con PMU". En: Memorias de las Jornadas de Ciencia y Tecnología de la UTN San Francisco 2023. San Francisco, Argentina: Universidad Tecnológica Nacional, 2023. ISBN: 978-950-42-0231-8. DOI: 10.33414/ajea.1301.2023.

UTN Facultad Regional San Francisco (2021), "UTN San Francisco se incorpora a una red internacional de monitoreo de frecuencia". <https://www.sanfrancisco.utn.edu.ar/noticia/utn-san-francisco-se-incorporaa-una-red-internacional-de-monitoreo-de-frecuencia-1799>

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Proceso de instrucción para el análisis de caso en el campo de la ingeniería aplicando ciencias básicas

Instruction process for case analysis in the field of engineering applying basic sciences

Presentación: 05/04/2024

Alejandro Hossian
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad regional del Neuquén (Argentina)
alejandrohossian@yahoo.com.ar

Emanuel Alveal
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad regional del Neuquén (Argentina)
maximilianoalveal@hotmail.com

Mónica Bolis
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad regional del Neuquén (Argentina)
monicabolies17@gmail.com

Kelly Vizcaino
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad regional del Neuquén (Argentina)
kvizcaino@frn.utn.edu.ar

Resumen

Esta propuesta metodológica se encuadra en el proyecto de investigación que se asienta en el departamento de Ciencias Básicas de la Facultad Regional Neuquén de la Universidad Tecnológica Nacional. Este proceso metodológico se sustenta conceptualmente en dos columnas vertebrales: el diseño instruccional y el aprendizaje basado en competencias. Desde el punto de vista operativo, el proceso refiere a cuatro fases que se desarrollan en manera progresiva, de forma tal que el estudiante esté en condiciones de abordar un análisis conceptual de un caso de estudio que se presente. Se analiza un caso de aplicación en el campo de la Ingeniería con acentuada inclinación a la exploración de las ecuaciones que conforman el modelo matemático del caso en cuestión. La idea es obtener un diseño robusto que sea alcanzable por un estudiante medio de la carrera de Ingeniería.

Palabras clave: Teorías prescriptivas, Modelo matemático, Diseño instruccional, Cálculo diferencial, Competencias, Optimización.

Abstract

This methodological proposal is part of the research project that is based in the Department of Basic Sciences of the Neuquén Regional Faculty of the National Technological University. This methodological process is conceptually based on two backbones:

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

instructional design and competency-based learning. From an operational point of view, the process refers to four phases that are developed progressively, so that the student is able to undertake a conceptual analysis of a case study that is presented. An application case is analyzed in the field of Engineering with a marked inclination to explore the equations that make up the mathematical model of the case in question. The idea is to obtain a robust design that is achievable by an average Engineering student.

Keywords: Prescriptive theories, Mathematical model, Instructional design, Differential calculus, Competencies, Optimization.

Introducción

El eje central de la presente investigación es la tesis de maestría en el campo de la Ingeniería de Software desarrollada y defendida en la Universidad Politécnica de Madrid: “Sistema de Asistencia para la Selección de Estrategias Instruccionales”, cuyo núcleo principal se focalizó en el desarrollo de un sistema experto que explora estrategias y actividades de enseñanza en función de variables educativas tales como: características del estudiante, tipo de contenido a enseñar, objetivos y ambiente de aprendizaje entre otras (Hossian A., 2003). Se asume como hipótesis de partida que el estudiante medio de la carrera de ingeniería atraviesa por una serie de fases que le permite adquirir el grado de madurez suficiente para elaborar y resolver un modelo simplificado de la realidad asociada con una cierta situación problemática que se le presenta. Desde un punto de vista teórico, los autores hacen referencia a dos paradigmas que actúan a modo de soporte de la presente propuesta, tal como se ilustra en la figura 1: los aspectos centrales del aprendizaje basado en competencias y las teorías prescriptivas del diseño instruccional. Cabe señalar, que estas últimas se orientan hacia consideraciones prácticas, estimulando así el análisis crítico y reflexivo de situaciones problemáticas ingenieriles.

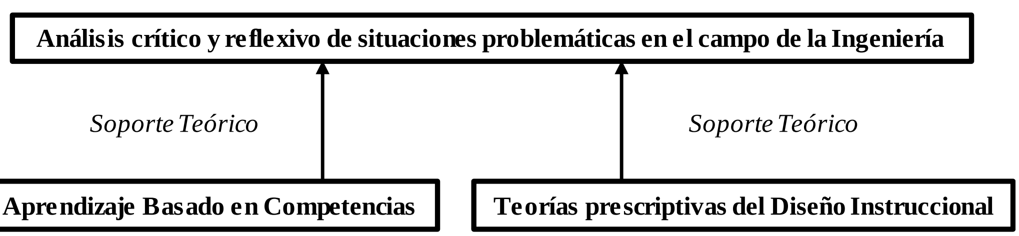


Figura 1. Soportes teóricos para el análisis crítico y reflexivo de situaciones problemáticas en el campo de la ingeniería.

Se analiza un caso de estudio en el campo de la Ingeniería con una fuerte impronta de tópicos de las Ciencias Básicas, entre los cuales se destacan contenidos curriculares pertenecientes a asignaturas tales como: Análisis Matemático I, Álgebra y Geometría Analítica y Física I; entre otras. En esta experiencia interdisciplinaria colaboran los equipos de las cátedras de las estas asignaturas, a los efectos de que los estudiantes logren un análisis robusto y satisfactorio del caso presentado. Por tal razón, es que se exhibe un escenario de cooperación entre las materias que operan en el proceso de instrucción, tal como se ve en la figura 2:

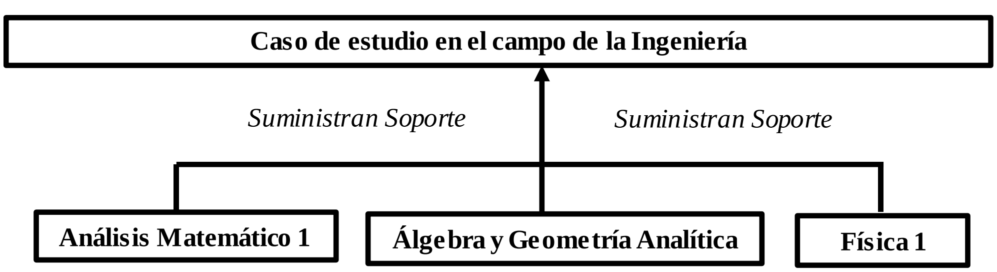


Figura 2. Asignaturas que suministran soporte para el análisis del caso de estudio en el campo de la ingeniería.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Por medio del proceso de instrucción que se propone, y con base en los aspectos centrales que proporciona el aprendizaje basado en competencias, se procura dotar al alumno de las herramientas necesarias que le permitan abordar de manera satisfactoria la tarea de construcción y resolución de modelos matemáticos que representen de forma fidedigna un problema real.

Desarrollo

Esta sección se compone de dos partes: la primera consiste un marco teórico donde se exponen los conceptos básicos del aprendizaje basado en competencias y del proceso del diseño instruccional; y en la segunda se desarrolla un caso de estudio.

1. Marco Teórico

1.1. Aprendizaje basado en competencias: este paradigma se inicia con la identificación de la destreza, habilidades y competencias específicas o actitudes. De esta manera, se procura que los educandos alcancen el dominio de estas competencias de forma gradual y a su propio ritmo. Asimismo, y en lo posible, es importante que este proceso se lleve a cabo con el soporte de un tutor. En este sentido, se espera que el estudiante esté en condiciones de identificar, formular y resolver problemas del campo de la ingeniería; haciendo uso de forma efectiva las técnicas y herramientas que se aplican dentro del campo de la ingeniería. Por otra parte, y en un estadio un poco más avanzado, también es preciso que se adquieran habilidades relacionadas con el diseño y desarrollo de proyectos de ingeniería, desarrollando criterios de tipo profesional que le permita evaluar diferentes opciones y elegir las que mejor se ajusten al contexto en cuestión. Un aspecto fundamental para que sea posible alcanzar estas habilidades por parte del educando en su proceso de formación, consiste en ir adquiriendo la capacidad de realizar un abordaje interdisciplinario, integrando los matices de las distintas formaciones disciplinares que fue adquiriendo, desarrollando y perfeccionando a lo largo de su formación universitaria.

1.2. Diseño Instruccional: desde un punto de vista conceptual, la instrucción se puede concebir como la creación intencional de condiciones en el ambiente de aprendizaje con el objeto de proporcionar la obtención de determinados objetivos educacionales (Gagné et al., 1992) (Adler, M., 1982). En base a un enfoque de carácter didáctico, la instrucción se sustenta en un conjunto de actividades de aprendizaje que se relacionan con todo lo que se espera que lleven a cabo los educandos con la idea de aprender, practicar, aplicar y evaluar entre otras cosas (Merrill, M. D., 1996). Estas actividades se articulan en determinadas estrategias de instrucción, las cuales ofrecen una guía explícita acerca de la forma más adecuada de implementar estas actividades. Por su parte, los fundamentos teóricos que sustentan lo expuesto se basan en las llamadas *"Teorías de la Instrucción"*. Estas teorías, se analizan en base a dos perspectivas fundamentales: una perspectiva "descriptiva" o "prescriptiva" (Reigeluth, C. M. (1999).

1.2.1. Perspectiva Descriptiva: estas teorías de carácter descriptiva constituyen un conjunto de descripciones concernientes a qué resultados se observan como consecuencia de la aplicación de un proceso de instrucción dado y bajo ciertas condiciones del ambiente de aprendizaje. En otros términos, lo antedicho actúa a modo de soporte para describir los efectos que se producen cuando tiene lugar una determinada clase de sucesos causales.

1.2.2. Perspectiva Prescriptiva: estas teorías de carácter prescriptivo pueden ser vistas como un conjunto de prescripciones tendientes a identificar cuál será el proceso de instrucción óptimo para obtener los resultados deseados bajo determinadas condiciones del ambiente educativo. A estas teorías se las llama "Teorías del Diseño Instruccional" o "Teorías de Diseño Educativo" (Jonassen, D. H., 1997) (Perkins, D. N., 1992) y están orientadas hacia la práctica o hacia un objetivo. Por ejemplo, si se desea fomentar la retención a largo plazo de algún tipo de información nueva (un objetivo educativo), se sugiere ayudar al estudiante a que relacione esa información con otro tipo de conocimientos asociados que haya recibido con anterioridad (un método educativo).

2. Caso de Estudio: Este caso de estudio se focaliza en un proceso de instrucción que se configura en cuatro "fases", a partir de las cuales el estudiante introduce aquellos conceptos que constituyen la base del dominio de conocimiento del problema que analiza, luego pasa a la elaboración de las asociaciones existentes entre estos conceptos, luego se confecciona el modelo

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

matemático que mejor se ajusta a la realidad del caso, para después pasar a la resolución del modelo haciendo uso de una batería de tópicos de las Ciencias Básicas que dispone en esta instancia del proceso de instrucción. A continuación, se detallan cada una de las cuatro fases del proceso de instrucción propuesto.

Fase I: *Incorporación de los conceptos base del domino del problema a la estructura cognitiva del estudiante.*

En esta fase el estudiante incorpora los conceptos más relevantes en relación con el dominio de conocimiento. Los procesos cognitivos que se presentan con mayor frecuencia en esta fase son la adquisición de conocimientos y la comprensión. Las estrategias de enseñanza más apropiadas son: 1) Formulación de preguntas con una fluida retroalimentación acerca de las respuestas que brinda el estudiante. 2) Estrategias que promueven la asociación de los conocimientos previos que posee el estudiante con los conceptos que están presentes en el problema.

Se presenta un caso de estudio a nivel de proyecto preliminar tomando como base un caso práctico del mundo de la ingeniería, a partir del cual se muestra la necesidad de construir una cañería que comunique el cauce de 2 ríos al mínimo costo. Del estudio de campo realizado, se tiene que uno de los ríos posee una forma que se aproxima a una curva parabólica con una ecuación de 2^{DO} grado del tipo $y = x^2$; mientras que el otro río tiene un cauce en línea recta, que interceptaría al eje de simetría de esta curva a unos 2 metros del vértice pasando por debajo de ella. A partir de la consigna de hallar el trazado de la tubería de menor longitud que comunique ambos cauces, el primer interrogante que se formula el estudiante consiste en encontrar una representación del modelo físico de la situación problemática planteada. Los conceptos sustanciales que se presentan en la estructura cognitiva del estudiante en esta instancia se corresponden con las asignaturas mencionadas. Entre los más relevantes que destacan en esta fase inicial del proceso de instrucción se citan: funciones polinómicas (1^{RO} y 2^{DO} grado), concepto de derivada y como se aplica a problemas de optimización, y la necesidad de hallar un sistema de referencia adecuado que mejor represente la situación física del problema, a efectos de facilitar la confección del modelo matemático. De esta forma, el estudiante infiere que la ecuación de la función de 1^{ER} grado que mejor se ajusta para el futuro modelo matemático es: $y = x – 2$. El estudiante identifica estos conceptos y los vincula mediante una representación gráfica que se ve en figura 3, pasando así a la siguiente fase del proceso.

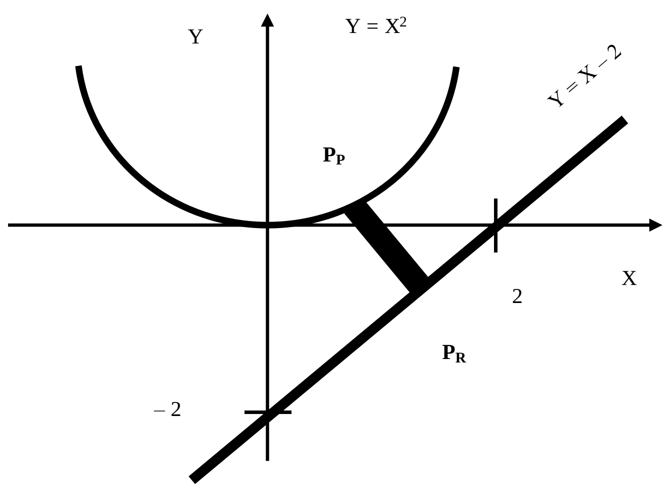


Figura 3: Situación real del caso de estudio que se analiza

Fase II: *Construcción de un modelo conceptual del problema en la estructura cognitiva del estudiante.*

En la presente fase el estudiante asocia los conceptos reconocidos en la fase anterior y añade otros que le pueden ser de utilidad. Los procesos cognitivos vinculados a esta fase consisten en la aplicación de leyes y teoremas. Las estrategias que mejor se ajustan son: 1) Articulación de los contenidos. 2) Procesamiento de la información teórica. 3) Articulación de las diferentes ideas que surgen del proceso de análisis del problema. Se implementan estas estrategias con experiencias en laboratorio haciendo uso de transparencias en retroproyector que hace más ágil el proceso de instrucción. Asimismo, el estudiante incorpora al análisis del problema conceptos como el de componentes y módulo de un vector, condición de perpendicularidad entre 2 rectas (vector que

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

representa la tubería y del cauce recto del río) y condición de mínimo de una función, la cual se debe hallar explorando el modelo. En base a las estrategias mencionadas, el estudiante vincula estos conceptos con los identificados en la fase I y va construyendo un modelo mental en el cual razona, todavía en forma intuitiva y con el soporte de la figura 3, que la recta que representa a la tubería debe ser perpendicular al cauce de río recto, y debe intersecar a la función representativa de ambos ríos en puntos tales como los P_P y P_R (que representan la intersección de la tubería con la parábola y con la recta, respectivamente). En este sentido, también asocia que se debe concebir un vector P_R-P_P cuyas componentes estarán en función de las respectivas coordenadas de estos puntos P_R y P_P, y que debe ser perpendicular a la recta representativa de la tubería; dado que las demás líneas que unen ambos ríos, tendrán mayor longitud y, en consecuencia, costo más alto. De esta condición de perpendicularidad, surge el concepto de producto escalar nulo para que tenga lugar esta condición. De esta manera, va tomando forma en el modelo mental del estudiante que la función a minimizar será el módulo de este vector P_R-P_P, que va a estar en función de las coordenadas de estos puntos. Estas ideas presentes en la estructura cognitivas, se plasman en la confección del modelo matemático en la próxima fase del proceso.

Fase III: *Construcción del modelo matemático representativo del problema*.

En esta fase el estudiante diseña un modelo matemático adecuado a la situación real del problema que se plantea. Los procesos cognitivos que se implementan en esta fase consisten en sintetizar e integrar los conceptos que se identificaron en las fases anteriores. Las estrategias que se aplican son: 1) Estimular en el estudiante la tarea de reflexión e inferencia. 2) Estimular en el estudiante la tarea de asociación de conceptos. Estas estrategias se pueden llevar a cabo mediante el diseño de actividades tales como experiencias más avanzadas en laboratorio y la simulación de mecanismos en gabinetes de informática haciendo uso del software apropiado. El estudiante exige su capacidad de abstracción por medio de un proceso mental que le permite sintetizar e integrar todos los conceptos identificados en las fases I y II. Para ello, considera un vector P_R-P_P que vincula un punto genérico de la función $y = x^2$ con un punto genérico de la recta $y = x – 2$. Luego se establece la condición de que este vector sea perpendicular a la recta $y = x – 2$. Por último, se deben obtener las componentes del vector P_R-P_P que den el mínimo módulo. El objetivo es conocer desde que punto del río de cauce parabólico la distancia al otro río de cauce rectilíneo adopta su mínimo valor. El punto P_R pertenece a la recta $y = x – 2$, cumpliéndose: $y_r = x_r – 2$; por lo que sus coordenadas son $P_R\,(x_r,\ x_r – 2)$. Para el punto P_P, que pertenece a la parábola $y = x^2$, se cumple que: $y_p = x_p^2$; por lo que sus coordenadas son $P_P\,(x_p,\ x_p^2)$. El estudiante elabora la ecuación (1), la cual expresa 3 cuestiones: las componentes del vector P_R-P_P, las componentes del vector **V** que contiene a la recta $y = x – 2$ del cauce del río rectilíneo y la condición de perpendicularidad entre estos vectores por medio del producto escalar.

$$\overrightarrow{P_R-P_P}\left(x_p-x_r,x_p^2-\left(x_r-2\right)\right);\vec{V}(1,1);\left(\overrightarrow{P_R-P_P}\right)\cdot\left(\vec{V}\right)=0\Rightarrow\left(x_p-x_r\right)\cdot 1+\left(x_p^2-\left(x_r-2\right)\right)\cdot 1=0\Rightarrow \tag{1}$$

$$\left(\overrightarrow{P_R-P_P}\right)\cdot\left(\vec{V}\right)=\left(x_p-x_r\right)+\left(x_p^2-x_r+2\right)=0\Rightarrow x_p-x_r+x_p^2-x_r+2=0\Rightarrow 2x_r=x_p^2+x_p+2=0\Rightarrow x_r=\frac{x_p^2+x_p+2}{2}$$

Obtenida la dependencia entre las componentes de ambos puntos $P_R\,(x_r,\ x_r – 2)$ y $P_P\,(x_p,\ x_p^2)$ aplicando la nulidad del producto escalar entre los vectores P_R-P_P y **V**, se sustituye la expresión obtenida en (1) en la expresión del vector P_R-P_P, obteniendo la ecuación (2) en la cual las componentes de este vector se expresan en una sola variable x_p. El estudiante aplica un mecanismo típico en la resolución de modelos de optimización, que consiste en colocar una variable de decisión en función de la otra.

$$\overrightarrow{P_R-P_P}\left(x_p-x_r,x_p^2-\left(x_r-2\right)\right)\Rightarrow\overrightarrow{P_R-P_P}\left(\left(x_p-x_r\right),\left(x_p^2-x_r+2\right)\right)\Rightarrow\overrightarrow{P_R-P_P}\left(x_p-\underbrace{\left(\frac{x_p^2+x_p+2}{2}\right)}_{x_r},x_p^2-\underbrace{\left(\frac{x_p^2+x_p+2}{2}\right)}_{x_r}+2\right)\Rightarrow \tag{2}$$

$$\overrightarrow{P_R-P_P}\left(\left(\frac{2x_p-x_p^2-x_p-2}{2}\right),\left(\frac{2x_p^2-x_p^2-x_p-2+4}{2}\right)\right)\Rightarrow\overrightarrow{P_R-P_P}\left(\left(\frac{-x_p^2+x_p-2}{2}\right),\left(\frac{x_p^2-x_p+2}{2}\right)\right)$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Obtenidas las componentes del vector P_R-P_P en una variable (x_p), el estudiante pasa a obtener la función a optimizar, que es el módulo del vector P_R-P_P en una variable (x_p), y que representa el modelo matemático simplificado, dado por la expresión (3). También detecta que, a los fines algebraicos, es más sencillo operar con el cuadrado del módulo en la resolución del modelo.

$$\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|=\sqrt{\left(\frac{-x_p^2+x_p-2}{2}\right)^2+\left(\frac{x_p^2-x_p+2}{2}\right)^2}\Rightarrow\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|^2=\left(\frac{-x_p^2+x_p-2}{2}\right)^2+\left(\frac{x_p^2-x_p+2}{2}\right)^2=\frac{\left(-x_p^2+x_p-2\right)^2+\left(x_p^2-x_p+2\right)^2}{4}.$$
$$Luego:\left(-x_p^2+x_p-2\right)^2=\left(-x_p^2+x_p-2\right)\cdot\left(-x_p^2+x_p-2\right)=x_p^4-x_p^3+2x_p^2-x_p^3+x_p^2-2x_p+2x_p^2-2x_p+4=x_p^4-2x_p^3+5x_p^2-4x_p+4 \quad (3)$$
$$y:\left(x_p^2-x_p+2\right)^2=\left(x_p^2-x_p+2\right)\cdot\left(x_p^2-x_p+2\right)=x_p^4-x_p^3+2x_p^2-x_p^3+x_p^2-2x_p+2x_p^2-2x_p+4=x_p^4-2x_p^3+5x_p^2-4x_p+4\Rightarrow$$
$$\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|^2=\frac{\left(-x_p^2+x_p-2\right)^2+\left(x_p^2-x_p+2\right)^2}{4}=\frac{2x_p^4-4x_p^3+10x_p^2-8x_p+8}{4}=\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|^2=\frac{1}{2}x_p^4-x_p^3+\frac{5}{2}x_p^2-2x_p+2$$

Fase IV: *Resolución del modelo matemático y análisis crítico y discusión de los resultados obtenidos*.

En esta fase el estudiante resuelve el modelo matemático al que arribó en la fase III. Los procesos cognitivos asociados a esta fase consisten resolver el modelo matemático en función de los parámetros que establece el problema y con las herramientas matemáticas disponibles; y, de esta forma, realizar un análisis crítico y discusión de los resultados que se obtienen. En esta fase del proceso de instrucción, se espera que el estudiante desarrolle modelos mentales acerca de la situación que analiza con una mayor flexibilidad cognitiva. Posibles estrategias para esta fase consisten en el empleo de técnicas de comunicación que activen formas de pensamiento cooperativo y el trabajo grupal. Las actividades a implementar para operativizar estas estrategias, se basan en el uso de software de matemática para agilizar los cálculos y el manejo de las funciones que se ajusten al caso. De esta forma, y buscando el equilibrio en la destreza del cálculo, lo que se intenta es que el estudiante se focalice en el análisis de los resultados. Continuando con el caso de estudio, el estudiante comienza sintetizando el primer proceso cognitivo asociado a esta fase: *Resolución del modelo matemático*. De esta manera, se comprende que una vez obtenida la expresión a minimizar (cuadrado del módulo del vector P_R-P_P en la variable (x_p), se deben hallar los valores de x_p y x_r que minimizan dicho módulo por medio del procedimiento típico de anular la primera derivada, tal como se ve en la expresión (4).

$$\frac{d\left(\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|^2\right)}{dx_p}=0\Rightarrow\frac{d\left(\frac{1}{2}x_p^4-x_p^3+\frac{5}{2}x_p^2-2x_p+2\right)}{dx_p}=0\Rightarrow 2x_p^3-3x_p^2+5x_p-2=0\Rightarrow x_{p1}=\frac{1}{2};x_{p2}\,\&\,x_{p3}\notin\mathbb{R} \quad (4)$$

Se observa que la ecuación cúbica obtenida en 1^{RA} derivada presenta una solución real ($x_p = 1/2$), siendo las otras 2 complejas conjugadas. En el marco de este proceso cognitivo, el estudiante procede a verificar que $x_p = 1/2$ corresponde a un mínimo valor para la función cuadrado del módulo (sustituyendo el mismo en la 2^{DA} derivada y verificando que esta es positiva). Luego calcula la componente x_r, los puntos P_R y P_P, y el Se obtiene así el valor mínimo del módulo del vector P_R-P_P, lo que proporciona la longitud mínima de la tubería de comunicación entre ambos cauces de los ríos. Se completa este cálculo en la expresión (5).

$$La\,derivada\,2^{DA}\,de\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|^2 es:\frac{d\left(2x_p^3-3x_p^2+5x_p-2\right)}{dx_p}=6x_p^2-6x_p+5;en\,x_p=\frac{1}{2}es:6\left(\frac{1}{2}\right)^2-6\left(\frac{1}{2}\right)+5=\frac{3}{2}-3+5=\frac{7}{2}>0\Rightarrow$$
$$x_p=\frac{1}{2}es\,un\,mínimo.Siendo:x_r=\frac{x_p^2+x_p+2}{2}\Rightarrow x_r=\frac{(0,5)^2+0,5+2}{2}=\frac{11}{8};como\,P_R\left(x_r,x_r-2\right)\Rightarrow P_R\left(\frac{11}{8},\frac{11}{8}-2\right)\Rightarrow P_R\left(\frac{11}{8},-\frac{5}{8}\right) \quad (5)$$
$$Siendo:P_P\left(x_p,x_p^2\right)\Rightarrow P_P\left(\frac{1}{2},\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)\Rightarrow P_P\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|_{MIN}=\sqrt{\left(x_p-x_r\right)^2+\left(x_p^2-\left(x_r-2\right)^2\right)}\Rightarrow$$
$$\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|_{MIN}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{11}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{4}-\left(-\frac{5}{8}\right)\right)^2}=\sqrt{\frac{49}{64}+\frac{49}{64}}=\sqrt{2\frac{49}{64}}=\sqrt{2}\sqrt{\frac{49}{64}}\Rightarrow\left|\overrightarrow{P_R-P_P}\right|_{MIN}=\frac{7}{8}\sqrt{2}\approx 1,237m$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Concluida la fase de resolución del modelo, el estudiante sintetiza el segundo proceso cognitivo asociado a esta fase*: Análisis crítico y discusión de los resultados obtenidos*. En una aproximación a las tareas de diseño que debe afrontar el futuro ingeniero, el estudiante infiere que cualquier otra longitud que vincule ambos ríos será mayor que la obtenida en la expresión (5), y por lo tanto de mayor costo. Asimismo, aplicando cálculos cinemáticos, el tiempo que insuma el recorrido del líquido por cualquier otra tubería, será mayor que el que se obtenga por una tubería de 1,237 metros. También en el marco de las actividades de diseño, es importante que el estudiante identifique la necesidad de estudiar la función cuadrado del módulo que alcanza su valor mínimo para $x_p = 0,5$; dado que puede darse el caso de que no sea posible construir la tubería conectando esos puntos. Entonces el estudio en detalle de la función, hace que se pueda obtener otros valores de x_p que proporcionen longitudes de tubería cercanos al mínimo. En este sentido, un ejercicio cognitivo de interés consiste en suponer que luego de este análisis, la compañía encargada del trazado de la tubería establezca que la misma debe tener una longitud mínimo de, por ejemplo, 2 metros. La idea se focalizaría en que el estudiante determine qué valor, o valores, de x_p se corresponden para satisfacer este requisito. Una vez más, el estudio en detalle de la función objetivo permitiría explorar cuáles serían estos valores.

Conclusiones

Teniendo en cuenta que el presente proyecto se encuentra en pleno desarrollo, tanto las conclusiones como los futuros lineamientos a considerar son de carácter parcial. Respecto a las conclusiones se puede afirmar que: 1) El desarrollo del proceso de instrucción en fases, se adapta al estadio del desarrollo cognitivo que posee el estudiante. 2) Se observan las siguientes características vinculadas al proceso de instrucción: ligero incremento de la maduración cognitiva de los estudiantes cuando logran comprender el significado de las expresiones analíticas obtenidas; un aumento en el nivel de motivación de los estudiantes con el análisis de situaciones vinculadas al diseño; y que ciertos estudiantes intentan superarse para ubicarse en niveles cognitivos similares a otros que se encuentran en un nivel más elevado. Respecto a futuras líneas de investigación se puede afirmar que se espera: 1) Potenciar el grado de interacción con asignaturas del ciclo básico, logrando así una instrucción más integral. 2) Se halla en desarrollo una V fase cuyo objetivo consiste en la elaboración de una base de casos de análisis, los cuales no se almacenan como entidades aisladas, sino que se relacionan y se integran dando lugar a la conformación de ciertos “patrones” de análisis. 3) Promover una mayor articulación con los ciclos superiores para realizar un seguimiento adecuado del proceso en dichos ciclos. 4) Incorporar casos con espíritu crítico y analítico de manera gradual en el curso de ingreso/nivelación a la facultad de ingeniería.

Referencias

Adler, M. (1982) “The Paedeia proposal: An Education manifiesto”. Ed. *Nueva York:* Mc Millan.

Gagné R. M., Briggs L. J. & Wager W. W. (1992) “Principles of Instructional Design”. Ed. Wadsworth/Thomson Learning. Belmont, CA. USA.

Hossian A. (2003) “Sistema de Asistencia para la Selección de Estrategias Instruccionales”. Tesis de Máster en Ingeniería del Software. Universidad Politécnica de Madrid. España.

Jonassen, D. H. (1997) “Determinism and Predictability in Theories of Instructional Design: Lessons from Science”., Ed. Educational Technology.

Merrill, M. D. (1996) “Instructional Transaction Theory: Instructional Design Based on Knowledge Objects”. Ed. Educational Technology, 36, 30-37.

Perkins, D. N. (1992) “Smart schools: Better thinking and learning for every child”. Ed. Nueva York.

Reigeluth, C. M. (1999) “Instructional design theories and models: a new paradigm of instructional theory”. Ed. Lawrence Erlbaum Associates.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Números primos y trabajo virtual. Caso de vinculación entre contenidos del Área Matemática y Ciencias Sociales en la Universidad Tecnológica Nacional.

Prime numbers and virtual work. A case of linkage between contents of Basic Science subjects at the National Technological University (Argentina).

Presentación: 05/04/2024

Vanina Fraire
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco. Argentina.
vafraire@gmail.com

Germán Yennerich
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Córdoba y Facultad Regional San Francisco. Argentina.
yennerich_grillo@yahoo.com.ar

Resumen

El presente trabajo explora la interrelación entre los conceptos y contenidos matemáticos como son los números primos y contenidos del área de Ciencias Sociales. Se trata de una propuesta de enseñanza que vincula contenidos matemáticos desarrollados en el Seminario de Ingreso y en asignaturas específicas como Algoritmo y Estructura de Datos (1° año de Ing. en Sistemas de Información), con temas abordados en Ingeniería y Sociedad materia del área básica de las carreras de ingeniería de la Facultad Regional San Francisco de la Universidad Tecnológica Nacional.
Se utilizan las características de los números primos como metáforas para conectarlos con el contexto de aislamiento social promovido por el avance tecnológico e industrial. Se examina la función de las metáforas, comparaciones y analogías en la ciencia y su valor como recursos didácticos para promover una comprensión más profunda y contextualizada de los conceptos matemáticos por un lado. Por otro lado, este enfoque integrador busca fomentar un aprendizaje más significativo y una comprensión más amplia de las implicaciones sociales y éticas de la ingeniería, preparando así a los estudiantes para enfrentar los desafíos contemporáneos en su campo profesional.

Palabras clave: Números primos-ciencias básicas-Metáfora

Abstract

This paper explores the interrelation between mathematical concepts and contents such as prime numbers and contents of the Social Sciences area. It is a teaching proposal that links mathematical contents developed in the

Admission Seminar and in specific subjects such as Algorithm and Data Structure (1st year of Information Systems Engineering), with topics addressed in Engineering and Society, subjects of the basic area of the engineering careers of the San Francisco Regional Faculty of the National Technological University.

The characteristics of prime numbers as metaphors are used to connect them with the context of social isolation promoted by technological and industrial progress. The role of metaphors, comparisons and analogies in science and their value as didactic resources to promote a deeper and contextualized understanding of mathematical concepts are examined on the one hand. On the other hand, this integrative approach seeks to foster more meaningful learning and a broader understanding of the social and ethical implications of engineering, thus preparing students to face contemporary challenges in their professional field.

Keywords: Prime numbers-basic science-Metaphor

Introducción

A la hora de pensar la enseñanza en la universidad, el tema de la vinculación y articulación con temas entre asignaturas del mismo nivel, de diferentes niveles y/o del área de conocimiento, cobra especial relevancia por lo que en el modelo de Planificación de cátedra de la Universidad Tecnológica Nacional, se establece un espacio específico para tal fin. Sin embargo, la efectividad de esta articulación suele ser limitada, en algunos casos debido a que esto supone la necesidad de comprender cómo otras disciplinas abordan temáticas comunes, lo cual implica un cambio de perspectiva entre las que se incluye otro enfoque epistemológico. Como consecuencia, las cátedras tienden a funcionar como compartimentos estancos, con escasas conexiones entre sí (Calneggia, Difrancesco, Arnoletto, Benítez, y Lucchesse, 2013; Ivetta et al, 2013).

Particularmente en el caso de Ingeniería y Sociedad, una materia de que generalmente se cursa en el primer nivel de las Ingenierías en la Universidad Tecnológica Nacional, la situación se complica debido a que es la única asignatura en ese nivel (y una de las tres de la carrera entre las que se incluyen Legislación y Economía) que se adentra en temas propios de las "ciencias blandas" (específicamente contenidos de Ciencias Sociales tales como Historia, Sociología, Psicología, Economía, entre otros), a diferencia de las asignaturas que se centran en las "ciencias duras" (entre las que se incluyen las del área Matemática y Física) . Esto último plantea un desafío adicional para establecer conexiones temáticas con otras asignaturas que se enfocan en los contenidos de las ciencias duras. Por lo tanto, y tal como se muestra en la propuesta de enseñanza que se presenta a continuación, el uso de *metáforas* permite la vinculación entre lo concreto con lo abstracto, lo cotidiano con lo desconocido, la matemática con las ciencias sociales en tanto recurso pedagógico valioso para integrar los temas desde diversas perspectivas.

Desarrollo

La modalidad virtual de trabajo por su practicidad y ahorro de tiempo de traslado, hace que se extienda cada vez más, donde los ingenieros son los profesionales más contratados en América Latina en esta modalidad, seguidos por los desarrolladores de software. (Coulter, 2023)

El teletrabajo o trabajo a distancia, es aquél que no se realiza en la empresa que contrata al trabajador, generalmente se realiza en el hogar del empleado, por lo que tiene como desventaja el aislamiento físico y social del empleado, que no interactúa personalmente con sus compañeros, jefes, subordinados, proveedores o clientes. Esto

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

favorece la soledad del trabajador, en el sentido que no socializa en sus relaciones laborales, si bien mantiene un contacto virtual con su entorno virtual.

Para la articulación de los contenidos, se considera esta situación o condiciones de trabajo en tanto dimensión para analizar las transformaciones científico-tecnológicas y su impacto en las interacciones sociales, y a partir de ella se realiza la comparación con los números primos, que en el caso de la Facultad Regional San Francisco se ven en el Seminario de Ingreso, al abordar factorización, y en la materia de primer año de Ingeniería en Sistemas, Algoritmo y Estructura de Datos, a cargo de la Ingeniera Gabriela Ribotta, quien aborda a los números primos para comprender los algoritmos, y su aplicación a la hora de encriptar u ocultar información. Así, luego de abordar las estructuras básicas algorítmicas se comienza a desarrollar "el algoritmo para encontrar el mayor de 10 números, el algoritmo para encontrar el menor de 10 número, el algoritmo para obtener números pares y luego se desarrolla el algoritmo para encontrar números primos". (G. Ribotta, comunicación personal, 15 de marzo del 2024). Esta articulación entre Ingeniería y Sociedad con la materia Algoritmo sería un caso de multidisciplinariedad, en el sentido que se conectan temas de diversas disciplinas para vincularlos (Paoli Bolio, 2019)

Como recurso didáctico se parte de una novela cuyo título es la metáfora que nos servirá para vincular el aislamiento social del teletrabajo con los números primos. Dicha novela es "La soledad de los números primos", escrita por el físico italiano Paolo Giordiano, en el año 2008 por la Editorial Mondadori y traducida a veintitrés idiomas, existe también un film basado en esta novela, dirigido por Saverio Costanzo de 2010, que se puede ver en Youtube.

Para la Real Academia Española, soledad es la carencia voluntaria e involuntaria de compañía (RAE, 2014), y generaría un malestar cuando es no deseada, según la Organización Mundial de la Salud (OMS, 2023).

La novela relata la historia de un matemático, Mattia, que siendo niño abandona a su hermana gemela en una plaza, cuando vuelve a buscarla no la encuentra y así la hermana nunca es reencontrada, esto le genera una culpa que lo lleva a aislarse de los vínculos sociales y refugiarse en las matemáticas, en la secundaria conoce a Alice, quien tuvo un accidente de esquí que le dejó una renguera permanente, y vive con un padre muy exigente, frente al cual decide resistirse no comiendo, generando una anorexia. Alice se enamora de Mattia y trata de iniciar un noviazgo que nunca termina de concretarse. Paolo Giordiano, el autor del libro, compara esta relación con la relación que tienen los números primos, un número primo es aquél que sólo tiene como divisores el 1 (uno) y el propio número, exceptuando los dos primeros números primos, que son el 2 y el 3, luego los infinitos números primos que existen nunca están juntos, están los números primos gemelos, como por ejemplo el 29 y el 31, que no son consecutivos, pero casi lo son, tienen sólo el 30 entre ellos. De la misma manera Mattia y Alice, casi se encuentran pero nunca lo logran y nunca están juntos, también a medida que transcurre su historia cada vez se alejan más, de la misma manera a medida que subimos las cifras se chace cada vez más raro encontrar números primos y también números primos gemelos. (Paenza, 2005)

Metáforas, comparaciones y analogías, son tres formas muy similares de vincular dos contenidos. La *Comparación* supone plantear que A es como B, la *Analogía* A es a B como C es a D, mientras que la *Metáfora* plantea que A es C.

La aplicación de estos conceptos a la hora de analizar el impacto del trabajo virtual supone:

Comparación: Los teletrabajadores son como los números primos gemelos.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Analogía: Los teletrabajadores son al resto de los trabajadores, como los números primos gemelos al resto de los números.

Metáfora: Los teletrabajadores son números primos gemelos.

Como se puede observar, la metáfora es una analogía condensada, y tiene dos partes: la primera llamada “base o fuente”, en nuestro caso los trabajadores virtuales, y la segunda llamada “blanco o meta”, que serían los números primos. Ya Aristóteles decía que la metáfora permite pasar de lo concreto a lo abstracto, es entender un fenómeno en términos de otro, generalmente entender lo abstracto a partir de lo concreto. (Estevez, 2019)

La metáfora es una comparación sin el término “como” en su enunciado, en la comparación hay similitudes y diferencias, por ejemplo en el citado título “La soledad de los números primos”, hay falsedad si se define la soledad como un sentimiento, ya que los números no sienten, pero hay verdad si se la define como aislamiento o carencia involuntaria de compañía. De la misma manera, si se dice del sol que es “el astro rey”, una metáfora muy común, es verdad que el sol es un astro, pero no tiene el título de rey.

Conclusiones

La metáfora es más utilizada en las propuestas de enseñanza del nivel primario y secundario que en la Universidad (Estevez, 2019), y en la Universidad se usa con mayor frecuencia la analogía porque es más precisa. Sin embargo debemos resaltar que la ciencia usa la metáfora constantemente (Musci, s.f.), sobre todo como introducción al tema, relacionando lo concreto o cotidiano con lo abstracto o con lo que necesita ser explicado. Por ejemplo, siguiendo con el tema de las matemáticas, si decimos de una persona que es “un cero a la izquierda”, usamos una metáfora que nos sirve para explicar qué pasa con los números a la izquierda o derecha de otra cifra. Al vincular temas desde diversos puntos de vista, la metáfora también sirve para complejizar y ampliar la visión de la realidad, en tanto ventaja de la multidisciplina, lo que facilita la comprensión, la integración de conocimientos, el pensamiento creativo.

Referencias

Calneggia, M.I., Difrancesco, A.C. , Arnoletto, A.R., Benítez, R.D. y Lucchesse, M.S. (2013). La integración intercátedras universitarias: un estudio en el Profesorado Universitario de la UCC. *Libro de ponencias de las I Jornadas Internacionales sobre Didáctica: problemáticas en torno a la enseñanza en la educación superior: diálogo abierto entre la didáctica general y las didácticas específicas* 1a ed. - Villa María: Universidad Nacional de Villa María. Recuperado de: https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/17244

Coulter, P. (2023) El teletrabajo en Argentina: datos e información sobre su impacto en nuestro país. Buenos Aires. C&C | Contenidos y Comunicaciones. Recuperado de: https://100seguro.com.ar/el-teletrabajo-en-argentina-datos-e-informacion-sobre-su-impacto-en-nuestro-pais/

Estévez, A. (2019). Metáforas y analogías científicas . *II Congreso Internacional de Investigación*, La Plata, Argentina. Recuperado de: https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.12027/ev.12027.pdf

Ivetta, M. et al. (2013) Las articulaciones de contenidos curriculares de las materias troncales de la Carrera de Diseño Industrial de la UNC. En *Libro de ponencias. Congreso Internacional de Diseño CIDI 2013* (pp. 126-132). Córdoba, Argentina: Facultad de Arquitectura, Urbanismo y Diseño de la Universidad Nacional de Córdoba. Recuperado de: https://rdu.unc.edu.ar/bitstream/handle/11086/17374/2014_DISUR_Ivetta.pdf?sequence=1

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Musci, M. (s.f.) *Explicar, identificar, persuadir, confrontar: qué hacen las metáforas en el discurso de la lingüística.* Universidad Nacional de la Patagonia Austral. Recuperado de: https://aledar.fl.unc.edu.ar/files/Musci-Monica1.pdf

Organización Mundial de la Salud, (2023) *La OMS pone en marcha una comisión para fomentar la conexión social.* Comunicado de prensa. Recuperado de: https://www.who.int/es/news/item/15-11-2023-who-launches-commission-to-foster-social-connection

Paenza, A. (2005) *Matemática...¿estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades.* Buenos Aires: Editorial Siglo XXI Argentina.

Paoli Bolio, F. J. (2019). Multi, inter y transdisciplinariedad. *Problema. Anuario De Filosofía Y Teoría Del Derecho*, *1*(13), 347–357. Recuperado de: https://doi.org/10.22201/iij.24487937e.2019.13.13725

Real Academia Española, (2014) *Diccionario de la lengua española.* 23° Edición. Recuperado de: https://dle.rae.es/soledad

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Explorando las matemáticas de una red neuronal

Exploring the mathematics of a neural network

Presentación: 5/04/2024

Adolfo Leonardo Vignoli
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba - Argentina
adolfo.vignoli@unc.edu.ar

Laura Cecilia Díaz Dávila
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba - Argentina
laura.diaz@unc.edu.ar

Aldo Marcelo Algorry
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba – Argentina
aldo.algorry@unc.edu.ar

José Daniel Britos
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba - Argentina
dbritos@unc.edu.ar

Resumen

En este trabajo se exploran las matemáticas que subyacen a una red neuronal. Se explica qué es una red neuronal y cómo funciona, en particular, una red simple para el reconocimiento de dígitos escritos a mano. Se describe la estructura básica y el proceso de aprendizaje basado en el algoritmo del descenso del gradiente.

Palabras clave: Red Neuronal, Descenso de Gradiente, Retro propagación, Aprendizaje de una Red.

Abstract

This work delves into the mathematics underlying a neural network. It explains what a neural network is and how it functions, focusing on a simple network for handwritten digit recognition. The basic structure and learning process based on the gradient descent algorithm are described.

Keywords: Neural Network, Gradient Descent, Backpropagation, Learning of a Network.

Introducción

Supongamos que se tiene un conjunto de dígitos escritos de manera descuidada en una resolución de 28 x 28 pixeles. En general, el cerebro humano no tiene problemas en reconocerlos. Veremos cómo una red neuronal puede efectuar un trabajo similar con un porcentaje de exactitud relativamente alto.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Una red neuronal que puede aprender a reconocer dígitos escritos a mano es, en cierto modo, un ejemplo clásico para empezar a abordar el tema de redes neuronales en general. Lo que se pretende es mostrar qué es una red neuronal sin asumir conocimientos previos y ayudar a visualizar cómo funciona y cómo aprende, entendiendo la red neuronal como un dispositivo matemático.

Estructura de una red neuronal

Hay muchas variantes de una red neuronal, pero en este trabajo vamos a ver la forma simple que se denomina perceptrón multicapa, sin consideraciones añadidas, puesto que consideramos que es un requisito para entender cualquiera de las variantes modernas más poderosas.

Como el nombre sugiere, las redes neuronales están inspiradas en el cerebro. Una neurona es una unidad básica de procesamiento que almacena un número, en nuestra red un número entre 0 y 1. La red que estamos analizando empieza con un conjunto de neuronas, correspondientes a cada uno de los 28 x 28 pixeles de la imagen de entrada, lo que implica 784 neuronas en total. A este conjunto de neuronas, desde el punto de vista matemático, lo consideramos un ente unidimensional. Cada una de estas neuronas alberga un número que representa un valor en la escala de grises del correspondiente píxel, que oscila en un rango que va desde el 0 para píxeles negros hasta el 1 para píxeles blancos. Este número dentro de la neurona se conoce como su estado de activación o simplemente su activación.

Estas 784 neuronas forman la primera capa o capa de entrada o capa 0 de nuestra red. La última capa o capa de salida, la indexaremos en este ejemplo con el índice 3 y tiene 10 neuronas. Cada una de estas neuronas representa uno de los dígitos, desde el 0 hasta el 9. La activación en estas neuronas de la última capa también es un número entre 0 y 1 que indica qué tanto el sistema cree que una imagen dada corresponde a un dígito dado. Hay un par de capas de neuronas entre la capa de entrada y la de salida, llamadas capas ocultas, con 16 neuronas cada una. Estas capas son las capas 1 y 2 respectivamente.

En esta red se escogieron dos capas ocultas, cada una con 16 neuronas. Tanto la cantidad de capas ocultas como la cantidad de neuronas de cada una es una elección que depende de aspectos que no trataremos en este trabajo. No obstante, la red podría tener más o menos capas ocultas, con más o menos neuronas, sin que ello implique una diferencia sustancial en el mecanismo de funcionamiento.

Cada neurona de una capa está conectada con todas las neuronas de la siguiente capa. Asignaremos un número real, que llamaremos peso sináptico o simplemente peso, a cada una de las conexiones de las neuronas de una capa con las neuronas de la siguiente capa.

El peso $w_{jk}^{(L)}$ es el que corresponde a la conexión entre la neurona k de la capa $L-1$ y la neurona j de la capa L.

La activación de la neurona j de una capa L depende de las activaciones de todas las neuronas de la capa $L-1$ y de sus respectivos pesos. En efecto, las activaciones de la capa $L-1$ se multiplican por sus respectivos pesos y a la suma de estos productos le llamaremos suma ponderada o potencial postsináptico de la neurona j de la capa L.

$w_{j0}^{(L)} a_0^{(L-1)} + w_{j1}^{(L)} a_1^{(L-1)} + \cdots + w_{j16}^{(L)} a_{16}^{(L-1)}$ es la suma ponderada de la neurona j de las capas ocultas 1 o 2.

Es posible que sea conveniente que cada neurona de una capa L se active cuando la suma ponderada sea mayor que cierto número $u_j^{(L)}$. Por ejemplo, para la neurona j de una capa L:

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

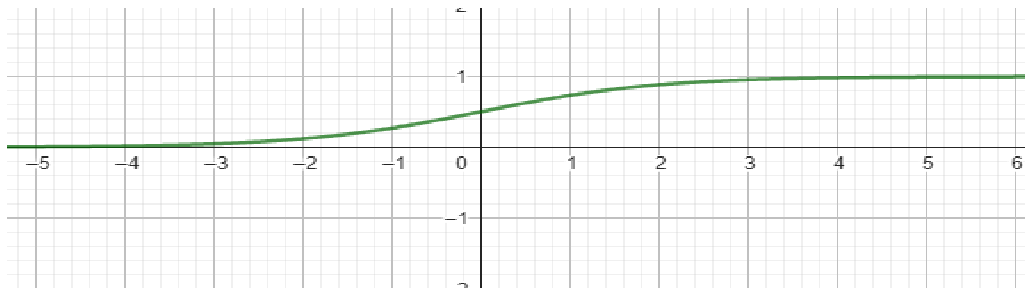
$$w_{j0}^{(L)} a_0^{(L-1)} + w_{j1}^{(L)} a_1^{(L-1)} + \cdots + w_{jk}^{(L)} a_k^{(L-1)} + \cdots \geq u_j^{(L)}$$

Es decir, podemos establecer un umbral para cada neurona de una capa L, que debe superarse para que dicha neurona se active. En lugar del umbral utilizaremos un valor, opuesto al umbral, al que llamaremos sesgo. $b_j^{(L)} = -u_j^{(L)}$ es el sesgo de la neurona j de la capa L.

$$w_{j0}^{(L)} a_0^{(L-1)} + w_{j1}^{(L)} a_1^{(L-1)} + \cdots + w_{jk}^{(L)} a_k^{(L-1)} + \cdots + b_j^{(L)} \geq 0$$

Cuando se evalúa una suma ponderada más un sesgo se podría obtener como resultado cualquier número. Pero para esta red, puede ser preferible obtener algún valor entre 0 y 1, por lo que comúnmente se introduce esta suma como argumento en una función, llamada función sigmoide, que compacta los resultados a un rango entre 0 y 1.

Función Sigmoide
$y = \frac{1}{1+e^{-x}}$



Para mayor comodidad en la escritura de la expresión de la función sigmoide vamos a definir una variable z para cada neurona j de una capa L: $z_j = w_{j0}^{(L)} a_0^{(L-1)} + w_{j1}^{(L)} a_1^{(L-1)} + \cdots + w_{jk}^{(L)} a_k^{(L-1)} + \cdots + b_j^{(L)}$

La variable z_j se introduce como argumento de la función sigmoide. $\sigma(z_j) = \frac{1}{1-e^{-z_j}}$ es la activación de una neurona j.

Los pesos indican qué intensidad tiene cada conexión entre la capa $L-1$ y la capa L y cada sesgo $b_j^{(L)}$ señala qué tan alta necesita ser la suma ponderada para que la neurona j de la capa L empiece a activarse.

Si hay 784 neuronas en la capa de entrada, 16 neuronas en la segunda y tercera capas y 10 neuronas en la capa de salida; y cada conexión está asociada a un peso y a un sesgo, en total se tienen 13002 pesos y sesgos. Cuando hablamos del aprendizaje de la red, a lo que nos referimos es al proceso por el cual la red encuentra una configuración adecuada para todos estos pesos y sesgos de manera que pueda resolver el problema de identificar correctamente la imagen escrita a mano de un dígito.

Una notación compacta para representar las conexiones entre una capa y la siguiente, es la notación matricial. Por ejemplo, organizamos todos los pesos como una matriz - llamada matriz de pesos - donde la fila j de esa matriz corresponde a las conexiones entre las 784 neuronas de la capa 0 y la neurona j de la capa 1. Esta matriz de pesos tiene 16 filas y 784 columnas. Luego escribimos todas las activaciones de la capa 0, como un vector columna, el vector de activaciones de la capa 0, que no es más que una matriz columna de 784 filas y una columna. El resultado del producto de la matriz de pesos por el vector de activaciones de la capa 0 es una matriz que tiene 16 filas y una columna. Cada componente de la matriz resultante, en este caso del vector resultado, es la suma ponderada de la correspondiente neurona de la capa 1.

A los sesgos de cada una de las neuronas de la capa 1 los representamos en un vector de 16 filas y una columna que sumamos al producto de la matriz de pesos por el vector de activación de la capa 0. Finalmente, introducimos

XXIV ENCUENTRO NACIONAL y XVI ENCUENTRO INTERNACIONAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA (EMCI)

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

cada componente del vector o matriz resultante en la función sigmoide. El resultado final es un vector de 16 componentes. La componente j de este vector es la activación de la neurona j de la capa 1. Idéntico planteo puede hacerse para las conexiones entre las capas 1 y 2 y para las conexiones entre las capas 2 y 3.

$$\sigma\left(\begin{bmatrix} w_{0,0}^{(1)} & w_{0,1}^{(1)} & \cdots & w_{0,783}^{(1)} \\ w_{1,0}^{(1)} & w_{1,1}^{(1)} & & w_{1,783}^{(1)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ w_{16,0}^{(1)} & w_{16,1}^{(1)} & \cdots & w_{16,783}^{(1)} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_0^{(0)} \\ a_1^{(0)} \\ \vdots \\ a_{783}^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0^{(1)} \\ b_1^{(1)} \\ \vdots \\ b_{16}^{(1)} \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a_0^{(1)} \\ a_1^{(1)} \\ \vdots \\ a_{16}^{(1)} \end{bmatrix}$$

Cada neurona puede verse como una función que toma todas las activaciones de las neuronas de la capa anterior y arroja un número entre 0 y 1. También la red completa es una función que toma 784 números como entrada y arroja 10 números como salida. Una vez que esos pesos y sesgos sean ajustados quedará determinado qué es lo que hace la red.

Aprendizaje de la red

A continuación, veremos cómo aprende la red. Más precisamente veremos un algoritmo que permitirá entrenar la red. El entrenamiento consiste en introducir en la red un conjunto de imágenes de dígitos, cada uno con una etiqueta que indica la respuesta correcta que debería dar la red. A medida que la red vaya respondiendo ante cada imagen, la misma red irá ajustando los pesos y sesgos a fin de mejorar su desempeño.

Existe una base de datos llamada MNIST (Modified National Institute of Standards and Technology) que es un conjunto de 60.000 imágenes de dígitos escritos a mano para entrenamiento y 10.000 imágenes de prueba, cada uno con su respectiva etiqueta, que indica la respuesta correcta. Estas imágenes se utilizan en el campo del aprendizaje automático para entrenar y probar algoritmos.

Al empezar el entrenamiento, todos los pesos y sesgos tienen valores asignados por el azar. Es de esperar que, al introducirse la primera imagen de entrenamiento, la red arroje un resultado en la capa de salida que no refleje la realidad.

La función de costos indica la mayor o menor exactitud de las respuestas de la red, está definida, de acuerdo con nuestro ejemplo de red, de la siguiente manera:

$$C_n = \frac{1}{n+1}\sum_{j=0}^{10}\left(a_j^{(3)} - y_j\right)^2$$

Donde C_n: es el costo promedio luego de realizado la prueba de entrenamiento n. La cantidad total de ejemplos de entrenamientos realizados es $n+1$ pues el primero lleva el índice 0. j: es una de las neuronas de la capa de salida. $a_j^{(3)}$: es la activación de la capa de salida de la neurona j luego de la prueba de entrenamiento n. y_j: es el valor de activación correcto de la neurona j que debería haber arrojado la red en la prueba de entrenamiento n.

Si no dividimos el costo por $n+1$ obtendremos el costo de una sola prueba de entrenamiento. Este costo es pequeño cuando la red clasifica correctamente una imagen, pero es grande cuando la red se equivoca, o, dicho de otra forma, no está entrenada. El costo promedio de todas las decenas de miles de pruebas de entrenamiento realizadas es una medida de lo imprecisa que es la red.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La función de costos toma como entrada esos 13002 pesos y sesgos y arroja un solo número, el costo promedio, que describe lo inadecuados que son esos pesos y sesgos. Veremos cómo hace la red para corregir los pesos y sesgos.

Descenso del gradiente

Nos preguntamos cómo deberían variar los pesos y sesgos para minimizar el costo de la forma más rápida.

Sabemos que el gradiente de una función nos indica la dirección y el sentido en que nos debemos "desplazar" para aumentar una función más rápidamente. Como es natural, el vector opuesto al gradiente tiene la dirección y el sentido en que la función disminuye más rápidamente.

Ahora nos abocaremos mediante un algoritmo a minimizar la función de costos. El algoritmo consiste en calcular el vector gradiente para una cierta configuración de pesos y sesgos, luego nos desplazaremos un paso en la dirección y sentido opuesto al vector gradiente, lo que equivale a modificar la configuración de pesos y sesgos de tal forma que la función de costos vaya acercándose a un mínimo local. A este proceso lo repetiremos una y otra vez y cada repetición se llama época de entrenamiento. Más adelante se explicará cómo se calcula el vector gradiente en cada paso del algoritmo.

El proceso de variar repetidamente una entrada de la función de costos sumando el vector opuesto del gradiente se denomina descenso del gradiente y es una manera de converger hacia un mínimo local de la función de costos. Cuando se alcanza un mínimo de la función de costos se ha optimizado el trabajo de la red en el reconocimiento de imágenes de dígitos.

Retropropagación

A continuación vamos a abordar la retro propagación o propagación hacia atrás. Esto es, el algoritmo utilizado en el entrenamiento de redes neuronales para calcular el vector gradiente, o más bien sus componentes, que son las derivadas parciales de la función de costos con respecto a los pesos y sesgos de la red. Una vez que tengamos el vector opuesto al gradiente en un punto de la función de costos, mediante el método de optimización llamado descenso del gradiente, ajustaremos iterativamente los pesos y los sesgos de manera que la red pueda cumplir su propósito con mayor exactitud.

Supongamos que la red trabaja para reconocer una imagen de un 2 y que la red no está bien entrenada aún. Es de esperar que las activaciones en la capa de salida sean valores alejados de los valores deseados. Centremos nuestra atención en la neurona de la capa de salida que corresponde al 2, su activación debería ser 1 y el resto de las activaciones debería ser 0. La activación de la neurona que corresponde al 2 debería aumentar y las restantes deberían disminuir. Para aumentar la activación de la neurona que corresponde al 2 y disminuir las restantes se deberían modificar los pesos y sesgos de las neuronas de la capa anterior, cada uno en proporción a su nivel de influencia, es decir, proporcionalmente a la magnitud de sus respectivas activaciones. Los cambios en los pesos y sesgos deseados para cada una de las neuronas de la última capa se suman entre sí y se obtiene una lista de modificaciones de todos los pesos y sesgos de la anteúltima capa. Luego se repite el proceso para las otras capas retrocediendo en la red.

Lo que acabamos de explicar es aplicable a un entrenamiento en particular, el cual ha de modificar cada uno de los pesos y sesgos. Si nos quedáramos con este ejemplo de entrenamiento, la red solamente clasificaría todas las imágenes como un 2. De modo que se necesita realizar esta misma rutina de retro propagación para todos los ejemplos de entrenamiento, registrando cómo cada uno de ellos requiere cambiar los pesos y sesgos. Finalmente habría que promediar todos los cambios deseados para los pesos y sesgos, para todas las pruebas de entrenamiento.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El listado de los movimientos promediados para cada peso y sesgo es el gradiente negativo de la función de costos. Pero el cálculo de dichos movimientos lo veremos más adelante.

En la práctica, a las computadoras les tomaría un tiempo extremadamente largo sumar la influencia de cada ejemplo de entrenamiento en particular y cada paso del descenso del gradiente. De modo que lo que se hace es barajar aleatoriamente los datos de entrenamiento y dividir en mini lotes de, por ejemplo, 100 pruebas de entrenamiento cada uno. Luego se calcula un paso en el descenso del gradiente, de acuerdo con un mini lote. El gradiente calculado es una buena aproximación del paso más eficiente en la minimización de la función de costos. Esta técnica se llama descenso de gradiente estocástico.

Vector gradiente

Para obtener las expresiones matemáticas de los componentes del vector gradiente consideremos una red extremadamente simple, en la que cada capa tiene una sola neurona. De modo que esta red tiene solo tres pesos y tres sesgos. Nuestro objetivo es comprender qué tan sensible es la función de costos a estas variables, de manera que sabremos qué ajustes a estos términos van a causar la disminución más eficiente de la función de costos.

Ahora solo nos enfocaremos en la conexión entre las dos últimas neuronas. Etiquetemos la activación de la última neurona, $a^{(3)}$. El superíndice indica en qué capa se encuentra. La activación de la neurona previa es $a^{(2)}$. Supongamos que el valor deseado que tenga $a^{(3)}$ para un ejemplo de entrenamiento dado es y, que es un valor que podría ser 0 o 1. Entonces el costo de esta red simple para el primer ejemplo de entrenamiento es $C_0 = (a^{(3)} - y)^2$.

Nuestro objetivo es determinar la derivada de C_0 con respecto a $w^{(3)}$. Sabemos que el costo depende directamente de la activación $a^{(3)}$, que a su vez depende de $z^{(3)}$, que finalmente depende de $w^{(3)}$. Entonces, aplicando la regla de la cadena, la derivada del costo del primer ejemplo de entrenamiento con respecto al peso de la tercera capa es:

$$\frac{\partial C_0}{\partial w^{(3)}} = \frac{\partial C_0}{\partial a^{(3)}} \frac{\partial a^{(3)}}{\partial z^{(3)}} \frac{\partial z^{(3)}}{\partial w^{(3)}}$$

Donde las derivadas se calculan del siguiente modo:

$$C_0 = \left(a^{(3)} - y\right)^2 \qquad \frac{\partial C_0}{\partial a^{(3)}} = 2\left(a^{(3)} - y\right)$$

$$a^{(3)} = \sigma\left(z^{(3)}\right) \qquad \frac{\partial a^{(3)}}{\partial z^{(3)}} = \sigma'\left(z^{(3)}\right)$$

$$z^{(3)} = w^{(3)} a^{(2)} + b^{(3)} \qquad \frac{\partial z^{(3)}}{\partial w^{(3)}} = a^{(2)}$$

En definitiva $\frac{\partial C_0}{\partial w^{(3)}} = 2\left(a^{(3)} - y\right)\sigma'\left(z^{(3)}\right)a^{(2)}$.

Dado que la función de costos completa implica promediar todos los costos para muchos ejemplos de entrenamiento, su derivada requiere promediar esta expresión que encontramos en todos los ejemplos de entrenamiento. Y, por supuesto, ese es solo un componente del vector gradiente. El vector gradiente completo se construye a partir de las derivadas parciales de la función de costos con respecto a todos los pesos y los sesgos.

La derivada parcial de $z^{(3)} = w^{(3)} a^{(2)} + b^{(3)}$ con respecto al sesgo es $\frac{\partial z^{(3)}}{\partial b^{(3)}} = 1$, entonces $\frac{\partial C_0}{\partial b^{(3)}} = 2\left(a^{(3)} - y\right)\sigma'^{\left(z^{(3)}\right)}$.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

No cambian demasiado las expresiones cuando hay más neuronas en las capas. Sólo habrá que agregar a cada activación un subíndice para individualizar cada neurona de una determinada capa. Usaremos la letra k para indexar las neuronas de la capa $L-1$ y la letra j para indexar las neuronas de la capa L.

La función de costos es $C_0 = \left(a_0^{(3)} - y_0\right)^2 + \cdots + \left(a_9^{(3)} - y_9\right)^2 = \sum_{j=0}^{9} \left(a_j^{(3)} - y_j\right)^2$

Llamaremos al peso que conecta la k-ésima neurona con la j-ésima neurona $w_{jk}^{(L)}$.

La derivada del costo con respecto a un peso de la capa de salida es $\frac{\partial C_0}{\partial w_{j,k}^{(3)}} = 2\left(a_j^{(3)} - y_j\right)\sigma'\left(z_j^{(3)}\right)a_k^{(2)}$ y la derivada con repecto a un sesgo de la capa de salida es $\frac{\partial C_0}{\partial b_{j,k}^{(3)}} = 2\left(a_j^{(3)} - y_j\right)\sigma'\left(z_j^{(3)}\right)$.

En las derivadas del costo con respecto a cada uno de los pesos y sesgos de la capa 2 la diferencia es que cada peso y sesgo de una neurona de la capa 2 influye en la función de costos a través de cada una de las neuronas de la capa 3, por lo que se deben sumar todos los términos.

Una vez que sepamos qué tan sensible es la función a los pesos y sesgos en esta penúltima capa simplemente se puede repetir el proceso para todos los pesos y sesgos que llegan a esa capa.

Estas expresiones de la regla de la cadena dan las derivadas que determinan cada componente en el gradiente que ayuda a minimizar el costo de la red al dar pasos “cuesta abajo” repetidamente.

Conclusiones

El LIDeSIA, “Laboratorio de Investigación y Desarrollo de Software e Inteligencia Artificial”, de la Universidad Nacional de Córdoba, de reciente creación y el primero en su tipo en el ámbito de la UNC, está principalmente integrado por investigadores que hace más de una década trabajan en disciplinas que se relacionan con la Inteligencia Artificial, reconociendo su importancia en el desarrollo de modelos basados en ella. Este trabajo pretende destacar la importancia de la matemática en la formación del ingeniero para adaptarse a estas tecnologías.

Referencias

Nielsen, M. A. (2015). *Neural Networks and Deep Learning.* Determination Press. https://goo.gl/Zmczdy

3Blue1BrownEspañol. 21 de septiembre 2020. *¿Qué es una Red Neuronal? | Aprendizaje Profundo. Capítulo 1*. https://www.youtube.com/watch?v=jKCQsndqEGQ

3Blue1BrownEspañol. 28 septiembre 2020. *¿Descenso de Gradiente. Cómo Aprenden las Redes Neuronales | Aprendizaje Profundo. Capítulo 2.* https://www.youtube.com/watch?v=mwHiaTrQOiI&t=688s

3Blue1BrownEspañol. 5 octubre 2020. *¿Cómo Funciona Realmente la Retropropagación? | Aprendizaje Profundo. Capítulo 3.* https://www.youtube.com/watch?v=ScVpPS_CFYc

3Blue1BrownEspañol. 12 octubre 2020. *Los Cálculos de la Retropropagación | Aprendizaje Profundo. Capítulo 4.* https://www.youtube.com/watch?v=CyPjDPKtycM

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aplicación de inferencia estadística a la industria de línea blanca

Application of statistical inference to the white goods industry

Presentación: 02/04/2024

Romina Karlich
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional San Francisco (Argentina)
rkarlich@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Valeria Giletta
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional San Francisco (Argentina)
vgiletta@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Laura Rivara
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional San Francisco (Argentina)
lrivara@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Resumen

El presente trabajo describe una actividad de cátedra realizada a partir de la problemática en una empresa de línea blanca de la ciudad de San Francisco. El caso de estudio surge durante el proceso de implementación de una celda robótica de atornillado, en el paso de un proceso de ensamble manual a uno automático. La situación se abordó como una articulación entre el contenido curricular de la cátedra Probabilidad y Estadística con Física I y la problemática puntual de esta Pyme. La empresa determinó que elemento de fijación era el que estaba causando inconvenientes con mayor frecuencia, solicitando un nuevo lote al proveedor. Durante la clase los alumnos midieron una nuestra brindada por la organización y calcularon intervalos de confianza y realizaron los test de hipótesis pertinentes, llegando a la conclusión de que el nuevo lote era apto para utilizar dentro del proceso de ensamble automático.

Palabras clave: Test de Hipótesis, Intervalo de confianza, Ensamblado, Tornillo.

Abstract

This work describes a teaching activity carried out based on the problems of a white goods company in the city of San Francisco. The case study arises during the implementation process of a robotic screwdriving cell, that is, in the transition from a manual assembly process to an automatic one. The situation was approached as an articulation between the curricular content of the Probability and Statistics with Physics I chair and the specific problems of this SME. After a detailed analysis, the company determined which fastening element was the one that was causing problems most frequently, requesting a new batch from the supplier. The classroom work was planned by measuring a sample provided by the organization, carrying out the necessary prior statistical analysis. During the class, confidence intervals were calculated as well as hypothesis tests, reaching the conclusion that the new batch was suitable for use within the automatic assembly process.

Keywords: Hypothesis Test, Confidence Interval, Assembly, Screw

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

Los elementos de fijación son componentes esenciales en la industria para el ensamblado de conjuntos en situaciones donde la soldadura, el agrafado u otras técnicas de fabricación no son viables. En este sentido, los tornillos, remaches y tuercas desempeñan un papel fundamental en el montaje de piezas.

En el transcurso del siglo pasado, las organizaciones han emprendido una significativa automatización de las actividades de fabricación, buscando alcanzar estándares más altos, mayor confiabilidad, mejoras en la ergonomía de los puestos de trabajo, calidad de los productos, entre otros beneficios. Esta evolución tecnológica ha llevado a la necesidad de adaptaciones importantes, dado que los procesos automatizados demandan un nivel más elevado de estandarización en los servicios y materiales utilizados en comparación con los procesos manuales que les preceden.

La industria argentina está inmersa en esta transformación y, en particular, este trabajo se centra en un caso práctico donde una fábrica de electrodomésticos ha implementado una celda robótica para el ensamblaje de un conjunto específico. Durante el desarrollo de este proyecto, surgió la oportunidad de comprender la influencia de la variabilidad en la altura del tornillo en el proceso de montaje, así como la posibilidad de utilizar herramientas estadísticas para analizar el componente de fijación (tornillo) proporcionado por un proveedor específico. Además, se articularon contenidos que fueron impartidos en la cátedra de Física I.

A partir de los temas impartidos en la Cátedra de Probabilidad y Estadística, correspondientes al segundo nivel de las carreras de Ingeniería Electrónica, Ingeniería Electromecánica e Ingeniería Química, así como al tercer nivel de Ingeniería en Sistemas, se desarrolló un estudio de caso. Este incluyó la aplicación de técnicas de estadística descriptiva, el análisis de los supuestos necesarios para la aplicación de intervalos de confianza y pruebas de hipótesis, así como el cálculo específico de estos parámetros para evaluar la aceptabilidad de un lote de tornillos recibidos por la empresa. Los estudiantes llevaron a cabo la medición de la longitud de dicho lote utilizando calibres pie de Rey, aplicando así los conocimientos de metrología adquiridos en la materia de Física I.

Desarrollo

1. *Descripción de la Situación Problemática*

En una planta industrial se ha realizado la automatización de un proceso de armado de chasis de un producto. La misma consistió en el reemplazo del proceso manual de atornillado, en la cual un operario tomaba las piezas, las montaba sobre un dispositivo y procedía a atornillar manualmente el conjunto de piezas, por una celda robótica que realiza esta tarea. La misma está compuesta por dos robots que atornillan completamente el conjunto y trasladan el mismo automáticamente a la línea para que continúe con el proceso de fabricación. Los tornillos son alimentados de forma neumática desde la zona de carga hasta la punta del robot que contiene la unidad de torqueo.

Luego de finalizado el tiempo estipulado para la puesta en marcha del proceso, los ciclos de ensamblado son superiores a los planteados como objetivos de la inversión y existe una gran variabilidad en el tiempo de armado, así como también en la calidad de los armazones de la cocina (chasis) entregados y el número de paradas de la celda durante el día es superior a lo esperado. Se designa a un ingeniero de procesos para analizar estos desvíos. El mismo realizó el relevamiento de datos y encontró que una de las principales causas de parada de la celda robótica y aumento del tiempo ciclo del proceso es un problema en el sistema de alimentación. De acuerdo a los registros y observaciones de los componentes del robot que se dañaban en las paradas se llegó a la conclusión que el tornillo de fijación paso rápido puede estar ocasionando estas paradas. El sistema neumático de alimentación del robot opera tomando de a un tornillo de la tolva y lo transporta a través de una manguera hasta la zona donde se encuentra el atornillador.

Según evidenció la organización, muchos de los problemas se presentan cuando este componente queda atascado en el trayecto desde el alimentador al atornillador, presumiblemente porque gira su posición dentro de la manguera, quedando incrustado en la cara interna de la misma. Los tornillos atascados se encuentran dentro de las tolerancias esperadas o levemente por debajo, lo que indica que estas variaciones de altura que eran absorbidas por el proceso manual no son admitidas por el proceso automático, por

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

lo que se requiere una adecuación de la pieza. En consecuencia, el departamento de ingeniería ajusta las especificaciones del elemento de fijación (tornillo) y solicita al proveedor que genere una muestra y luego un lote conforme al plano que se muestra en la Figura 1, donde la longitud del tornillo se ajusta a 13,00 – 13,55 mm. El presente trabajo se realiza con la muestra del lote recibido bajo las nuevas especificaciones y el objetivo es realizar un trabajo en conjunto entre la empresa y la cátedra de estadística para analizar la variable longitud del tornillo y verificar que el nuevo lote pueda ser aprobado para su uso en relación a esta problemática.

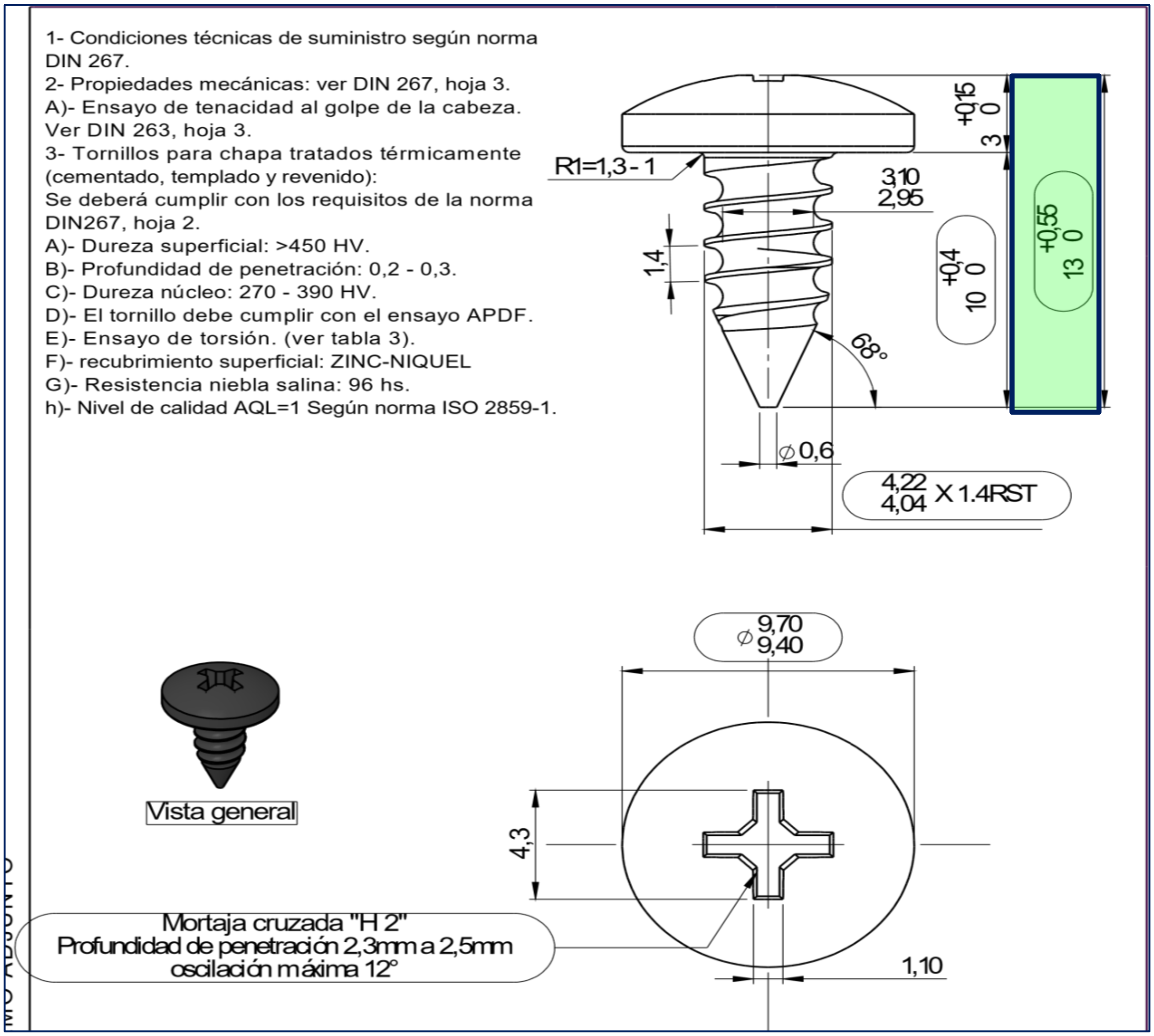


Figura 1. Especificaciones del tornillo analizado

2. *Análisis previos*

Antes de calcular el intervalo de confianza y realizar el test de hipótesis correspondiente es necesario validar una serie de supuestos respecto a la distribución de la variable original para que el análisis sea válido[4].

En primer lugar se ha realizado un análisis descriptivo de la variable, cuyos resultados se muestran a continuación:

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

F:\EMCI\CASO PRÁCTICO TORNILLOS_TP: 26/3/2024 - 10:13:16 - [Versión: 30/4/2020]

Medidas resumen

Resumen	Longitud
n	180,00
Media	13,37
D.E.	0,23
Mín.	12,60
Máx.	13,94
Mediana	13,36
Asimetría	-0,27

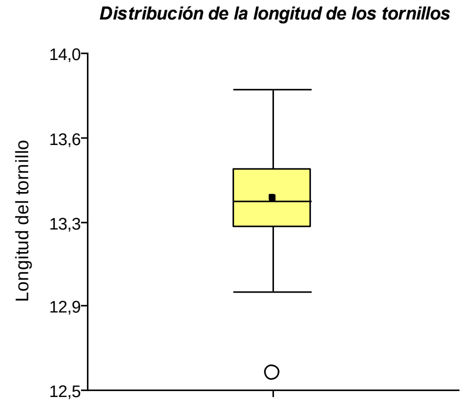


Figure 2

En este breve resumen descriptivo, podemos ver que se trabajó con 180 tornillos, cuyas longitudes se encuentran entre 12,60 y 13,94 mm, su longitud promedio es de 13,37 mm con un desvío de 0,23 mm.

Una cuestión importante a observar es que la distribución es aproximadamente simétrica, lo cual se puede ver en el cálculo de la asimetría (-0,27) y en el gráfico de cajas y bigotes, lo cual nos da una idea de que la distribución puede ser normal. Esta cuestión la verificaremos a partir de la confección del QQ - Plot y de la aplicación del test Shapiro-Wilks (modificado) [3] para probar normalidad.

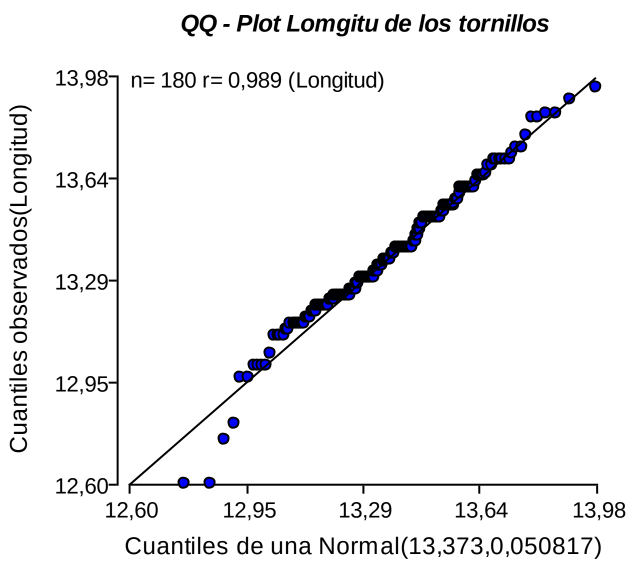


Figure 3

F:\EMCI\CASO PRÁCTICO TORNILLOS_TP: 26/3/2024 - 10:42:38 - [Versión: 30/4/2020]

Shapiro-Wilks (modificado)

Variable	n	Media	D.E.	W*	p(Unilateral D)
Longitud	180	13,37	0,23	0,98	0,0811

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El QQ – Plot fue realizado utilizando las longitudes de los tornillos y como distribución teórica la Normal, al analizar el gráfico, vemos que los puntos en general se disponen en una recta a 45°, salvo cuatro puntos al inicio que están más alejados de la recta.

Para verificar el supuesto se realiza la prueba de Shapiro – Wilks (modificada) que concluye a un nivel de significación del 5% que los datos siguen una distribución Normal (p-valor = 0,0811), por lo que se podrá seguir adelante con el estudio, ya que se verifica la normalidad de la distribución.

3. *Objetivos de la actividad áulica*
   a. Integrar conceptos de estadística descriptiva, variable aleatoria, probabilidad, distribución de probabilidad e inferencia estadística en un caso práctico real.
   b. Utilizar herramientas provistas por la cátedra Física I en cuanto a los métodos de medición relacionados a longitud.
   c. Emplear herramientas provistas por la cátedra para realizar los cálculos correspondientes.
   d. Concluir, mediante el uso de inferencia estadística si la empresa debe aceptar o rechazar el lote de tornillos, en base al estudio de la longitud del componente de sujeción, tornillo de fijación paso rápido cincado negro.

4. *Materiales y métodos*

Para realizar la actividad se utilizó:
   a. Muestra de tornillos brindada por la empresa (180 tornillos)
   b. Calibres aportados por el laboratorio de Física.
   c. Planilla de recolección de datos.
   d. Plano del elemento de sujeción.
   e. Programa Infostat (Di Rienzo et al., 2020)

5. *Desarrollo de la actividad*

Se les solicitó a los estudiantes que, previo a la clase, realizaran la lectura del caso, compartiendo con ellos “los videos de la celda robótica y el proceso de transporte de los tornillos” (Macoser S.A., 2023) para mejor comprensión.

En el aula, se llevó a cabo una revisión de la situación problemática, seguida por la presentación de los cálculos realizados en el análisis previo. Se hizo hincapié en la importancia de cumplir con los supuestos necesarios para construir intervalos y llevar a cabo pruebas de hipótesis, un procedimiento que se sigue estrictamente en la práctica.

A continuación se procedió a plantear en conjunto las hipótesis, construyendo conocimiento colectivamente y razonando las hipótesis a plantear.

Posteriormente, el Dr. Hugo Antonio Pipino, docente de la Cátedra de Física I, quien fue invitado a instruir y/o recordar a los estudiantes sobre el uso correcto del calibre para llevar a cabo mediciones precisas de la longitud de los tornillos. En el contexto de la actividad programada de "Transferencia de Conocimientos", el Dr. Pipino presentó y compartió con los alumnos el tema "Instrumentos de Medición: Calibres y Micrómetros", correspondiente al Tema 1, Unidad 2 del programa de Física I.

Se dividió a la clase en grupos. La muestra de tornillos problema brindada por la empresa se dividió en cantidades iguales y cada grupo recibió el mismo número de items para medir. Se repartieron calibres pie de rey pertenecientes al laboratorio de Física de nuestra facultad y se procedió con la medición de la longitud del tornillo.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Figura 2. Medición de tornillo en el aula

Los resultados se volcaron en una planilla excel compartida y a continuación Se utilizó el programa "InfoStat" para realizar los cálculos (Di Rienzo et al., 2020).

Inicialmente se planteó un test de hipótesis para verificar si la media de la longitud del tornillo coincidía con el centro de la tolerancia brindada en las especificaciones, es decir 13,27mm.

H_0 $\mu = 13{,}27$ mm.

H_1 $\mu \neq 13{,}27$ mm.

```
F:\EMCI\CASO PRÁCTICO TORNILLOS_TP: 26/3/2024 - 11:17:16 - [Versión: 30/4/2020]
```

Prueba t para una media

Valor de la media bajo la hipótesis nula: 13,27

Variable	n	Media	DE	LI(95)	LS(95)	T	p(Bilateral)
Longitud	180	13,37	0,23	13,34	13,41	6,12	<0,0001

Como podemos ver en la salida de Infostat [2], a un nivel de significación de 5% los datos de la muestra aportan evidencia para rechazar la hipótesis nula, es decir que la media del tornillo es diferente a la establecida por la tolerancia. Además, podemos decir que con un nivel de confianza del 95% la verdadera media de la longitud del tornillo se encuentra comprendida entre 13,34 y 13,41 mm.

Dado los resultados obtenidos, los alumnos debatieron y se definió realizar un nuevo test de hipótesis para llegar a una conclusión más robusta, con lo cual se planteó un nuevo test.

H_0 $\mu \leq 13{,}27$ mm.

H_1 $\mu > 13{,}27$ mm.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

F:\EMCI\CASO PRÁCTICO TORNILLOS_TP: 26/3/2024 - 11:19:24 - [Versión: 30/4/2020]

Prueba t para una media

Valor de la media bajo la hipótesis nula: 13,27

Variable	n	Media	DE	LI(95)	T	p(Unilateral D)
Longitud	180	13,37	0,23	13,35	6,12	<0,0001

Con estos resultados podemos concluir, con un nivel de significación del 5%, que la muestra aporta datos para rechazar la hipótesis nula, por lo que podemos decir que la longitud promedio del tornillo es superior a 13,27 mm,

por lo que el nuevo lote enviado por el proveedor no ocasionará problemas de atascamiento por rotación dentro de la manguera.

Conclusiones

La actividad permitió recuperar conocimientos de Física I, siendo muy enriquecedor la participación de docentes de otra cátedra para verificar los procedimientos utilizados por los estudiantes al realizar la medición, como así también integrar los conocimientos desarrollados en Probabilidad y Estadística a lo largo del año ya que fue necesario aplicar herramientas gráficas, de medidas resumen, variable aleatoria.

Por otro lado y no menos importante, los estudiantes pudieron acercarse a la vida laboral a partir de un problema concreto de esta Organización, aplicando los conocimiento adquiridos en las cátedras involucradas para arribar a una conclusión técnica profesional.

Por otra parte, se desarrolló un nexo entre Universidad y Empresa, donde la organización fue beneficiada por el análisis desarrollado y la cátedra obtuvo un plano donde poder implementar los conocimientos de la misma permitiendo una mejor formación de sus estudiantes.

Finalmente, se logró arribar a una conclusión respecto del lote en cuestión, pudiendo utilizar el mismo en el proceso en cuestión.

Referencias

Di Rienzo, J. A., Casanoves, F., Balzarini, M. G., González, L., Tablada, M., & Robledo, C. W. (2020). InfoStat [Software]. Centro de Transferencia InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. http://www.infostat.com.ar

Macoser. (2023). Proceso de la celda robótica y transporte de los tornillos [Video]. YouTube. https://youtu.be/RBCi30AMkjA

Eje 2:

Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El desarrollo de la competencia resolución de problemas mediante la utilización de material didáctico en Entornos Virtuales

The development of problem-solving skills through the use of teaching materials in Virtual Environments

Presentación: 22/04/2024

Yanina Boiteux
Facultad Regional Mendoza – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
yanina.boiteux@docentes.frm.utn.edu.ar

Natalia Alvarado
Facultad Regional Mendoza – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
natalia.alvarado@docentes.frm.utn.edu.ar

María Eugenia Panella
Facultad Regional Mendoza – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
eugenia.panella@docentes.frm.utn.edu.ar

Analía Rueda
Facultad Regional Mendoza – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
analia.rueda@docentes.frm.utn.edu.ar

Resumen

Actualmente se relaciona al ingeniero con la idea de que es un profesional capacitado para resolver problemas. Es razonable pensar que el logro de esta competencia se consigue a lo largo de toda la carrera. También que, para conseguirla, es un requisito indispensable que los docentes diseñen e incorporen en sus prácticas situaciones, escenarios y estrategias didácticas innovadoras y creativas, mediante las cuales más que enseñar a resolver problemas reduciéndolos al manejo de algunas técnicas, se propicien habilidades para abstraer y aplicar los conocimientos a un amplio rango de situaciones en forma creativa e innovadora.

Se ha observado que los estudiantes que ingresan a la Universidad presentan dificultades para interpretar y resolver problemas, elaborar hipótesis, planificar estrategias, verificar y comunicar resultados.

En el presente trabajo se presentan los resultados parciales de un estudio en desarrollo que tiene como objetivo analizar cuantitativamente y cualitativamente las principales dificultades que presentan los estudiantes frente a la resolución de problemas, con el fin de diseñar prácticas educativas mediadas por tecnologías digitales tales como el aprendizaje en línea (e-learning), contenidos multimedia y aprendizaje colaborativo en línea, que ayuden progresivamente a alcanzar esta capacidad.

Las etapas del trabajo se basan en la metodología de investigación de la ingeniería didáctica. En una primera fase, se realiza el diagnóstico en la cual se evalúan las dificultades que tienen los estudiantes para abordar situaciones problemáticas en un contexto de enseñanza tradicional. En una segunda etapa, se diseñan experiencias de enseñanza mediadas por tecnologías digitales que contengan prácticas que promuevan mejoras en todas las fases de la resolución de problemas y finalmente se realiza una nueva evaluación para analizar si esas prácticas mejoran las dificultades encontradas inicialmente.

Se espera contribuir al desarrollo de la competencia "Resolución de problemas" brindando al estudiante nuevas estrategias mediadas por TIC.

Palabras clave: Resolución de Problemas, Recursos Digitales, Formación por Competencias, Ingeniería.

Abstract

Currently, the engineer is related to the idea that he is a professional trained to solve problems. It is reasonable to think that the achievement of this competence is achieved throughout the entire career. Also, to achieve this, it is an essential requirement that teachers design or incorporate innovative and creative situations, scenarios and teaching strategies into their practices, through which, rather than teaching how to solve problems by reducing them to the management of some techniques, skills to abstract are taught. and apply knowledge to a wide range of situations in creative and innovative ways.

It has been observed that students entering university present difficulties in interpreting and solving problems, developing hypotheses, planning strategies, verifying and communicating results.

This work aims to quantitatively and qualitatively analyze the main difficulties that students face when solving problems, with the aim of designing educational practices mediated by digital technologies such as online learning (e-learning), multimedia content and collaborative learning. online, which progressively help to achieve this capacity.

The stages of the work are based on the research methodology of didactic engineering. In the first phase, the diagnosis is carried out in which the difficulties that students have in addressing problematic situations in a traditional teaching context are evaluated. In a second stage, it allows designing teaching experiences mediated by digital technologies that contain practices that promote improvements in all phases of problem solving and finally carrying out a new evaluation to analyze whether these practices improved the difficulties initially encountered.

It is expected to contribute to the development of the "ProblemSolving" competencebyprovidingthestudentwith new strategiesmediatedby TIC.

Keywords: Problem Solving, Digital Resources, Skills Training, Engineering.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

El impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en nuestra sociedad es innegable, permeando todos los aspectos de la vida humana. Este avance ha redefinido nuestras interacciones, la forma en que trabajamos, nos informamos, nos entretenemos y participamos en la sociedad del conocimiento. Especialmente en el ámbito de la educación universitaria, se ha observado un cambio de enfoque significativo. Ahora, en lugar de cuestionar el impacto general de las TIC, nos enfrentamos a interrogantes específicos sobre cómo integrarlas de manera efectiva en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Esto implica considerar cuidadosamente estrategias, organización y recursos para optimizar su potencial en el ámbito educativo.

La transformación digital ha generado nuevos entornos de aprendizaje y ha modificado considerablemente los existentes, abriendo nuevas oportunidades para diseñar propuestas educativas que impulsen el desarrollo cognitivo de los estudiantes. En este contexto, cobra gran importancia la creación de escenarios TIC en la enseñanza universitaria. Nos referimos a estos escenarios como entornos o situaciones de aprendizaje donde las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) juegan un papel central. Implican la integración estratégica de herramientas y recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza y aprendizaje con el fin de mejorar la calidad educativa y fomentar el desarrollo de competencias en los estudiantes.

Actualmente, el ingeniero no sólo debe saber, sino también saber hacer. Como expresa Jover (2003), “el saber hacer no surge de la mera adquisición de conocimientos, sino que es el resultado de una compleja estructura de conocimientos, habilidades y destrezas que requieren ser enseñadas expresamente en el proceso de aprendizaje”.

Esta situación, convierte al aula universitaria en un escenario educativo en donde el uso de herramientas tecnológicas digitales permite cultivar las habilidades necesarias para la formación del saber hacer, que es un aspecto que caracteriza a la competencia resolución de problemas.

Debido a la potencialidad y versatilidad de estas tecnologías, su utilización puede servir como herramienta para la elaboración de materiales didácticos orientados al desarrollo de nuevos aprendizajes, habilidades y competencias en forma innovadora (Marqués, 2008), acción que genera un impacto favorable sobre el interés y la motivación de los estudiantes, en el aula universitaria.

Por ello, es que a partir de este trabajo se aborda una propuesta didáctica orientada a contribuir con el desarrollo de la competencia resolución de problemas, cuyo punto de partida es la utilización de materiales educativos en formato digital.

Desarrollo

En general, cuando un estudiante se enfrenta a un problema no encuentra la forma o el camino para resolverlo adecuadamente, motivo por el cual le surgen muchos interrogantes respecto a lo que se debe hacer, y busca similitudes con problemas ya elaborados o pide ayuda al docente o un compañero para que le indique lo que tiene que hacer para aplicar un mecanismo y encontrar la solución, pero realmente lo que desconoce son los pasos a seguir para resolver un problema aunque tenga claro los contenidos de referencia. (Mazilly y Hernández, 2016).

Aunque estas dificultades pueden originarse en la educación media, los estudiantes de ingeniería que ya están en la universidad trasladan estas carencias a su vida académica. Como docentes de los primeros años, es nuestra responsabilidad ayudarlos a mejorar su habilidad para resolver problemas, desarrollando las capacidades necesarias, como comprender un enunciado, interpretar datos, elaborar hipótesis, planificar estrategias, verificar y comunicar resultados.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La resolución de problemas implica articular diversas técnicas para encontrar una respuesta coherente a un conjunto de datos dentro de un contexto específico. Según Mayer (1998), la investigación en psicología cognitiva demuestra que los procesos de resolución de problemas implican una serie de pasos complejos, que van desde la comprensión del problema hasta la comunicación de los resultados obtenidos. Estos procesos demandan a los estudiantes no solo adquirir conocimientos, sino también aplicarlos en situaciones complejas.

Resolver problemas matemáticos, por ejemplo, aumenta el interés de los estudiantes al ver la aplicación práctica de lo que están estudiando. Les permite sentirse identificados con la solución y los empodera en su proceso de aprendizaje, promoviendo una actitud activa en lugar de pasiva (Bejarano y Guerrero, 2021). Es importante destacar que resolver un problema va más allá de resolver un simple ejercicio, ya que implica tomar decisiones y aplicar habilidades y conocimientos previos.

Según Pozo y Echeverría (2009), es esencial fortalecer la capacidad de resolución de problemas durante los primeros años de la universidad. Esto se logra creando situaciones desafiantes donde los estudiantes deben aplicar sus conocimientos para encontrar soluciones, lo que requiere tareas abiertas que estimulen diferentes formas de pensamiento.

Según Oviedo (2010) la incorporación de las TIC en el aula universitaria permite nuevas formas de acceder, generar y transmitir conocimientos, despertando el interés de los estudiantes por el aprendizaje. Así mismo, las herramientas tecnológicas, con un enfoque pedagógico adecuado contribuyen a que los docentes generen nuevas formas de enseñar que destierren las clases magistrales en el ámbito universitario.

Para responder a la pregunta de investigación sobre las experiencias educativas que promueven el desarrollo de la resolución de problemas en estudiantes de las asignaturas básicas de ingeniería en la FRM-UTN, se aplicará una metodología mixta. Se utilizarán métodos cualitativos, como entrevistas y grupos focales, para explorar en profundidad las experiencias de estudiantes y profesores con tecnologías digitales en el aula. Además, se recopilarán datos cuantitativos mediante pruebas para medir la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes.

Implementación de la Ingeniería Didáctica:

Se aplicarán los principios de la ingeniería didáctica propuesta por Michele Artigue. Esto implica un enfoque iterativo que incluye la planificación detallada de actividades, la implementación en el aula, la observación de la interacción entre estudiantes y contenido, y la revisión continua de prácticas pedagógicas.

Diseño:

Identificación del Contexto Educativo: Se seleccionarán asignaturas básicas de ingeniería en la FRM-UTN para implementar las intervenciones.

Análisis de Necesidades Educativas: Se realizará un análisis de las necesidades educativas de los estudiantes en cuanto al desarrollo de habilidades de resolución de problemas en estas asignaturas.

Diseño de Situaciones de Enseñanza: Se diseñarán situaciones de enseñanza que integren tecnologías digitales y fomenten la resolución de problemas.

Elaboración de Instrumentos de Recolección de Datos: Se diseñarán instrumentos de recolección de datos cualitativos y cuantitativos, incluyendo entrevistas, observaciones en el aula y pruebas de resolución de problemas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Para realizar una medición cuantitativa sobre la capacidad de los alumnos para la resolución de problemas se confeccionarán test los cuales incluirán diferentes reactivos, es decir preguntas o ítems. Estos reactivos podrán adoptar diversas formas, como preguntas de opción múltiple, preguntas de verdadero/falso, preguntas de respuesta corta, preguntas de completar el espacio en blanco, entre otras.

Para la elaboración de los reactivos se tendrán en cuenta 9 variables que determinan la capacidad de resolver problemas. La elaboración de los test se apoyará en un estudio realizado por García García y Renteria Rodriguez (2012), en el cual se argumenta que la resolución de problemas desarrolla 9 habilidades: observación, cuestionamiento, síntesis, análisis, lectura, transferencia, generalización, metacognición y evaluación, las cuales son consideradas como nuestras 9 variables. Luego, se construirán 27 indicadores que permitirán la operacionalización de estas variables definidas teóricamente. Estos indicadores se agruparán en 7 factores, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1: Factores componentes de la capacidad de resolución de problemas

Factores	Indicadores
Factor1: predicción y transferencia.	. Selección de la hipótesis más adecuada. . Determinación de la situación en la que la solución de un problema es aplicable. . Identificar la mejor solución a un problema.
Factor 2: Capacidad de síntesis.	. Selección de las palabras claves . Organización de los elementos del texto. . Representación formal del enunciado de un problema.
Factor 3: lectura crítica del enunciado.	. Determinación de inconsistencias. . Separación información relevante.
Factor 4: análisis.	. Establecimiento de relaciones. . División del problema en subproblemas.
Factor 5: interpretación de información.	. Interpretación de información implícita. . Interpretación de información explicita.
Factor 6: comprensión metacognitiva de enunciados y procesos.	. Identificación de secuencias implícitas (seleccionar ruta de solución). . Inferencia explicita a partir de principios (Elaborar predicciones). . Inferencia de información implícita (Buscar datos necesarios).
Factor 7: delimitación del problema.	. Acotar y precisar las condiciones del problema

Fuente: García García y Renteria Rodriguez (2012).

Implementación y Evaluación:

Implementación de Intervenciones: Se llevarán a cabo las intervenciones diseñadas en las asignaturas seleccionadas.

Recolección de Datos: Se recopilarán datos sobre la implementación de las intervenciones y el desarrollo de la resolución de problemas en los estudiantes.

Análisis de Datos: Se analizarán los datos cualitativos y cuantitativos para evaluar el impacto de las intervenciones diseñadas.

Conclusiones y Recomendaciones:

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Se interpretarán los resultados del análisis y se discutirá la efectividad de las intervenciones para promover el desarrollo de habilidades de resolución de problemas. Se proporcionarán conclusiones y recomendaciones para la práctica educativa futura.

Conclusiones

Esperamos que las experiencias educativas basadas en tecnologías digitales representen una vía prometedora para mejorar la competencia en resolución de problemas en el aula de las materias básicas de los primeros años de las carreras de ingeniería. Esta mejora se fundamentará en la identificación y clasificación de las dificultades esenciales que enfrentan los estudiantes durante las distintas etapas de resolución de problemas en área específica como matemática y física.

Es crucial reconocer que la resolución de problemas va más allá del simple dominio de técnicas y conceptos matemáticos. Por lo tanto, es imperativo para los docentes participar en una reflexión sobre cómo se construye y se transmite el conocimiento en el aula, así como en el diseño e implementación de metodologías, actividades y materiales didácticos innovadores que fomenten la autonomía del estudiante y lo conviertan en el protagonista de su propio proceso de aprendizaje.

Creemos firmemente que las estrategias y los materiales didácticos generados en este estudio pueden ser valiosos para otros educadores que enfrentan desafíos similares en la enseñanza universitaria. Al compartir nuestras experiencias y recursos, aspiramos a motivar a otros docentes y contribuir de manera creativa al desarrollo de la competencia en resolución de problemas en sus estudiantes.

La presentación de este trabajo busca visibilizar la problemática detectada en nuestra Facultad Regional Mendoza en relación con las dificultades de resolución de problemas que enfrentan nuestros estudiantes en los primeros años de carrera. Aunque aún estamos en la fase de elaboración de pruebas para medir la capacidad de resolución de problemas, tenemos la firme intención de compartir los resultados una vez obtenidos.

Además, nos proponemos establecer un grupo interdisciplinario de docentes para promover la investigación en el departamento de Materias Básicas, en colaboración con otras instituciones, con el objetivo de caracterizar las prácticas docentes que incorporan recursos producidos por los propios docentes en entornos de educación bimodal. Esta iniciativa también busca iniciar a los docentes en actividades de investigación, promoviendo una integración entre la teoría y la práctica educativa. En el futuro, planeamos involucrar a estudiantes becarios en el trabajo una vez que sea aprobado, fortaleciendo así el trabajo colaborativo y la formación académica.

Referencias

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez, Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamérica.

Bejarano, Andrés; Guerrero, Ruth (2021, noviembre 25). Uso de herramientas tecnológicas para la resolución de problemas en el área de las matemáticas. Revista Educare, volumen (23), núm. 3.

García García, J. J., & Rentería Rodríguez, E. (2012). La medición de la capacidad de resolución de problemas en las ciencias experimentales. Ciencia & Educación 18(4), 755-767.

Jover M.L. “La resolución de problemas en la enseñanza de la ingeniería”. Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería, 4 (6), pp. 81-86, Jul. 2003.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Marqués P. “Impacto de las TIC en la enseñanza universitaria”. Didáctica, innovación y multimedia, vol.11, pp 1-15, Mar. 2008.

Mayer, R. E. (1998). "Procesos de resolución de problemas en psicología cognitiva". Revista de Psicología Cognitiva, 10(2), 45-58.

Mazzilli D.M., L.E. Hernández; S.I. De La Hoz. “Procedimiento para Desarrollar la Competencia Matemática Resolución de Problemas”. Escenarios, 14 (2), pp. 103-119, Jul. 2016.

Oviedo P. E. El papel de la resolución de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. En F. Vásquez (Ed.), Periscopio Universitario. Reflexiones sobre educación, investigación y docencia. Bogotá: Universidad de La Salle. pp. 93-113, Jun. 2010.

Pozo Juan I. y Echeverría Pérez M del P. (2009). Psicología del aprendizaje universitario: La formación en competencias. Ediciones Morata. Madrid.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Evaluación de aprendizajes mediante el uso de recursos educativos digitales

Learning assessment using digital educational resources

Presentación: 12/02/2024

Marta Caligaris
Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
mcaligaris@frsn.utn.edu.ar

Georgina Beatriz Rodríguez
Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
grodriguez@frsn.utn.edu.ar

Lorena Laugero
Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
llaugero@frsn.utn.edu.ar

Cecilia Cardoso Dupuy
Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
ccardosodupuy@frsn.utn.edu.ar

Resumen

La aparición de recursos educativos digitales ha modificado la forma en la que se enseña y se aprende, aunque pocas veces éstos son utilizados en el proceso de evaluación de los estudiantes. El objetivo principal de este trabajo es mostrar una experiencia llevada a cabo en la asignatura Análisis Numérico de dos carreras de ingeniería que se dictan en la Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional. La misma consistió en plantear una instancia evaluativa mediada por un recurso educativo digital, al finalizar una unidad del programa relativa a resolución numérica de ecuaciones diferenciales. El uso de este tipo de herramientas en el proceso de evaluación permite no sólo enriquecer el contenido a evaluar sino también obtener información adicional sobre algunas cuestiones involucradas en dicho proceso.

Palabras clave: Evaluación, Recursos educativos digitales, Edpuzzle, Métodos Numéricos.

Abstract

The emergence of digital educational resources has changed the way in which teaching and learning take place, although they are rarely used in the process of student assessment. The main objective of this paper is to show an experience carried out in the subject Numerical Analysis of two engineering degrees taught at the Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional. This consisted in proposing an evaluative instance mediated by a digital educational resource, at the end of a unit of the program related to numerical solution of differential equations. The use of this type of tool in the evaluation process allows not only to enrich the content to be evaluated but also to obtain additional information on some of the issues involved in the evaluation process.

Keywords: Evaluation, Digital educational resources, Edpuzzle, Numerical methods.

Introducción

Los recursos educativos digitales (RED), según Pineda Sánchez (2018), son definidos como herramientas disponibles en medios digitales producidas con el fin de facilitar el proceso de aprendizaje. Los RED permiten el logro de un objetivo de aprendizaje y su diseño tiene una intencionalidad formativa que responde a características didácticas apropiadas para el aprendizaje (García, 2010). Estos recursos son elaborados para ayudar a la adquisición de un conocimiento, informar sobre un tema, reforzar un aprendizaje, facilitar el desarrollo de una determinada competencia o evaluar conocimientos.

Si bien los RED han revolucionado la forma en la que se enseñan y se aprenden los métodos numéricos debido a que, por ejemplo, permiten realizar cálculos tediosos y complejos de una manera rápida y precisa, pocas veces son utilizados en el proceso de evaluación de los alumnos. El uso de este tipo de recursos en el proceso de evaluación de los estudiantes posibilita no sólo enriquecer el contenido a evaluar, ya que es posible trabajar con diferentes tipos de información (visual, auditiva, animaciones), sino también obtener más información adicional sobre algunas cuestiones involucradas en dicho proceso, como la cantidad de veces que el alumno visualizó una pregunta o el tiempo que le demandó al estudiante resolver la evaluación.

El objetivo principal de este trabajo es mostrar la experiencia que llevada a cabo en dos de los cursos de la cátedra de Análisis Numérico de la Facultad Regional San Nicolás. En ellos, al finalizar la unidad correspondiente a la resolución numérica de ecuaciones diferenciales parciales utilizando el método de diferencias finitas, se les planteó a los alumnos una instancia evaluativa mediada por un recurso educativo digital, utilizando Edpuzzle.

La evaluación de los aprendizajes mediante recursos educativos digitales

En el nivel universitario, los RED pocas veces son utilizados para evaluar los aprendizajes de los estudiantes. En este sentido, las evaluaciones tienen que ser usadas para guiar al estudiante hacia experiencias de aprendizaje eficaces, confirmando aptitudes, conocimientos y dando motivación por medio de su proceso de realización (Rodríguez Conde, 2005).

Teniendo en cuenta las potencialidades que brindan los RED, su uso en el proceso de evaluación tiene las siguientes ventajas (Lafuente Martínez, 2003; Belloch, s.f.):

- el contenido de los ítems que constituyen la evaluación pueda ser mostrado por medio de diferentes formatos (lenguaje oral, lenguaje escrito, imágenes fijas y en movimiento, etc.). Esta ventaja de poder combinar múltiples medios permite explotar las posibilidades comunicativas de cada lenguaje y buscar las combinaciones más ajustadas para poder evaluar los conocimientos y habilidades.
- la recolección de grandes cantidades de información se pueda realizar de manera rápida. Además, no sólo pueden ser empleados en el proceso de corrección sino también en la emisión de informes mecanizados en los que se pueden interpretar las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en los diferentes ítems.
- el análisis del proceso que los estudiantes realizan para resolver una determinada tarea sea posible. Este tipo de análisis de los procesos cognitivos sería muy difícil de llevar a cabo sin el uso de estos recursos. Por medio de ellos, es posible almacenar cualquier tipo de información y realizar un seguimiento puntual

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

de diversas acciones como, por ejemplo, conocer el tiempo que le demandó al alumno resolver una determinada situación.

Sin embargo, es importante señalar que la administración de evaluaciones por medio de RED no debe eliminar algunas de las ventajas que presentan los exámenes convencionales de lápiz y papel. Por ejemplo, es importante que los instrumentos de evaluación que se elaboren permitan la revisión y modificación de las respuestas, así como también que el estudiante disponga del tiempo necesario para para poder dar respuesta a cada una de las preguntas.

Evaluación de los aprendizajes mediante Edpuzzle

Edpuzzle es una herramienta en línea que permite colocar elementos interactivos a un video preexistente, recortarlos para eliminar lo que no resulta esencial para el aprendizaje o grabar un audio con explicaciones propias que complementan o eliminan el audio original (Walss Aurioles, 2021).

Una de las características más interesantes que presenta esta herramienta es que permite insertar, en el video, preguntas de opción múltiple o preguntas abiertas. Esto hace que sea un recurso interesante para generar instrumentos de evaluación que no sólo sean atractivos para los estudiantes, sino que les permitan poner en juego distintas habilidades, como la visualización y la argumentación, entre otras.

Los videos intervenidos pueden compartirse en una clase o integrar en plataformas educativas como, por ejemplo, Google Classroom o Moodle.

Otro aspecto importante para destacar es que Edpuzzle genera reportes de progreso, calificación, tiempo empleado, cantidad de intentos realizados y número de veces que el estudiante visualiza el video. Esta información resulta de suma importancia para el docente ya que permite optimizar el análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes, así como también de algunas cuestiones vinculadas con el proceso de resolución.

La experiencia de cátedra

Para llevar adelante la experiencia de cátedra, se seleccionó como grupos de estudio a los alumnos de las carreras Ingeniería Electrónica e Ingeniería Mecánica que cursaron Análisis Numérico durante el ciclo 2023. En estos grupos, al finalizar el desarrollo del tema "El método de diferencias finitas en la resolución de ecuaciones diferenciales parciales", se les planteó una instancia evaluativa utilizando un RED elaborado con Edpuzzle. Para la resolución de las distintas situaciones propuestas, los estudiantes debían no sólo apelar a los conceptos teóricos vistos en la unidad sino también desplegar ciertas habilidades tales como la visualización o la argumentación.

El recurso educativo digital elaborado

Con el objetivo de evaluar los aprendizajes de los alumnos al finalizar el desarrollo del tema, se confeccionó un video, intervenido con preguntas abiertas.

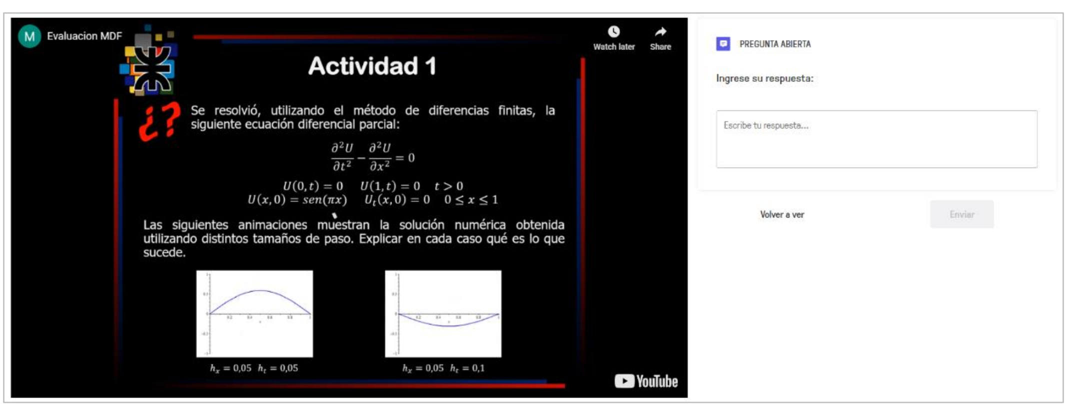


Figura 1. Actividad propuesta en la instancia evaluativa

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El video elaborado estaba constituido por cinco preguntas donde el estudiante, a partir de la información brindada por animaciones o tablas, debía explicar o justificar cada una de las situaciones propuestas. A modo de ejemplo, en la Figura 1, se muestra una de esas situaciones.

Es importante destacar que el video fue integrado al aula virtual que la materia utiliza como soporte fundamental para su desarrollo, en el campus virtual global de la FRSN. De esta manera, no sólo fue posible restringir el acceso al video, como se muestra en la Figura 2, sino también permitir que los alumnos trabajasen en un entorno ya conocido por ellos.

Figura 2. Restricciones de acceso al RED

Revisión de respuestas, progresos y resultados

Cuando el docente ingresa a la sección donde se encuentra el RED, puede observar un resumen rápido del progreso y las calificaciones obtenidas por los estudiantes. En la Figura 3, se puede ver el informe que se obtuvo en el curso de Ingeniería Electrónica tras realizar la instancia evaluativa.

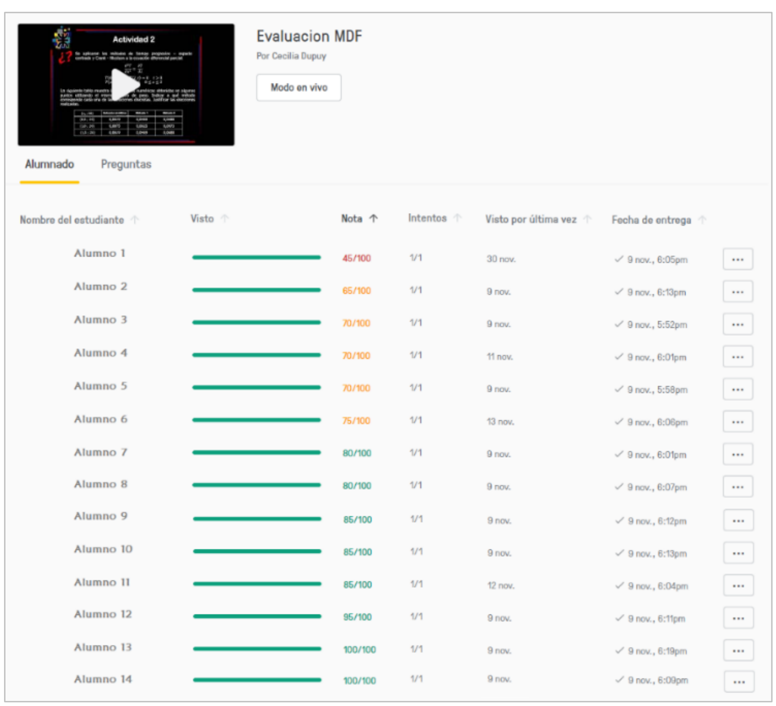


Figura 3. Informe obtenido en el curso de Ingeniería Electrónica

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Como se puede observar, al lado de los nombres de los estudiantes aparece una barra cuyo color indica en qué porcentaje el video fue visto por el alumno. La Tabla 1 muestra, según el color de la barra, el porcentaje de visualización.

Tabla 1. Porcentaje de visualización según el color de la barra

Color	Porcentaje de visualización
Rojo	[0 , 50 [
Amarillo	[50 , 80 [
Verde	[80 , 100]

Las columnas que aparecen a continuación muestran la nota obtenida por el estudiante, la cantidad de intentos permitidos, la fecha que vio por última vez el video y el momento en que terminó de realizar la instancia evaluativa.

Si se desea obtener más información de un alumno en particular, sólo basta con seleccionarlo y, de esta forma, aparecerá el informe que se presenta en la Figura 4. Así, luego del proceso de corrección, será posible conocer también el número de veces que observó cada una de las partes del video y la cantidad de preguntas que respondió bien o mal, teniendo en cuenta que Edpuzzle contabiliza como respuestas correctas no sólo las que fueron evaluadas como bien sino también a las consideradas como regular. En el caso del Alumno 4, la primera y cuarta pregunta fueron respondidas correctamente, la segunda y tercera, de forma regular y, la última, mal. Por esta razón, Edpuzzle considera solamente una respuesta incorrecta.

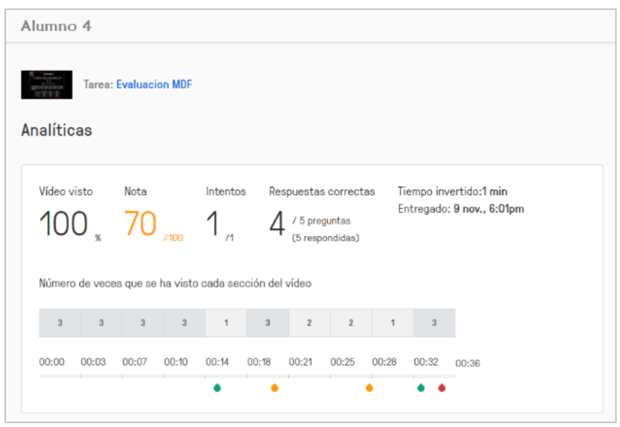


Figura 4. Informe de un alumno en particular

También se puede ver un desglose de las respuestas dadas por ese alumno. Si la pregunta planteada es abierta, el proceso de corrección debe ser realizado de forma manual.

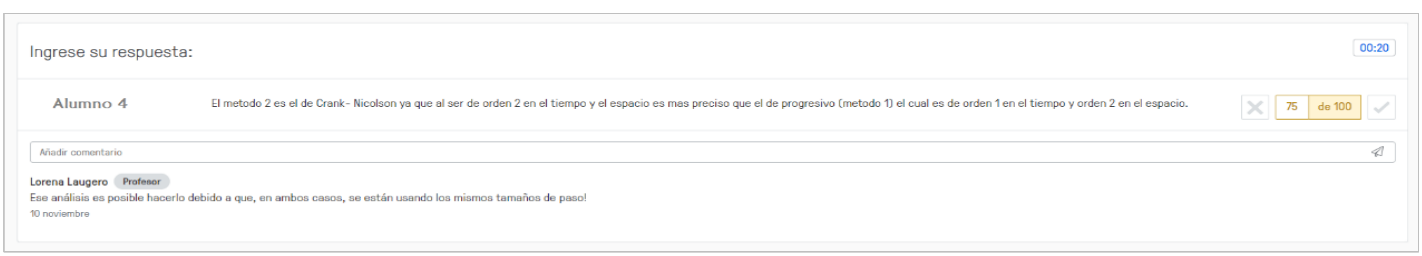


Figura 5. Corrección de preguntas abiertas

Como se muestra en la Figura 5, el docente tiene también la posibilidad de realizar una devolución en este tipo de preguntas. Así, el alumno obtiene información que va más allá de la veracidad de la respuesta o de un resultado

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

numérico. Las indicaciones dadas por el docente sobre el error cometido lo ayudan a corregirlo y le brindan sugerencias de tipo metacognitivo que le permiten reflexionar sobre el propio conocimiento (Remesal et al., 2017).

Cabe aclarar que, con la finalidad de que los estudiantes pudieran leer cada uno de los comentarios realizados por la docente, se les permitió acceder nuevamente al RED elaborado. Por esa razón, la última vista de algunos alumnos es posterior a la fecha de realización de la instancia evaluativa.

Edpuzzle brinda también la posibilidad de observar un resumen general de las respuestas dadas por los estudiantes y así poder extraer conclusiones con respecto a las preguntas donde los alumnos tuvieron mayores dificultades. Para ello, es necesario hacer clic en la opción Preguntas. La Figura 6 muestra el informe general obtenido en el curso de Ingeniería Electrónica.

Figura 6. Resumen general de las respuestas dadas por los estudiantes

Otra opción que proporciona este recurso es clasificar las respuestas, de acuerdo a la puntuación asignada, en correctas, aceptables e incorrectas. Para poder ver esta clasificación, sólo basta con seleccionar la pregunta en cuestión. A modo de ejemplo, en la Figura 7 se puede ver la clasificación de la quinta pregunta.

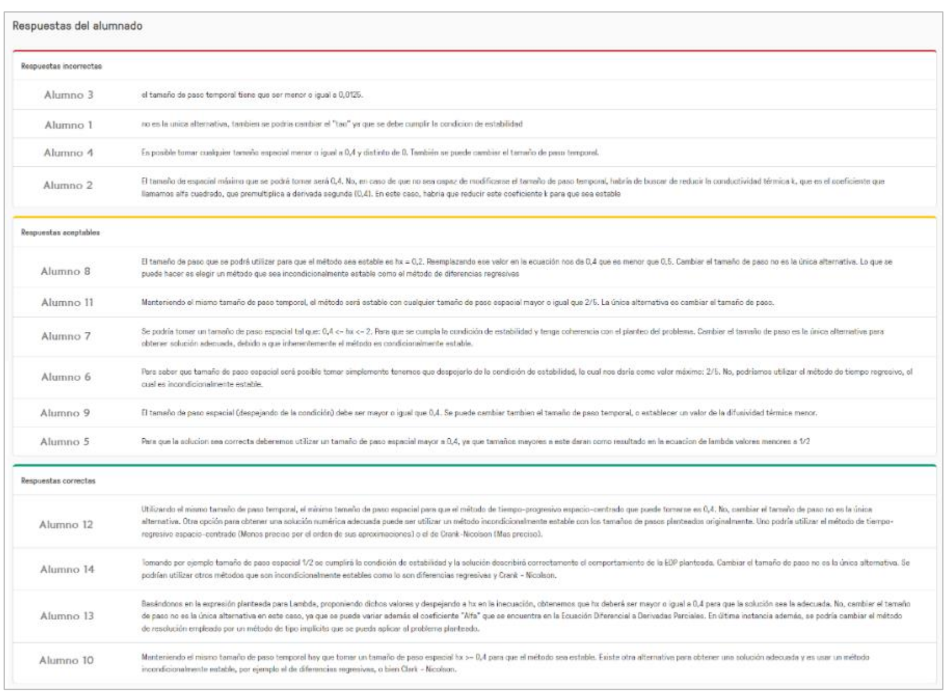


Figura 7. Clasificación de las respuestas dadas por los alumnos

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

La evaluación es un componente fundamental tanto en el proceso de enseñanza como en el de aprendizaje. Por esta razón, es un desafío lograr que la misma responda a los cambios y transformaciones que están sucediendo en el ámbito educativo. Para ello, es necesario repensar la evaluación como un sistema que trascienda las cuestiones conceptuales o las puntuaciones obtenidas por los estudiantes. En este sentido, la utilización de herramientas como la aquí presentada es un recurso importante que contribuirá para afrontar dicho desafío, ya que permite a los alumnos desplegar distintas habilidades y a los docentes recopilar, analizar e interpretar información relevante sobre el desempeño de los alumnos con la finalidad de introducir las medidas necesarias.

La experiencia mostrada en este trabajo es tan sólo un ejemplo de lo que es posible hacer si se quiere integrar recursos tecnológicos en el proceso de evaluación de los estudiantes. Si bien la evaluación mediada por RED es un campo aún poco explotado y su aplicación demanda mucho tiempo, el esfuerzo vale la pena si se pretende aplicar una modalidad de evaluación acorde a la metodología de enseñanza utilizada.

Referencias

Belloch, C. (s.f.). Recursos Tecnológicos para la evaluación psicoeducativa. *Albor: Revista de Tecnologías de la Información y la Comunicación y Necesidades Educativas Especiales*. Disponible en: https://www.educa2.madrid.org/web/albor/ejemplo-de-recursos/-/visor/recursos-tecnologicos-para-la-evaluacion-psicoeducativa-?_visor_WAR_cms_tools_com.germinus.xpression.i18n.LOCALE=en_US.

García, E. (2010). *Materiales educativos digitales*. En Palomino, M. y Rangel, J. (2015). Metodología para el Desarrollo de Materiales Educativos Audiovisuales Basados en Estilos de Aprendizaje. *Enl@ce Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento, 12* (2), 79 – 95.

Lafuente Martínez, M. (2003). *Evaluación de los aprendizajes mediante herramientas TIC. Transparencia de las prácticas de evaluación y dispositivos de ayuda pedagógica* (tesis doctoral). Universidad de Barcelona, Barcelona, España.

Pineda Sánchez, M. (2018). *Uso de recursos educativos digitales y aprendizaje autónomo de estudiantes universitarios en un contexto de educación virtual*. (Tesis de maestría). Medellín, Colombia.

Remesal, A., Colomina, R., Mauri, T. & Rochera, M. (2017). Uso de cuestionarios online con feedback automático para la e-innovación en el alumnado universitario. *Comunicar*, *25* (51), 51 – 60.

Rodríguez Conde, M. (2005). Aplicación de las TIC a la evaluación de alumnos universitarios. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, 6* (2). Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=201021055002.

Walss Aurioles, M. (2021). Diez herramientas digitales para facilitar la evaluación formativa. *Tecnología, Ciencia y Educación*, *18*, 127 – 139.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Superando las limitaciones del análisis clásico de Fourier en señales no estacionarias. Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT)

Overcoming the limitations of classic Fourier analysis on non-stationary signals. Short-Time Fourier Transform (STFT).

Presentación: 23/03/2024

Gastón Argeri
Departamento de Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata. Argentina.
gaston.argeri@gmail.com , jorge.argeri@ing.unlp.edu.ar

Victoria Vampa
Departamento de Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata. Argentina.
victoriavampa@gmail.com, victoria.vampa@ing.unlp.edu.ar

Resumen

El análisis clásico de Fourier (1768-1830) permite representar una señal como superposición de movimientos armónicos simples con diferentes frecuencias y amplitudes. La distribución de las distintas componentes frecuenciales presentes en la señal es lo que se conoce como *espectro de Fourier*. Cuando la señal presenta un comportamiento no estacionario en el tiempo, el espectro de Fourier no brinda información adecuada, siendo indispensable recurrir a otras técnicas que permitan una representación tiempo-frecuencia de la señal. En este trabajo se muestran algunas ventajas de una de estas herramientas, la Transformada de Fourier de tiempo corto (STFT).

Palabras clave: señal, espectro de Fourier, tiempo-frecuencia, STFT.

Abstract

Classical Fourier analysis (1768-1830) allows a signal to be represented as a superposition of simple harmonic oscillations with different frequencies and amplitudes. The distribution of the different frequency components present in the signal is known as its *Fourier spectrum*. When the signal presents a non-stationary behavior in time, the Fourier spectrum may fail to provide adequate information, being thus indispensable to resort to techniques that allow a time-frequency representation of the signal. This work shows some advantages of one of these tools, the Short Time Fourier Transform (STFT).

Keywords: signal, Fourier spectrum, time-frequency, STFT.

Introducción

El objetivo del análisis de señales consiste en extraer información relevante a través de una transformación de ellas. Existen numerosas herramientas de análisis, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, que presentan ventajas para distintas aplicaciones. La técnica más utilizada es el análisis clásico basado en la Transformada de Fourier, que determina la

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

composición en frecuencias de la señal. Este análisis resulta adecuado cuando la señal es una superposición de componentes sinusoidales con frecuencias estacionarias durante todo el período. En el caso que la señal presente características no estacionarias (efectos temporales locales o cambios abruptos), éstos son promediados en el período de análisis, lo que conduce a una pérdida de información sobre esas variaciones. Surge así la necesidad de utilizar técnicas capaces de capturar tales comportamientos transitorios. Estas herramientas se conocen como transformadas "tiempo-frecuencia". Incluyen, entre otras, la Descomposición Empírica de Modos (Huang et al., 1998), y la Transformada Wavelet (Mallat, 2003 y Daubechies & Wu, 2011), y han demostrado muy buenos resultados en el procesamiento de señales no estacionarias.

Desarrollo

Una señal es cualquier magnitud que podamos medir y que contenga información sobre el comportamiento de algún fenómeno. Están presentes en nuestra vida, ya que por ejemplo sirven para controlar nuestra salud (electrocardiogramas, electroencefalogramas, ecografías, etc.), para mostrar indicadores económicos, para estudiar fenómenos meteorológicos y también para comunicarnos vía Internet y conocer acontecimientos que se producen a miles de kilómetros del lugar en que nos encontramos.

Desde el punto de vista matemático una señal es una función de una o varias variables cuyo dominio puede ser un continuo o un conjunto discreto de puntos. La forma de una señal producida por un electrocardiograma cambia con el tiempo, su amplitud es una función de una sola variable, es decir una señal unidimensional. También lo es la cantidad de infectados diarios por COVID (ver Figura 1). Una imagen fija es una señal bidimensional, mientras que una imagen en movimiento, al agregar el tiempo, resulta ser tridimensional.

Figura 1. Ejemplos de señales unidimensionales dependientes del tiempo: un electrocardiograma (izquierda) y el registro de casos diarios de infectados por COVID en la ciudad de La Plata (derecha).

Existen muchas herramientas que se han desarrollado en los últimos años para el análisis de señales (Oppenheim et al. (1999), Etter, (1997)). Entre ellas se destaca la Transformada de Fourier (FT, ver Kleiman & Argeri (2023)) por su capacidad de brindar una representación del contenido de frecuencias (espectro) que posee una señal determinada. Consiste en descomponer la señal en componentes sinusoidales correspondientes a distintas frecuencias, y pasar del dominio del tiempo al frecuencial. Tal transformación es relevante puesto que determinados eventos de interés, no observables en forma directa a partir de la señal, pueden asociarse a frecuencias específicas. Por otra parte, la señal se recupera a partir de su espectro mediante superposición. Si bien en muchos casos la información espectral resulta suficiente el pasaje al dominio de la frecuencia, puede ocasionar pérdida de información referente al tiempo. Es decir, una vez aplicada la Transformada de Fourier, no es posible a partir del espectro determinar cuándo está presente cierta frecuencia o cuándo ocurre un evento determinado. Esto no representa un problema si se está analizando una señal estacionaria, cuyas propiedades no cambian con el tiempo, como es el caso de las señales periódicas. Sin embargo, una importante cantidad de señales que resultan de interés en la actualidad como las que se muestran en la Figura 1, presentan características no estacionarias o transitorias, dadas por cambios abruptos y eventos localizados que es de interés analizar y no es posible con la Transformada de Fourier. Con el objetivo de corregir esta deficiencia, en 1946, Denis Gabor adaptó la Transformada de Fourier para analizar secciones de la señal de una determinada duración (soporte temporal) controladas

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

mediante una ventana *deslizante*. Esta técnica se conoce como STFT (Short Time Fourier Transform) y lleva una señal del dominio del tiempo al plano bidimensional de tiempo y frecuencia. Cabe mencionar que la información que brinda tiene una precisión limitada, acotada por el tamaño de la ventana.

En el tratamiento de señales e imágenes digitales provenientes por ejemplo de la medicina o de la ingeniería eléctrica existen otros problemas que pueden ser abordados con técnicas espectrales, como la reducción del ruido (en señales de audio, imágenes, etc.) y la compresión de las señales para su posterior transmisión o almacenamiento.

La transformada STFT consiste en aplicar la FT a diferentes tramos de la señal haciendo uso de una ventana deslizante de extensión limitada. Su expresión es la siguiente:

$$F_x(t,\omega,g) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)g^*(u-t)e^{-i2\pi\omega u}du \qquad (1)$$

donde t denota el tiempo, ω la frecuencia, $g(t)$ es la ventana localizada alrededor de $t = 0$, $g^*(t)$ su complejo conjugado y u es el parámetro de desplazamiento de la misma. La magnitud al cuadrado de la STFT también se conoce como *espectrograma*.

Un desafío fundamental en las representaciones tiempo-frecuencia de una señal es lograr simultáneamente una alta resolución en ambos dominios. En este contexto, una alta resolución en tiempo significa la capacidad de separar eventos temporales, mientras que una alta resolución en frecuencia se refiere a la capacidad de identificar las componentes frecuenciales. Esta limitación está determinada por el "Principio de Incertidumbre", que establece que una mayor resolución en frecuencia conlleva una menor resolución temporal, y viceversa.

Es importante asimismo señalar que el análisis frecuencial permite establecer la relación de la señal con determinadas bandas de frecuencia, posibilitando intervenir su espectro con el objeto de atenuar ciertas componentes situadas fuera de la banda de interés. Este proceso de "filtrado" disminuye o elimina detalles innecesarios, revelando las componentes esenciales de la señal. Esto redunda, por ejemplo, en algoritmos eficientes para la compresión y transmisión de datos.

A continuación, se comparan los desempeños de ambas, FT y STFT en distintos casos: en el primero una señal estacionaria y en los casos restantes se consideran señales con distintas características no estacionarias. Se utilizaron códigos desarrollados en MATLAB® (ver The MathWorks, (2024)). El comando fft calcula la transformada discreta de Fourier mediante un algoritmo eficiente computacionalmente llamado transformada rápida de Fourier y permite obtener el espectro de frecuencia a partir de un muestreo discreto de la señal en el tiempo.

Caso 1. Señal estacionaria $x1(t) = \cos(2\,\pi\,50t)$

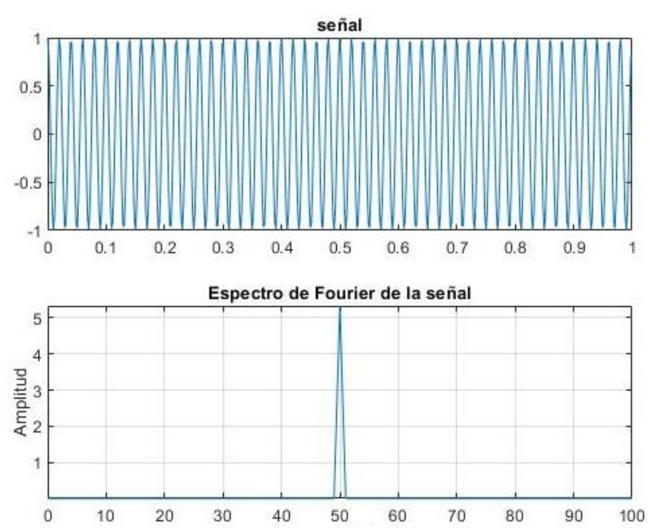


Figura 2. Señal sinusoidal. Representación en función del tiempo (arriba) y su espectro de Fourier (abajo).

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Caso 2. Señal no estacionaria con frecuencias 150, 20 y 10 Hz. Tiene adicionado ruido gaussiano aleatorio.

$$\begin{cases} x21(t) = sen(2\,\pi\,150\,t), & 0.05 \leq \; t \leq 0.1 \\ x22(t) = sen(2\,\pi\,20\,t), & 0.35 \leq \; t \leq 0.65 \\ x23(t) = sen(2\,\pi\,10t), & 0 \leq \; t \leq 1 \end{cases}$$

$$x2(t) = x21(t) + x22(t) + x23(t) + 0.05(randn\big(size(t)\big), 0 \leq t \leq 1$$

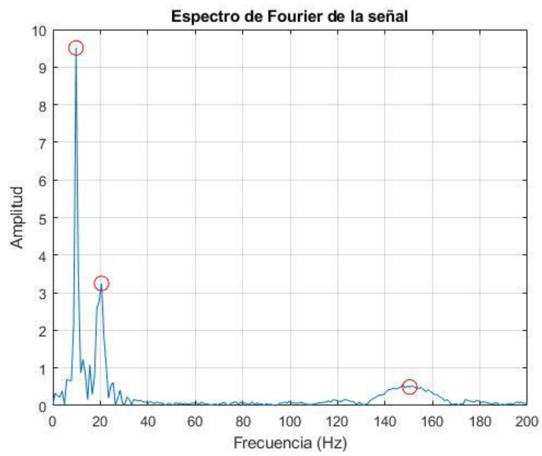


Figura 3. Espectro de Fourier de la señal x2(t)

Como se muestra en la Figura 3, el espectro de Fourier de la señal x2(t) detecta las frecuencias de 150, 20 y 10 Hz (marcadas en rojo) y también la presencia del ruido en las oscilaciones muy pequeñas a lo largo de todo el rango de frecuencias. Pero no da ninguna información temporal.

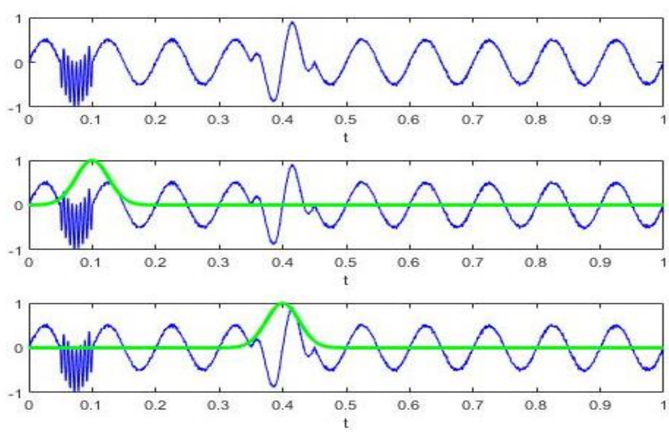


Figura 4. La señal x2(t) y dos ventanas de Gabor, centradas en t=0.1 y en t=0.4.

Con la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) sí es posible analizar cómo cambia el contenido de frecuencia a lo largo del tiempo. La STFT de una señal se calcula deslizando una *ventana de análisis* $g(t)$ de longitud M sobre la señal y calculando la transformada discreta de Fourier (DFT) de cada segmento de los datos con ventana (ver Figura 4). De acuerdo a la Ec. (1) al multiplicar la señal por la ventana $g^*(u-t)$, la STFT da el espectro "local" de la señal alrededor de u = t.

Si bien la expresión clásica de la ventana de Gabor es $g(t) = e^{-a(t-ts)^2}$(a es un parámetro que indica su longitud y ts el tiempo en que está centrada), puede aplicarse con diferentes formas de ventana.

Cabe señalar que esta transformada tiene la limitante de mantener constante el soporte de la ventana durante todo el análisis; al elegir el tamaño de la ventana, estamos decidiendo tener buena resolución en tiempo si la ventana es corta, o buena resolución en frecuencias si la ventana es amplia.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En cuanto a la elección de la ventana en la STFT, depende de varios factores y es un compromiso entre la resolución en el tiempo y en la frecuencia. Algunos aspectos a considerar son:

- Una ventana más grande proporciona una mejor resolución en frecuencia, puede permitir distinguir componentes de frecuencia cercanos, pero reduce la resolución en el tiempo.
- Una ventana corta permite localizar eventos temporales en la señal, pero reduce la resolución en frecuencia.
- El solapamiento entre ventanas puede mejorar la resolución temporal, pero lleva más cantidad de operaciones para su cálculo.

Dependerá, entonces, de las características específicas de la señal y del análisis que se desea realizar. Para encontrar la ventana que mejor se adapta es conveniente probar diferentes tamaños y solapamientos. El cálculo de la STFT abarca los pasos siguientes (ver Kleiman & Argeri (2023) para más detalles):

- Se divide la señal en segmentos de longitud $M = [N/4.5]$, donde N es la longitud de la señal. Se aplica una ventana de Hamming a cada segmento, cuyos coeficientes se generan con la ecuación $gh(t) = 0.54 - 0.46\cos\left(2\,\pi\frac{t}{M}\right), 0 \leq t \leq 1$ (ver Oppenheim et al. (1999)). Está contemplada la elección de otras funciones ventana.
- Se elige el grado de solapamiento entre segmentos (por defecto se considera 50%).
- En cada segmento de la señal se calcula la FFT utilizando máx. (256, log M) puntos.

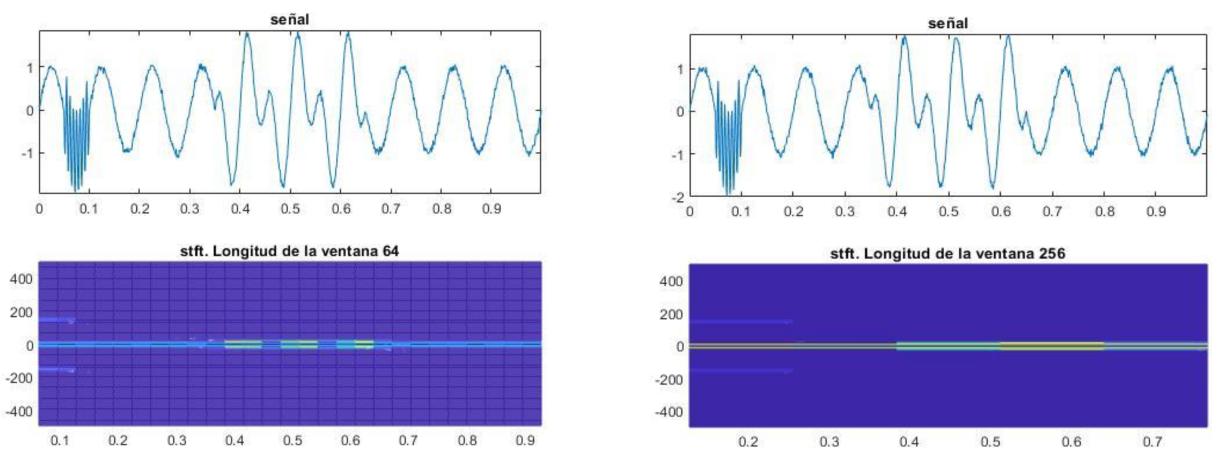


Figura 5. La señal x2(t) y la representación tiempo-frecuencia mediante la STFT. Longitud de la ventana 64 (izquierda) y 256 (derecha).

En la Figura 5 puede observarse que con la ventana de longitud 64 se tiene buena resolución tanto en tiempo como en frecuencia, mientras que al tomar una ventana de mayor longitud (256) se pierde la resolución temporal para la frecuencia de 150 presente únicamente en el intervalo $0.05 \leq t \leq 0.1$.

Caso 3. Dos señales con frecuencias 130, 320 y 40 Hz. En x3 (t) las frecuencias están presentes en todo el intervalo (señal estacionaria), mientras que en x4(t) las frecuencias se presentan en distintos intervalos.

$$x3(t) = \cos(2\pi\, 130\, t) + \text{sen}(2\pi\, 320\, t) + \cos(2\pi\, 40\, t), 0 \leq t \leq 1$$

$$\begin{cases} x41(t) = cos(2\,\pi\,130\,t), & 0 \leq t \leq 0.2 \\ x42(t) = sen(2\,\pi\,300\,t), & 0.35 \leq t \leq 0.65 \\ x43(t) = cos(2\,\pi\,40t), & 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

$$x4(t) = x41(t) + x42(t) + x43(t), 0 \leq t \leq 1$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

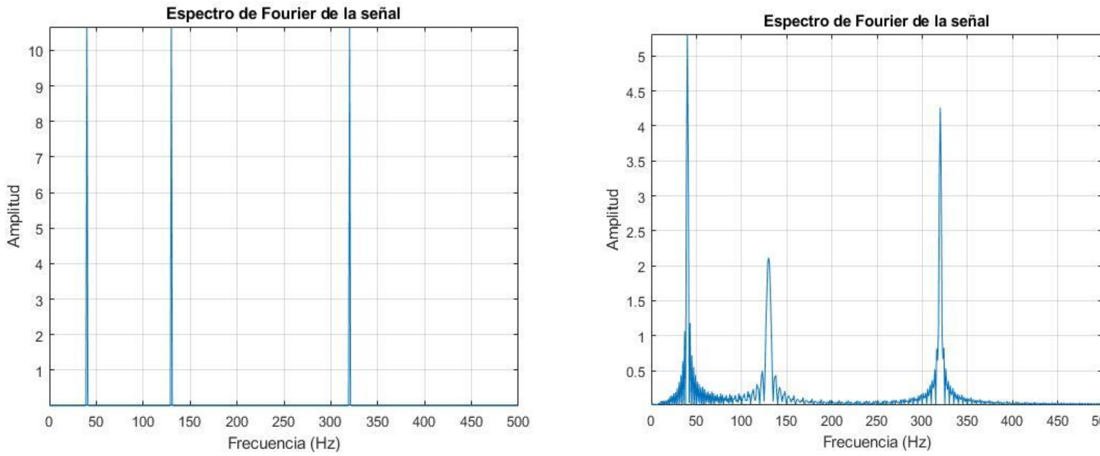


Figura 6. Espectros De Fourier de las señales x3(t) y x4(t). Presentan coincidencia en sus componentes frecuenciales.

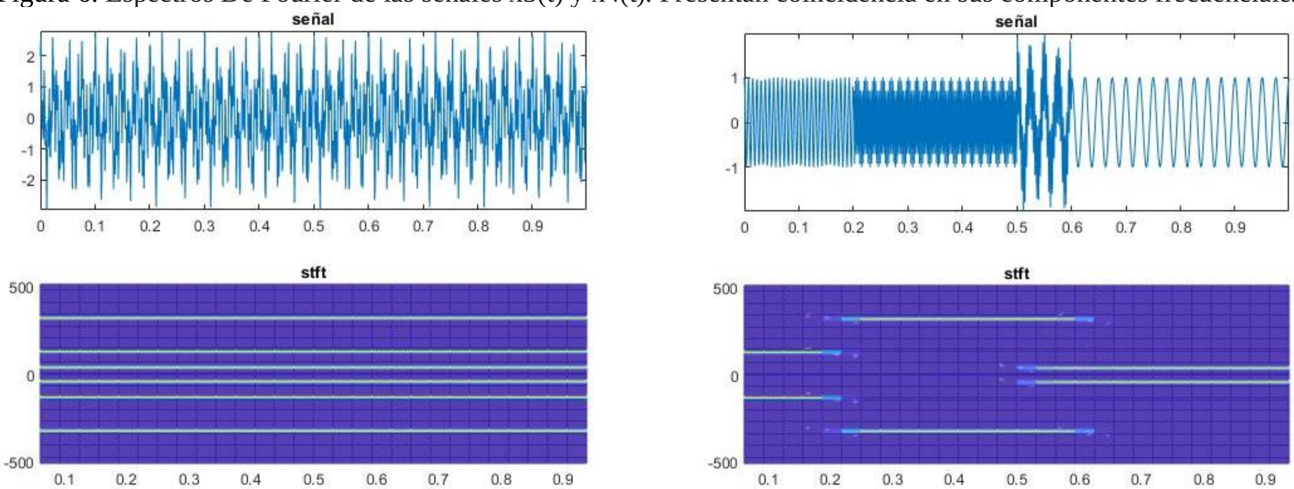


Figura 7. Las señales x3(t) y x4(t) y sus representaciones tiempo-frecuencia mediante la STFT.

Si bien en la Figura 6 se observa que los espectros de las señales x3(t) y x4(t) son similares en cuanto a los picos, en la Figura 7 se ve con claridad que el comportamiento temporal es diferente y es detectado por la STFT. Para completar el análisis, en la Figura 8, se muestra una representación en 3D de la información tiempo-frecuencia que aportan las ventanas temporales.

Caso 4. Un chirp (señal caracterizada por tener una rápida variación de la frecuencia como función del tiempo).

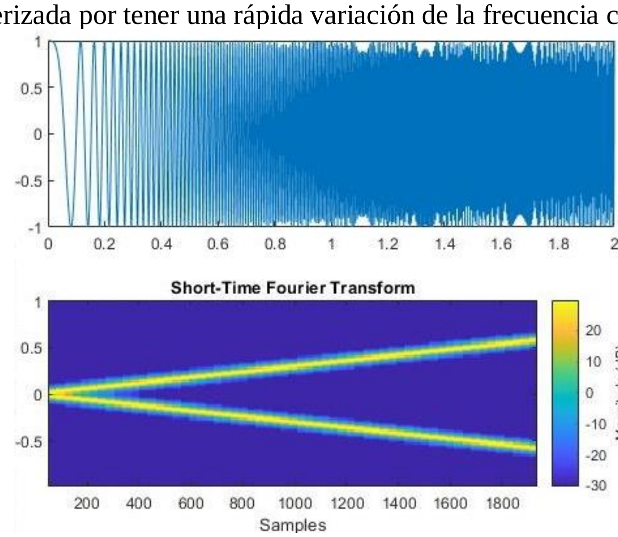


Figura 9. Ejemplo de un chirp con variación en frecuencia lineal.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

Las transformadas continua y discreta de Fourier y la STFT son herramientas matemáticas que permiten analizar la información contenida en señales de distinta naturaleza: de sonido, eléctricas, ópticas, sismológicas, biológicas, imágenes, etc. Logran traducir la información contenida en dichas señales del dominio temporal o espacial al dominio de las frecuencias. Además, al admitir inversa, caracterizan la señal.

La técnica presentada brinda una representación tiempo-frecuencia ventajosa frente al análisis de Fourier clásico para las señales no estacionarias. Sin embargo, presenta el inconveniente de que, una vez elegido el tamaño de la ventana de tiempo, dicha ventana es la misma para todas las frecuencias. En muchos casos se requiere un acercamiento más flexible, que permita considerar ventanas de ancho variable en el tiempo para ajustar con mayor precisión el tiempo o la frecuencia. Entre las herramientas diseñadas con ese fin se encuentra la Transformada Wavelet. La misma consiste pasar la señal en el dominio temporal por varios filtros pasa bajo~~s~~ y pasa alto~~s~~, permitiendo separar las porciones de la señal de alta frecuencia de aquellas de baja frecuencia. A partir de su uso en el análisis de señales es posible obtener una muy buena localización tanto en tiempo como en frecuencia.

Referencias

Huang, N. et al. (1998). “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis.” Proceedings of The Royal Society. A Mathematical Physical and Engineering Sciences.

Mallat, S. (2003). “A wavelet tour of signal processing.” 3rd Edition Elsevier https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374370-1.X0001-8

Daubechies, I., (1992). “Ten lectures on wavelets.” Society for industrial and applied mathematics, 1992.

Daubechies, I., Lu, J., & Wu, H. T. (2011). “Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool. Applied and computational harmonic analysis”, *30*(2), 243-261.

Oppenheim, A. V., Schafer R. W., and Buck, J. R. (1999). “Discrete-Time Signal Processing.” Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Etter D., (1997). “Solución de problemas de Ingeniería con MATLAB”, 2daed., Prentice Hall Hispanoamericana.

Kleiman, D. L., & Argeri, J. G. (2023). “Matemáticas especiales con actividades resueltas.” Libros de Cátedra, UNLP.

The MathWorks (2024). “Getting Started with MATLAB.”

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Diseño de una propuesta didáctica de evaluación formativa en curso de nivel universitario

Design of a didactic proposal for formative evaluation in university level courses

Presentación: 23/03/2024

Patricia Cuadros
Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de San Juan – San Juan – Argentina
pcuadrosan@gmail.com

Alejandro Rodríguez
Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de San Juan – San Juan – Argentina
Alejandroerodriguez1987@gmail.com

Resumen

La innovación de las metodologías asociadas a la educación en el contexto actual es uno de los desafíos más vigentes para los docentes, de modo de mantener la motivación, el compromiso y la concentración de los estudiantes, al tiempo que se abordan y evalúan temas variados en un tiempo limitado. Se presenta una propuesta de un proceso continuo y sistemático de aprendizaje con evaluaciones formativas implementado cuestionario de bajo impacto, como un instrumento práctico y fácil de usar, que hace posible brindar una retroalimentación inmediata de los resultados. La experiencia de innovación en cuyo marco se ha elaborado y aplicado ha tenido lugar durante los cursos 2021-2022-2023, en la asignatura de Cálculo I, correspondiente al primer año de las carreras de ingeniería.
Los cuestionarios de bajo impacto son una herramienta educativa valiosa en el entorno universitario. Los mismos, a menudo administrados al comienzo o al final de una clase, pueden proporcionar retroalimentación inmediata a los profesores y estudiantes sobre el progreso del aprendizaje. Por parte de los estudiantes, dichos cuestionarios se involucran como herramientas útiles a sus procesos de aprendizaje, con aceptación muy positiva.

Palabras clave: Evaluación formativa – Cuestionarios - Competencias

Abstract

The innovation of methodologies associated with education in the current context is one of the most significant challenges for teachers, in order to maintain the motivation, commitment and concentration of students, while addressing and evaluating varied topics in a limited time. A proposal is presented for a continuous and systematic learning process with formative evaluations implemented with a low-impact questionnaire, as a practical and easy-to-use instrument, which makes it possible to provide immediate feedback on the results. The innovation experience within the framework of which it has been developed and applied has taken place during the 2021-2022-2023 academic years, in the subject of Calculus I, corresponding to the first year of engineering degrees.

Low-stakes quizzes are a valuable educational tool in the university environment. These, often administered at the beginning or end of a class, can provide immediate feedback to teachers and students about learning progress. On the part of the students, these questionnaires are included as useful tools in their learning processes, with very positive acceptance.

Keywords: Formative evaluation – Questionnaires – Competencies

Introducción

Independientemente del modelo pedagógico usado, la evaluación es una parte fundamental del proceso educativo, es la forma eficaz de comprobar en qué medida se han alcanzado las metas de aprendizaje. La educación con enfoque por competencias pasa por considerar que el objeto de evaluación no son solo los conocimientos adquiridos, sino también las competencias desarrolladas por los estudiantes. Se está en la búsqueda de metodologías para favorecer procesos de enseñanza y aprendizaje que contribuyan a la capacidad de ser, conocer y hacer de los estudiantes, mediante el énfasis en el análisis y aplicación en la construcción de las competencias de egreso, esto en un proceso simultáneo de aprendizaje y evaluación. La evaluación de competencias se basa en el acceso a fuentes múltiples y variadas de información con el fin de determinar si los estudiantes han alcanzado el nivel esperado de desarrollo de competencias, así como un grado suficiente de dominio de los recursos vinculados a cada competencia. La evaluación formativa es un elemento importante en este enfoque, e impulsa a diseñar propuestas de aprendizaje potenciado por la evaluación. En este contexto los cuestionarios de bajo impacto son evaluaciones breves y frecuentes que se utilizan para medir la comprensión de los estudiantes sobre un tema específico, forman parte del proceso de evaluación formativa y se complementan con la evaluación sumativa. Son una herramienta educativa valiosa en el entorno universitario como indicadores sobre el progreso del aprendizaje y una forma sencilla de evaluar conocimientos o habilidades específicas en un estudiante, que requiere un esfuerzo mínimo por parte del evaluado y aporta la tan necesaria retroalimentación al proceso. No se trata de una simple introducción de tecnología en la evaluación, supone una visión distinta sobre la naturaleza del aprendizaje y del papel de la evaluación. En otras palabras, el objetivo de aplicarlos, como afirma Biggs (2005) se trataría de alinear la evaluación con los resultados de aprendizaje y las actividades en aprendizaje-enseñanza a realizar. Reto este todavía bastante lejano a las prácticas actuales.

Se propone en este trabajo, una estrategia didáctica que favorece la construcción y evaluación gradual de los conocimientos en el estudiante, que da importancia a la metacognición como una capacidad compleja que requiere trabajarse a través de la observación, las devoluciones del docente y de la reflexión crítica sobre el propio aprendizaje por parte del estudiante.

Desarrollo de la estrategia

La evaluación en enfoque por competencias se escalona en continuo, actividades de aprendizaje y evaluaciones que son similares. Se pretende hacer una auténtica evaluación del aprendizaje. Según Zabalza (2019) “la evaluación debe estar inmersa en el desarrollo habitual del proceso enseñanza aprendizaje. Debe ser formativa. La evaluación debe incluir demandas cognitivas variadas y progresivas.”

Los quizz o cuestionarios, a menudo administrados al comienzo o al final de una clase, tienen como objeto proporcionar retroalimentación continua e inmediata tanto a los estudiantes como a los profesores, enfocada en ayudar ambas partes, identificando sus logros y/o áreas de oportunidad para progresar en el estudio. Son un recurso que puede utilizarse para una variedad de propósitos: mejorar el aprendizaje, medir el desempeño, un diagnóstico del proceso, guiar al docente en la toma de decisiones. Están compuestos por pocos reactivos, bien estructurados, con tiempo breve para su resolución. Deben centrarse en conceptos claves y habilidades que se quieren desarrollar a lo largo del curso. Una característica que lo

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

diferencia de una evaluación sumativa tradicional es que se usan en su diseño reactivos de opción múltiple, falso-verdadero, y completar espacios en blanco, no reactivos de respuesta abierta (Cohen y Sasson, 2016).

Entre las ventajas de los cuestionarios, podemos destacar:

- ✓ Permiten evaluar el saber, el pensamiento crítico y el aprendizaje significativo.
- ✓ Pueden utilizarse en diversos entornos de aprendizaje, presencial, en línea o mixto.
- ✓ Los estudiantes pueden responderlos desde cualquier dispositivo que dispongan, aumentando su accesibilidad.
- ✓ Los cuestionarios son fáciles de administrar, no requieren de disponer y usar mucho tiempo de clase, y pueden cubrir una amplia gama de temas.
- ✓ En su diseño se pueden utilizar una variedad de recursos, como gráficas, ilustraciones, diversos símbolos. Pueden tener un diseño lúdico, que favorece para involucrar a los estudiantes en un aprendizaje activo y significativo.
- ✓ Hay un amplio número de plataformas, con opciones de uso gratuito, para su implementación, que otorgan resultados inmediatos, (Kahoot!, Quizziz, Socrative, son alguna de ellas). Se pueden generar reportes individuales y/o grupales de los resultados de manera eficiente. Esto también es un aporte a la mejora o transparencia de los procesos de evaluación.
- ✓ Retroalimentación inmediata. Los cuestionarios de bajo impacto permiten a los profesores obtener una visión instantánea del nivel de comprensión de los estudiantes y hacer remediaciones. Esto también puede ayudar a identificar áreas problemáticas que necesitan ser abordadas en futuras clases, en pos de la mejora continua del proceso.
- ✓ Promueven la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Al completar regularmente estos cuestionarios, los estudiantes se involucran más en el material del curso y tienen más oportunidades para reflexionar sobre lo que han aprendido, con oportunidades de autoevaluarse, favoreciendo el proceso de metacognición.
- ✓ Mejoran la retención del conocimiento. La investigación ha demostrado que la práctica frecuente y distribuida puede mejorar la retención del conocimiento (Bernabéu, 2017). Los cuestionarios de bajo impacto proporcionan una oportunidad para esta práctica regular, ayudando a los estudiantes a recordar y aplicar mejor la información.
- ✓ Son útiles cuando hay una cantidad importante de estudiantes a evaluar, permiten al docente hacer devoluciones grupales inmediatas y poder subsanar errores de la clase.

Como limitaciones podemos enumerar:

- ✓ Con un cuestionara solo se pueden evaluar contenidos específicos o poca cantidad. No es adecuado para una evaluación sumativa.
- ✓ Si no está debidamente formulado y explicado puede generar reacciones adversas en los estudiantes.
- ✓ Hay que contemplar y cuidar que todos los estudiantes tengan conectividad y accesibilidad a la plataforma usada y dispongan de un dispositivo que lo permita.
- ✓ “En ocasiones un buen resultado puede ser más una cuestión de habilidades para responder el quizz, que de comprensión del contenido” (Conrad y Opena, 2018).
- ✓ Desgaste de los reactivos, deben actualizarse frecuentemente.

Implementación en el aula

Implementar cuestionarios de bajo impacto al iniciar la clase, sirve para verificar o reforzar el aprendizaje de la clase anterior; o para verificar si los estudiantes hicieron una lectura previa del tema a desarrollar en la clase, cumpliendo con las indicaciones dadas, evaluación diagnóstica, o como disparador de una clase con metodología invertida, lo que viene a reforzar el enfoque de educación centrada en el estudiante.

También puede llevarse a cabo al final de la clase, evaluación formativa, como revisión del tema desarrollado a fin de sintetizar la información y resaltar los puntos más importantes. La retroalimentación inmediata facilita en esta forma el

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

salvar dudas del desarrollo del tema. Es importante que los profesores proporcionen retroalimentación constructiva y oportuna.

Según Fernández March, A. (2011), “Al principio las estrategias evaluativas suelen ser más informales para ir evolucionando en la fase de elaboración y trabajar sobre determinados componentes de la competencia que se quiera desarrollar. En esta fase las actividades de evaluación se pueden centrar sobre los componentes/recursos/resultados de aprendizaje y/o sobre las estrategias de aprendizaje. En esta etapa, la tarea integradora tiene por objetivo facilitar la activación de los conocimientos adquiridos con anterioridad y la elaboración de nuevos aprendizajes que faciliten la adquisición de la competencia y permitan llevar a cabo la tarea de integración.”

Como guía para el diseño de un cuestionario, se pueden listar algunos pasos:

1. Antes de crear los cuestionarios, es importante conocer y tener claros cuáles son los resultados de aprendizaje del curso. Esto ayuda a diseñar preguntas que estén alineadas con lo que se quiere que los estudiantes aprendan.
2. Definir el tipo de evaluación a realizar, diagnostica, formativa, autoevaluación y el momento de la clase a realizarlo.
3. Precisar el tema o contenido a ser evaluado. Es deseable que se evalúe un tema por cuestionario.
4. Definir los conceptos o puntos principales o importantes sobre los que se realizaran los reactivos.
5. Definir el título del cuestionario. Es aconsejable que este título sea llamativo, corto y no tan formal a fin de no perder la naturaleza lúdica que dan las distintas plataformas en la apariencia de los cuestionarios.
6. Establecer el tipo de reactivos. Es aconsejable que sean reactivos de opción múltiple, verdadero-falso, y completar espacios en blanco. No hacer reactivos de respuesta abierta o ensayo, ya que se dificulta obtener los resultados inmediatamente terminado el tiempo de respuesta, además afectan a la duración del cuestionario y se puede caer en subjetividades entorpeciendo el proceso de calificación.
7. Asignar puntaje a cada reactivo. Las diversas plataformas permiten que cada reactivo pueda tener un puntaje diferente, de acuerdo con la importancia del mismo.
8. La redacción de los reactivos debe realizarse empleando un lenguaje simple, claro y preciso, además cada uno de ellos debe contener la información completa para contestarlo.
9. Medir y establecer la duración del cuestionario, asignándole tiempo a cada reactivo. Es aconsejable que no supere una duración de 15 minutos y la cantidad de reactivos no más de 10 o 15 máximo.
10. Proporcionar retroalimentación. Después de cada cuestionario, es importante proporcionar retroalimentación a los estudiantes. Esto puede implicar discutir las respuestas en clase o proporcionar comentarios escritos. La retroalimentación debe ser en tono positivo, al tiempo que permita identificar fortalezas y áreas de mejora en el manejo de los contenidos.
11. Revisar y ajustar. Finalmente, se debe revisar regularmente el rendimiento de los estudiantes en estos cuestionarios y ajustar la enseñanza en consecuencia. Si muchos estudiantes luchan con un concepto particular, se puede pasar más tiempo en ese tema en futuras clases.

La cantidad de cuestionarios de bajo impacto a administrar varía dependiendo de varios factores, como la longitud del curso, la complejidad del tema y los resultados de aprendizaje. Sin embargo, hay algunas pautas generales que se puede seguir:

- ✓ Frecuencia regular**:** Idealmente, se deben administrar estos cuestionarios de manera regular para mantener a los estudiantes comprometidos y para proporcionar retroalimentación continua. Esto podría ser al comienzo o al final de cada clase, o incluso en el medio de una clase para romper una conferencia larga. Aunque los cuestionarios frecuentes pueden ser

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

beneficiosos, también es importante no saturar a los estudiantes con demasiadas evaluaciones. Hay que encontrar un equilibrio que mantenga a los estudiantes comprometidos sin causarles estrés innecesario.

✓ Después de conceptos clave**:** Considerar administrar un cuestionario después de cubrir un concepto clave o una sección importante del material del curso. Esto puede ayudar a reforzar el aprendizaje y a identificar cualquier malentendido temprano.

Recordar, el objetivo principal de los cuestionarios de bajo impacto es proporcionar una retroalimentación continua que mejore el proceso de enseñanza-aprendizaje, no solo calificar a los estudiantes.

Al analizar los resultados de un cuestionario es importante realizar una revisión a nivel grupal, pues es posible que algunos reactivos obtengan bajos puntajes en varios estudiantes, lo anterior sería un indicador de que es necesario repasar dicho tema o bien preguntar a los estudiantes si todos los reactivos aplicados son claros y entendibles, porque el hecho de obtener malos resultados en la aplicación de un cuestionario, no siempre significa que el aprendizaje de los estudiantes es deficiente, a veces tiene que ver con la manera en la cual están siendo planteados los reactivos, por ello, al analizar los resultados de un *quizz*, es importante dialogar con los estudiantes para detectar claramente las fortalezas y áreas de oportunidad, tanto de los estudiantes, como del instrumento en cuestión.

Un ejemplo de cuestionario realizado al final del tema, se muestra en la Figura 1, como una captura de pantalla de la plataforma con vista de resultados.

Preguntas

N.º	Pregunta	Tiempo	Precisión	Respuestas		
				Correcto	*Incorrecto*	*No intentado*
1	**En todos los casos el valor de la integral definida coincide con el valor del área.**	12 secs	81%	55	8	5
2	**Toda partición es un refinamiento de si misma.**	11 secs	78%	53	9	6
3	**En una partición, si el número de subintervalos crece infinitamente, entonces su norma tenderá a cero.**	17 secs	50%	34	32	2
4	**Si el resultado de una integral definida da como valor cero necesariamente el límite superior es igual al límite inferior.**	18 secs	44%	30	33	5
5	Si uno de los límites de integración de una integral es infinito entonces el resultado de la misma es necesariamente infinito.	17 secs	71%	48	14	6
6	**Al refinar una partición, las sumas superiores aumentan y las inferiores disminuyen.**	13 secs	59%	40	23	5
7	¿Se puede aplicar la regla de Barrow si hay una discontinuidad en el intervalos de integración?	15 secs	46%	31	32	5
8	¿Cómo se procede para resolver integrales con uno de sus límites infinitos?	21 secs	60%	41	20	7

Figura 1

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Resultados

El proceso de evaluación en cada tema, desarrollado con cuestionarios muestra resultados muy positivos. Como se ve en la Figura 2, con el progreso en los temas, el puntaje promedio de la clase en los cuestionarios aumenta, señala los cambios en la forma de estudio de los estudiantes, desarrollan las competencias de aprendizaje significativos y autonomía, a medida que se avanza en el cursado de la asignatura, aprovechan mejor los cuestionarios como una herramienta más de estudio y metacognición.

El efecto del cambio de estrategia es notable como muestran los resultados comparativos de la evaluación sumativa, parcial 1, a lo largo de los últimos 5 años, Figura 3. El 2019 debe entenderse como línea base mientras que en 2020 los esquemas evaluativos fueron de una sistematización incipiente por el contexto de pandemia. Sin embargo, la tendencia desde 2021 hasta 2023 es motivadora a continuar introduciendo mejoras en esta estrategia.

Figura 2

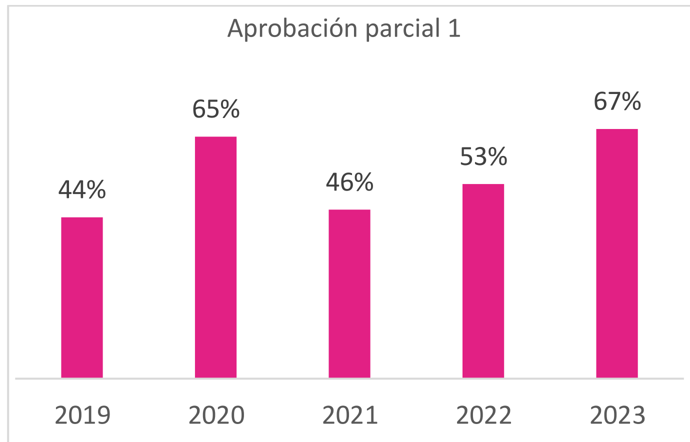


Figura 3

Se realizó una encuesta a los estudiantes para medir la aplicación de cuestionarios abarcando distintas dimensiones. Se les pregunto respecto a sus posibilidades de conexión a internet para responder el cuestionario. El 80% de los estudiantes respondió que no tuvo inconvenientes y. un 5% respondió que en alguna ocasión tuvo problemas de conexión, argumentando que fueron problemas con la velocidad de conexión y con desconexiones inesperadas.

En relación con el diseño y la intencionalidad educativa de los cuestionarios: la selección de temas del curso abordados en los cuestionarios, el 85% de los estudiantes respondieron que los temas que abarcaron los cuestionarios fueron adecuados, respecto a la frecuencia de la implementación, el 56% respondió que es adecuada, un 27% considera que deben ser más cantidad y más frecuentes, constituyendo esto una indicación que los estudiantes le dan valor como ayuda a su proceso de aprendizaje, más allá de ser una evaluación.

La percepción del estudiante respecto a la utilidad y lo que aportan estos cuestionarios a su proceso de aprendizaje: el 47% considera que le ayudan mucho y un 32% que son de ayuda.

La retroalimentación inmediata fue valorada como muy adecuada y positiva por el 80% de los estudiantes. Esto último nos lleva a afirmar la importancia de la retroalimentación como una acción para la mejora del aprendizaje.

Conclusiones

Los cuestionarios como herramienta de evaluación son muy versátiles, posibilitan su aplicación a todas las áreas del conocimiento y de forma ubicua en evaluaciones diagnósticas y formativas. Pueden ser una herramienta efectiva para mejorar el aprendizaje y la enseñanza en un curso universitario. Fomentan la participación activa y mejoran la retención del conocimiento. Es una estrategia muy conveniente para aplicar en modelos de enseñanza híbridos.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El quizz se ha convertido en un apoyo frecuente en las prácticas de evaluación docente debido a su flexibilidad, inmediatez en los resultados y practicidad para una retroalimentación oportuna y valiosa. Una gran ventaja de estos cuestionarios es que permiten hacer un seguimiento personalizado por estudiantes y por pregunta, además de dar los resultados de todo el curso.

"El uso del quiz permite que los docentes preparen escenarios diversos para el momento en que se reúnan con sus alumnos, de forma que la clase, presencial o a distancia, pueda ser adaptada a las necesidades de los estudiantes, en tiempo real "(Medeiros y Bessa, 2017).

Aplicar cuestionarios es una forma de involucrar a los estudiantes en un aprendizaje activo y significativo, en el que pueden reflexionar y discutir sobre los contenidos.

Referencias

Anijovich, R.(2017) "La evaluación formativa en la enseñanza superior" Voces de la educación. 2(1) pp. 31-38

Biggs, J.B. (2005). Calidad del aprendizaje universitario. Madrid. Nancea

Cohen, D. & Sasson, I. (2016). Online quizzes in a virtual learning environment as a tool for formative assessment. Journal of Technology and Science Education, 6(3), 188-208. https://www.redalyc.org/pdf/3311/331147308004.pd

Conrad, D. & Openo, J. (2018). Assessment strategies for online learning. Engagement and authenticity. AU Press. https://www.aupress.ca/books/120279-assessment-strategies-for-online-learning/

Farfán-Pimentel, J. F., Valdez-Asto, J. L., Serveleon-Quincho, F., Asto-Huamaní, A. Y., Carreal-Sosa, C. L., & Farfán-Pimentel, D. E. (2023). Quizizz en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria: Una revisión teórica. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 7(2), 2987-3005

competencias en la educación universitaria. REDU. Revista de Docencia universitaria, 8(1), 11-34. ISSN:1887-4592

Ley Leyva, N. V., & Espinoza Freire, E. E. (2021). Características de la evaluación educativa en el proceso de aprendizaje. Revista Universidad y Sociedad, 13(6), 363-370.

López Pastor, V. M. (2012). Evaluación formativa y compartida en la universidad: clarificación de conceptos y propuestas de intervención desde la Red Interuniversitaria de Evaluación Formativa.

Medeiros, R. & Bessa, A. (2017). MiniTeste: uma ferramenta agil para aplicacao de avaliacoes personalizadas. Renote Revista Novas Tecnologías na Educacao, 15(1), 1-10. https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/75126/42565

Ruiz, D. (2019). Quizizz en el aula: evaluar jugando.

Sánchez Mendiola, M., Martínez González, A. ed (2022). Evaluación y aprendizaje en educación universitaria: estrategias e instrumentos. 1ª ed. Ciudad de México, UNAM. p.774. ISBN 978-607-30-6076-9.

Sangrá, A., (coord.), Badia, A., Cabrera, N., ed at. (2020) Decálogo para la mejora de la docencia online. 1° ed. Fundación per a la Universitat Oberta de Catalunya. Editorial UOC. Barcelona.

Santa Gadea, K. D. (2009). Evaluación y Metacognición en el aula. Investigación Educativa, 13(24), 119-133.

Zabalza Beraza, M.A., Lodeiro Enjo, L. (2019), Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 2019, 12(2), 29-47. https://doi.org/10.15366/riee2019.12.2.002

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Evaluación por competencias utilizando recursos de Moodle

Evaluation by competencies using Moodle resources

Presentación: 25/03/2024

María de los Angeles Pignatta
Departamento de Materias Básicas. Facultad Regional Villa María, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.
apignatta@frvm.utn.edu.ar

María Celeste Stroppiano
Departamento de Materias Básicas. Facultad Regional Villa María, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.
cstroppiano@gmail.com

Cristina Marina Márquez
Departamento de Materias Básicas. Facultad Regional Villa María, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.
cmarquez@frvm.utn.edu.ar

Agostina Belén Bragas
Departamento de Materias Básicas. Facultad Regional Villa María, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.
agostinabragas14@gmail.com

Resumen

Este artículo presenta una experiencia desarrollada durante el año 2023 en la Facultad Regional Villa María. La misma tuvo lugar en la asignatura Análisis Matemático II, correspondiente a cuatro especialidades de Ingeniería: Química, Electrónica, Mecánica y en Sistemas. El objetivo principal fue agilizar y simplificar los procesos de evaluación basados en competencias mediante el uso de tecnología, específicamente aprovechando los recursos disponibles en la plataforma Moodle. Se destacan dos herramientas utilizadas: los cuestionarios de retroalimentación inmediata y la calificación de tareas mediante rúbricas.

La implementación práctica de esta propuesta se basó en la estructuración de la asignatura alrededor de cinco Resultados de Aprendizaje (RA), alineados con el diseño de actividades formativas y sumativas. Además de actividades formativas de autoevaluación, se describe el uso de la resolución de problemas como actividad sumativa, donde los estudiantes trabajan colaborativamente para resolver un problema y elaborar un video como presentación de sus resultados. Para esta tarea, se implementó una rúbrica de evaluación, aprovechando la funcionalidad de Moodle para reutilizar recursos y agilizar el proceso de corrección y retroalimentación.

Palabras clave: Evaluación basada en competencias, Plataforma Moodle, Autoevaluación, Rúbricas de evaluación.

Abstract

This article presents an experience developed during the year 2023 at the Villa María Regional Faculty. It took place in the subject Mathematical Analysis II, corresponding to four engineering specialties: Chemistry, Electronics, Mechanics and Systems. The main objective was to streamline and simplify competency-based assessment processes through the use of technology, specifically taking advantage of the resources available on the Moodle platform. Two tools used stand out: immediate feedback questionnaires and the grading of tasks using rubrics.

The practical implementation of this proposal was based on the structuring of the subject around five Learning Outcomes (RA), aligned with the design of formative and summative activities. In addition to self-assessment training activities, the use of problem solving as a summative activity is described, where students worked collaboratively to solve a problem and create a video to present their results. For this task, an evaluation rubric was implemented, taking advantage of Moodle's functionality to reuse resources and streamline the correction and feedback process.

Keywords: Competency-based assessment, Moodle Platform, Self-assessment, Assessment rubrics.

Introducción

Desde la perspectiva de las competencias, la evaluación es vista como un recurso más para promover y lograr el aprendizaje. La evaluación basada en competencias requiere integrar lo cualitativo y lo cuantitativo, ya que “con palabras no se puede medir y con números no se puede comprender ni explicar” (Tobón Tobón, 2010, p. 128). El instrumento que permite lograr esta integración es la Rúbrica de evaluación.

Se entiende a la evaluación como una parte del proceso de aprendizaje de los estudiantes, actuando en conjunto. No así como un bloque distinto que enuncia una acreditación de temáticas. Al evaluar, se define al estudiante como rol de sujeto de conocimiento donde hace uso de la información que lleva consigo para ser utilizada en otros contextos, en resolución de problemas, en respuestas a preguntas de vinculación de temáticas. En la evaluación se utilizan recursos con consignas claras, precisas y específicas. “Una evaluación valiosa es la que constituye una instancia más de enseñanza y de aprendizaje” (Anijovich, 2017, p.20)

En un modelo de aprendizaje centrado en el estudiante como el propuesto por CONFEDI a través de la “Propuesta de Estándares de Segunda Generación para la Acreditación de Carreras de Ingeniería en la República Argentina”, la autoevaluación adquiere un rol sumamente importante. Es fundamental proporcionar mecanismos de evaluación que permitan a los estudiantes desarrollar habilidades de autorregulación y reflexión durante su proceso de aprendizaje.

Las acciones que el estudiante conlleva en una autoevaluación se relacionan con la medición entre su propio trabajo y el desempeño apropiado que exige la actividad evaluativa. Haciendo visible qué debe tener en cuenta para explicitar la fase del nivel de aprendizaje donde se encuentra. Lo mismo se vincula directamente a la autorregulación y, como se observa en las consignas desarrolladas en este trabajo, fomenta la metacognición en el propio estudiante sobre su grado de avance.

La implementación de dichas estrategias de evaluación, aunque valiosas, suele complejizarse significativamente cuando nos encontramos con grupos muy numerosos de estudiantes. Esta experiencia se llevó a cabo por primera vez durante el primer cuatrimestre del año 2023 en tres comisiones de Análisis Matemático II, abarcando las carreras de Ingeniería Mecánica, Ingeniería Química e Ingeniería en Sistemas de Información. Posteriormente, durante el segundo cuatrimestre del mismo año, se repitió la experiencia en la comisión de Ingeniería Electrónica, abarcando un total de 245 estudiantes entre las dos etapas.

El objetivo de la propuesta fue agilizar y simplificar los procesos de evaluación que sugiere el modelo de formación por competencias, mediante el uso de tecnología. Para este fin, se seleccionaron dos recursos disponibles en la plataforma Moodle: los cuestionarios de retroalimentación inmediata y la calificación de tareas mediante rúbricas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo

La asignatura se estructura en torno a cinco Resultados de Aprendizaje (RA), cada uno de los cuales incluyen tanto actividades formativas como sumativas. Las actividades formativas se implementaron utilizando cuestionarios de autoevaluación en la plataforma Moodle. La característica distintiva de estos cuestionarios reside en su capacidad para proporcionar retroalimentación en tiempo real, convirtiéndolos en una herramienta especialmente atractiva tanto para los alumnos como para los docentes. Para los estudiantes, esta herramienta ofrece la oportunidad de evaluar y reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje, mientras que para los docentes facilita la entrega de retroalimentación detallada e inmediata, algo que, de otro modo, podría resultar difícil debido a limitaciones de tiempo.

Se emplearon diferentes formatos de pregunta, como opción múltiple, verdadero/falso, emparejamiento y respuesta numérica. Se muestran ejemplos de estas preguntas en las Figuras 1 y 2 junto con la retroalimentación proporcionada.

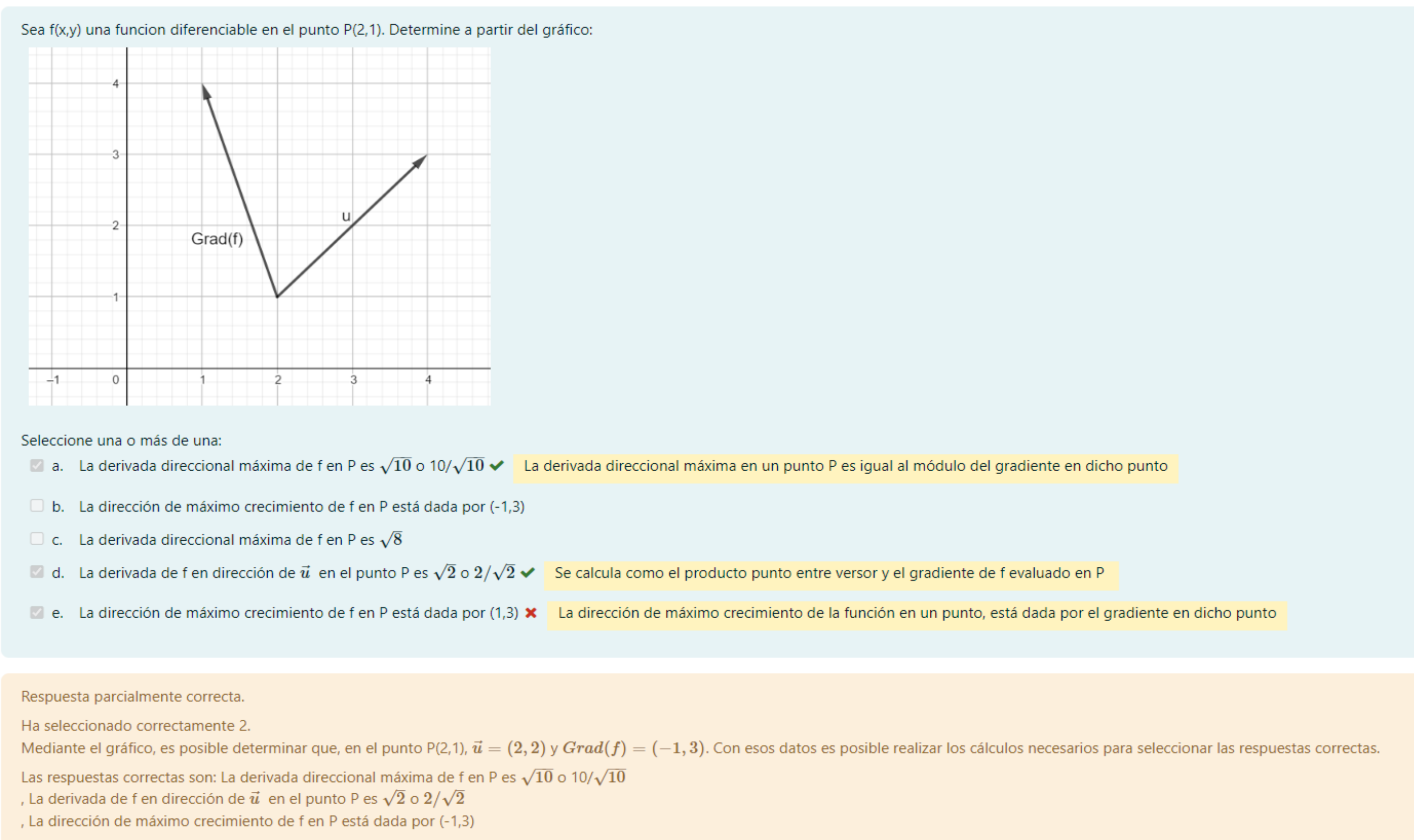


Figura 1 *- Modelo de pregunta de opción múltiple*

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

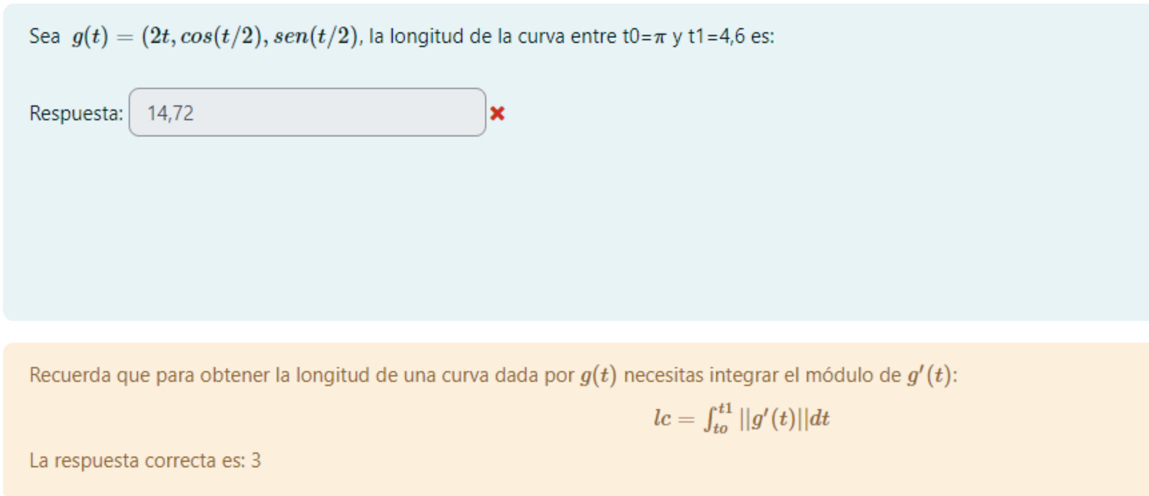


Figura 2 - *Modelo de pregunta calculada*

La autoevaluación se presenta como un componente eficaz dentro del proceso de evaluación continua, al mismo tiempo que posibilita desarrollar la "Competencia para aprender de manera continua y autónoma". Esta competencia implica el desarrollo de habilidades específicas en el estudiante, tales como alcanzar autonomía en el aprendizaje, evaluar el propio proceso de aprendizaje identificando los recursos necesarios para mejorarlo y establecer una estrategia personal de formación para toda la vida.

Además, la retroalimentación proporcionada por el docente invita al estudiante a reflexionar sobre sus conocimientos, sus logros y sus áreas de mejora, brindándole la oportunidad directa de revisar aquello en lo que aún no se siente seguro y necesita reforzar, con el fin de alcanzar los objetivos académicos establecidos.

En Kowalski Danguir, Erck Sabat, Enriquez Cukla, Morano Lerda et al. (2021), se sugieren varios principios para abordar la formación de competencias y el aprendizaje centrado en el estudiante, entre los cuales se destaca la adopción de metodologías activas. Con este propósito, se diseñaron algunas situaciones problemáticas para que los estudiantes aborden el siguiente Resultado de Aprendizaje:

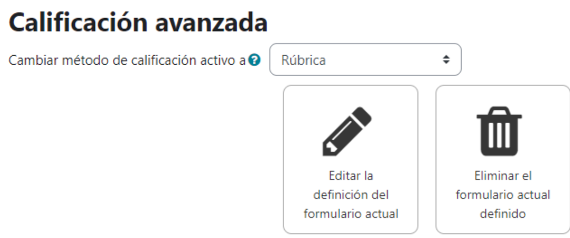
[Utiliza] [Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo grado] [para representar modelos matemáticos simples] [utilizando software para hallar o validar sus resultados, y desarrollando su aprendizaje autónomo].

Se propuso a los estudiantes que trabajen colaborativamente para resolver un problema relacionado a ciertos modelos de ecuaciones diferenciales, como la Ley de enfriamiento de Newton, la Ley de crecimiento poblacional o el vaciado de tanques. La presentación de sus resultados fue compartida mediante la elaboración de un video.

Además, la consigna proporcionaba una rúbrica de evaluación detallando los criterios necesarios para aprobar la tarea. Este instrumento brindó claridad tanto a los docentes como a los alumnos en cuanto a los objetivos de la actividad y contribuyó a reducir la subjetividad no sólo durante la evaluación, sino también durante el desarrollo de la tarea.

La rúbrica de evaluación diseñada fue implementada en Moodle para agilizar el proceso de corrección y retroalimentación. La Figura 3 ilustra la vista de calificación avanzada que permite configurar la calificación mediante rúbricas en el contexto de una tarea específica.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024



Rúbrica de evaluación video Listo para su uso

Fundamentos matemáticos	No se utilizan ecuaciones diferenciales para llegar al modelo solicitado. Las que aparecen, presentan errores desde el punto de vista matemático. ***1.2 puntos***	Se utilizan ecuaciones diferenciales para llegar al modelo solicitado. Aparecen algunas imprecisiones y/o desarrollos incompletos. ***2.4 puntos***	Se utilizan correctamente las ecuaciones diferenciales para llegar al modelo solicitado. ***3 puntos***
Presentación y organización de la información	El video no responde totalmente a lo que plantea el problema dado. Presenta deficiencias en términos de las soluciones presentadas y explicaciones aportadas. ***1 puntos***	El video responde a lo que plantea el problema dado. Aunque presenta algunas deficiencias en la organización de la información presentada y en las explicaciones aportadas. ***2 puntos***	El video presenta la resolución del problema de manera organizada y con explicaciones claras. ***2.5 puntos***
Uso del lenguaje	Hay más de tres errores en el uso del lenguaje natural y/o matemático. ***0.6 puntos***	Hay algunos errores en el uso del lenguaje natural y/o matemático, pero en general se utiliza correctamente. ***1.2 puntos***	Se hace un uso correcto y adecuado del lenguaje natural y matemático. ***1.5 puntos***
Duración	El video excede significativamente el tiempo establecido o es demasiado breve. ***0.6 puntos***	El video excede el tiempo establecido, o es más breve. ***1.2 puntos***	El video cumple con el tiempo establecido. ***1.5 puntos***
Calidad técnica	El video presenta una calidad técnica regular, con algunos problemas en la imagen, sonido, iluminación, etc. ***0.6 puntos***	El video presenta una calidad técnica aceptable en términos de imagen, sonido, iluminación, etc. ***1.2 puntos***	El video tiene una excelente calidad técnica en términos de imagen, sonido, iluminación, etc. ***1.5 puntos***

Figura 3 - *Rúbrica de evaluación implementada en la plataforma Moodle*

Los niveles de dominio definidos resultaron adecuados para describir el desempeño de los estudiantes. Estos niveles no solo facilitaron la evaluación cuantitativa, sino que también proporcionaron un marco claro para comunicar los resultados obtenidos.

En relación a los criterios de evaluación, se realizaron selecciones considerando las cualidades que Kowalski Danguir, Erck Sabat, y Enríquez Cukla (2021) identifican como deseables para tales criterios: pertinencia, claridad, observabilidad, independencia, integralidad, y gradualidad.

Es relevante señalar que la rúbrica utilizada para evaluar videos ya había sido implementada previamente en el aula virtual de otra asignatura. Su reutilización en el contexto del curso de Análisis Matemático II resultó conveniente y sin complicaciones. Durante la configuración de la tarea, se optó por la opción "Nuevo formulario a partir de una plantilla" y se seleccionó la función "Incluir mis propios formularios". Esta última alternativa permite acceder a todas las plantillas creadas previamente en cualquier aula de la plataforma, posibilitando su selección y modificación según las necesidades específicas del curso.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

Se destaca el valor de las rúbricas como herramienta para transparentar la evaluación y proporcionar retroalimentación a los estudiantes. La selección cuidadosa de criterios, no sólo permitió enfocarse en el rendimiento específico de la tarea, sino que también contribuyó de manera significativa a evaluar el logro del Resultado de Aprendizaje en cuestión.

Conocer de antemano la rúbrica de evaluación resultó una manera valiosa de explicitar los aspectos que son considerados relevantes, hacia los cuales es necesario enfocar la tarea.

Si bien la implementación de estrategias de evaluación puede resultar valiosa, la gestión de grupos numerosos de estudiantes presenta algunos desafíos. Sin embargo, el uso de herramientas tecnológicas puede simplificar y agilizar el proceso, como se evidencia en la experiencia mencionada en el texto.

El uso de tecnología, como la plataforma Moodle, facilita la implementación de estrategias de evaluación y retroalimentación. Los cuestionarios de retroalimentación inmediata y la calificación mediante rúbricas agilizan el proceso de evaluación, proporcionando retroalimentación detallada y oportuna tanto para estudiantes como para docentes.

En resumen, la integración de metodologías activas, la aplicación de rúbricas de evaluación, el énfasis en la autoevaluación y el aprovechamiento de herramientas tecnológicas son elementos clave para promover el enfoque de formación basado en competencias y centrado en el estudiante.

Referencias

Anijovich, R., Cappelletti, G. (2017). *La evaluación como oportunidad*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Paidos.

Kowalski Danguir, V.A., Erck Sabat, M.I., Enriquez Cukla, H.D., Morano Lerda D.E., Carreño Tesio, C.T., y Colasanto Beltramone, C.M. (2021). Curso de Posgrado Formación y Evaluación de Competencias en Ingeniería dentro de un Modelo Híbrido y Centrado en el Estudiante. *Guía de Lectura Parte 3 ¿Cómo formar competencias?* Laboratorio Mecek.

Kowalski Danguir, V., Erck Sabat, M.I., y Enríquez Cukla, H. (2021). Curso de Posgrado Formación y Evaluación de Competencias en Ingeniería dentro de un Modelo Híbrido y Centrado en el Estudiante. *Guía de Lectura Parte 4 Del ¿Sabe o NO Sabe? al ¿Es COMPETENTE o NO?* Laboratorio Mecek.

Tobón Tobón S., Pimienta Prieto, J.H., y García Fraile, J.A. (2010). *Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias*. México: Pearson Education.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Incorporación de nuevas TIC en la enseñanza de Álgebra y Geometría Analítica en UTN-FRC

Integration New ICT in the Teaching of Algebra and Analytical Geometry at UTN-FRC

Presentación: 05/04/2024

Pablo Ochoa Rodríguez
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba, Argentina.
pochoa@frc.utn.edu.ar

Natalia Cuello
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba, Argentina.
ncuello@frc.utn.edu.ar

Gastón Gagliardo
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Córdoba, Argentina.
ggagliardo@frc.utn.edu.ar

Resumen

El presente trabajo expone los resultados de haber aplicado el software matemático Geogebra en el desarrollo de un curso de Álgebra y Geometría Analítica dirigido a estudiantes de Ingeniería Electrónica. El estudio se abordó a lo largo de varios ejes, con el objetivo de profundizar en el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante la implementación de herramientas informáticas. Estas herramientas se utilizaron para facilitar una comprensión más completa de los conceptos y competencias desarrollados en el curso. Así, se propuso la realización de diversos problemas, tanto en formato tradicional en papel como utilizando Geogebra, con el fin de reforzar los conocimientos adquiridos. Además, se buscó establecer comparaciones y extraer conclusiones que destacaran la importancia de modelizar situaciones en tres dimensiones.

Palabras clave: competencias, Geogebra, enseñanza y aprendizaje.

Abstract

The present study presents the results of applying the mathematical software Geogebra in the development of a course on Algebra and Analytical Geometry aimed at students of Electronic Engineering. The study was conducted along several axes, aiming to delve into the teaching and learning process through the implementation of information and communication technologies. These tools were used to facilitate a more comprehensive understanding of the concepts and skills developed in the course. In this sense, the completion of various problems was proposed, both in traditional paper format and using Geogebra, to reinforce the acquired knowledge.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Furthermore, the study sought to make comparisons and draw conclusions that emphasized the importance of modeling situations in three dimensions.

Keywords: competences, Geogebra, teaching-learning.

Introducción

Existe un amplio consenso en que la incorporación de las Nuevas Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (NTIC) eleva la calidad de la enseñanza. En un mundo cada vez más interconectado y permeado por tecnologías que facilitan el acceso a vastas cantidades de información, es imperativo capacitar a los ciudadanos para desenvolverse con destreza en el uso de estas herramientas. Sin embargo, podemos ir un paso más allá al considerar que la integración de las NTIC en el entorno educativo implica adoptar una perspectiva pedagógica hacia las herramientas informáticas. Esto significa incorporar la tecnología de manera orgánica en el currículo, con el objetivo de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula. Es decir, no solo se trata de formar para el uso de las NTIC, sino también de formar con el uso de estas. Además, investigaciones indican que el uso de las NTIC puede favorecer el aprendizaje: aumentando el interés por la materia estudiada, mejorando la capacidad para resolver problemas, favoreciendo el aprendizaje del trabajo en grupo y la comunicación de los estudiantes e incrementando su creatividad e imaginación (Martín-Laborda, 2006).

De esta propuesta se espera que los contenidos curriculares sean accesibles para los estudiantes, al tiempo que se reconoce el nivel de complejidad que conllevan. En la gestión de la enseñanza actual, es necesario tener cierto conocimiento sobre cómo funciona la dinámica y el desempeño del conocimiento en situaciones reales de práctica. Un desafío clave es diseñar propuestas de enseñanza que fomenten la capacidad de los estudiantes para reflexionar durante la acción. En este contexto, es importante desarrollar propuestas que logren un equilibrio óptimo entre teoría y práctica (Sierra, 2016). Esto destaca la relevancia de la formación y evaluación basada en competencias (Giordano-Lerena et al., 2013). Se hace evidente la necesidad de que los estudiantes adquieran competencias esenciales para su futura carrera profesional. Una competencia se entiende como la capacidad, habilidad o destreza para lograr algo; son aprendizajes construidos, y en este trabajo se propone un entorno de aprendizaje digital para fortalecer conocimientos específicos en Geometría Analítica, específicamente en las unidades de Rectas y Planos, y de Cónicas y Cuádricas. En este contexto, es crucial buscar y emplear nuevas estrategias que permitan abordar este desafío y, al mismo tiempo, situar al estudiante en el centro del proceso educativo. La asignatura Álgebra y Geometría Analítica forma parte del Bloque de Ciencias Básicas del Plan de Estudios de Ingeniería en la Universidad Tecnológica Nacional. Dentro de sus unidades temáticas, se abordan temas que requieren el uso de herramientas más allá de la tradicional clase expositiva en pizarra. Según los resultados de las encuestas a los estudiantes, son precisamente estas unidades temáticas las que presentan mayores dificultades en su comprensión y aprehensión.

De acuerdo al CONFEDI y la Secretaría de Políticas Universitarias (SPU) (CONFEDI, 2014), como las competencias específicas se refieren o se relacionan a saberes específicos, es necesario que el estudiante desarrolle habilidades que le permitan convertirse en el gestor de su propio conocimiento. En este ámbito se observa que los estudiantes están cambiando en cuanto a sus estructuras cognitivas y estrategias de aprendizaje y no se condicen con los sujetos de aprendizaje para los cuales el sistema educativo fue diseñado. En este marco, las NTIC se convierten en una estrategia clave para la educación científica y tecnológica. Tanto el aumento incesante del conocimiento como la popularidad y disponibilidad de Internet y equipos informáticos han propiciado la aparición de la enseñanza virtual y recursos digitales (Alva Suárez, 2004). En consecuencia, estas tecnologías han generado un impacto en el desarrollo

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

de nuevos modelos de adquisición de conocimiento. Utilizar el software informático Geogebra, permite correrse del lugar de imagen estática en dos dimensiones en papel o pizarra, para poder visualizar modelos y representaciones en tres dimensiones, lo cual le proporciona al estudiante una visión realista de la representación gráfica de las situaciones problemáticas que debe resolver.

En este nuevo enfoque de la educación, que defiende el uso de la tecnología no como un fin sino como un medio para mejorar el proceso de aprendizaje, es fundamental utilizar las nuevas herramientas de forma apropiada. De este modo, el objetivo principal de esta presentación es enseñar los avances llevados a cabo para lograr introducir como practica de enseñanza el uso de estas nuevas herramientas que les brindan a los estudiantes representaciones reales que permiten optimizar el aprendizaje de determinados ejes.

Por este motivo, en este trabajo se da cuenta de las actividades realizadas en una clase teórica-práctica para estudiantes de Ingeniería Electrónica, empleando Geogebra para la resolución de situaciones problemáticas sobre las Unidades Planos y Rectas en tres dimensiones, con complementos en las unidades temáticas de Cónicas y Cuádricas.

Metodología

En primer lugar, se puso a disposición el uso de un Aula Virtual con secciones correspondientes donde los estudiantes pudieron acceder a las diapositivas de los desarrollos teóricos, así como también a las soluciones de los ejercicios de la guía de Trabajos Prácticos. Además, se crearon Foros de Entrega para las actividades propuestas y Foros de Consulta.

En un curso de cincuenta estudiantes de Ingeniería Electrónica, se propuso resolver ejercicios utilizando Geogebra en los laboratorios de Informática de la Facultad. Los estudiantes trabajaron en equipos de dos o tres personas. Inicialmente, se les indicó que abordaran los ejercicios en papel para luego contrastar los resultados al trasladarlos a modelos en tres dimensiones. Con anticipación, los estudiantes fueron informados sobre el uso de esta plataforma, con el fin de que pudieran recordar los procedimientos del software en caso de haberlos utilizado en el nivel medio.

Los temas abordados fueron los siguientes:

a) Construcción de rectas en dos dimensiones e interpretación de las diferentes ecuaciones matemáticas que las representan.

b) Construcción de planos coordenados e interpretación de las posiciones relativas de los mismos. Interpretación de ecuaciones y rectas de intersección entre dos planos.

c) Construcción de secciones cónicas y comparación con superficies cuádricas.

Cabe destacar que tradicionalmente estos temas se abordan esquematizando graficas en tres dimensiones en papel o pizarrón lo que genera frecuentemente dificultad de interpretación. Por esto, la metodología de trabajo elegida se basó en contrastar y comparar los resultados obtenidos en papel con los generados por el software matemático. De esta manera, se buscó reforzar el entendimiento de las conclusiones mediante la visualización y esquematización en tres dimensiones.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Resultados y discusión

A continuación, se exponen algunos de los resultados presentados por los estudiantes:

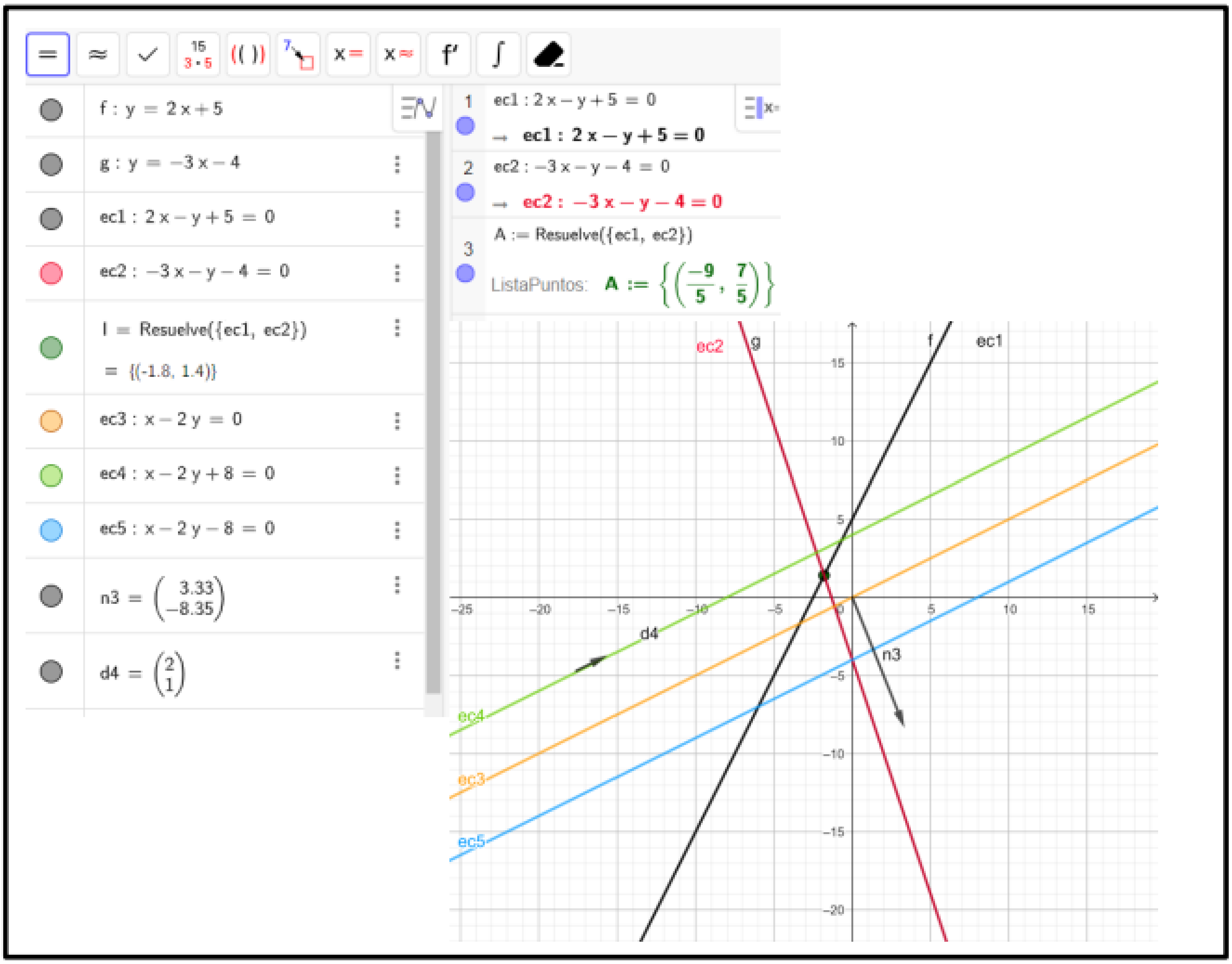


Figura 1. Representación de rectas y vectores en dos dimensiones

A partir de los resultados de la Figura 1, los estudiantes pudieron visualizar los diversos tipos de vectores asociados a una recta en dos dimensiones, al mismo tiempo que introducían ecuaciones en el software y aplicaban conceptos como el paralelismo y la perpendicularidad. También se les presentaron diferentes ecuaciones para realizar comparaciones gráficas y extraer conclusiones. Asimismo, verificaron de manera gráfica la resolución de un sistema de ecuaciones lineales 2x2 (punto de intersección).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

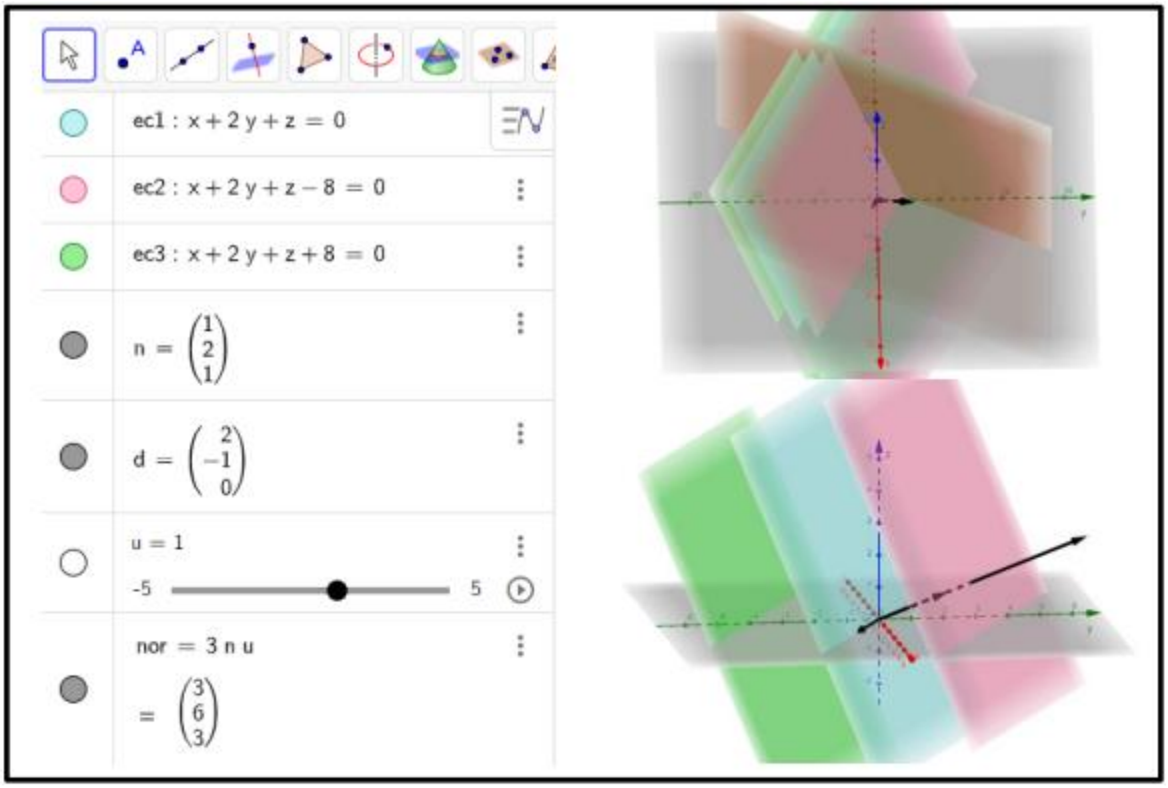


Figura 2. Representación de planos coordenados y distintos tipos de vectores.

El desarrollo de las actividades que se observa en la Figura 2 permitió a los estudiantes proponer ecuaciones de diferentes planos coordenados, lo que les ayudó a comprender el significado de cada una de las variables. Además, al representar en tres dimensiones los lugares geométricos, pudieron interpretar mejor las distancias entre planos, los vectores normales a un plano, los vectores de dirección o contenidos, así como los planos paralelos y perpendiculares entre sí.

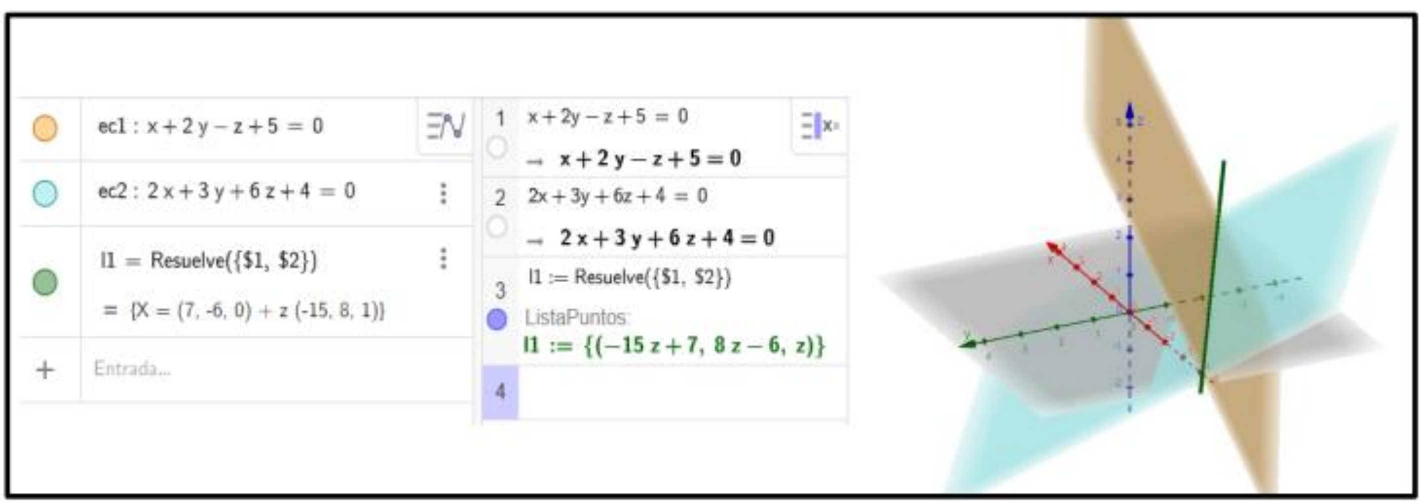


Figura 3. Intersección entre planos coordenados.

Finalmente, el desarrollo de la actividad mostrado en la Figura 3 permitió establecer una correlación entre Planos Coordenados, Rectas en tres dimensiones y Sistemas de Ecuaciones Lineales. A partir de los gráficos obtenidos, los

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

estudiantes pudieron visualizar cómo una recta surge a partir de la intersección entre dos planos, lo cual encuentra su respuesta analítica en la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, especificado por las soluciones particulares que de aquí se obtienen. A su vez, a partir de aquí, se pudo correlacionar la información obtenida, con los datos necesarios para poder plantear las ecuaciones de la recta intersección.

Por último, como actividad extra, se propuso que los estudiantes formulen ecuaciones de distintas secciones cónicas, y que luego añadan la tercera variable, para interpretar las superficies cuádricas obtenidas (figuras no presentadas).

Conclusiones

Los resultados obtenidos, evidenciados en los trabajos que los estudiantes publicaron en los Foros de Entrega habilitados en el Aula Virtual, mostraron el interés generado por el uso de una herramienta digital como Geogebra para comprender temas que suelen ser difíciles de abordar de manera tradicional.

Considerando las competencias específicas como los conocimientos potenciales que un estudiante tiene respecto a saberes concretos, con la intención de luego aplicarlos en contextos específicos, se vio necesario adoptar un enfoque de aprendizaje centrado en el estudiante que incorporara las NTIC para el desarrollo de ciertos ejes temáticos. De esta manera, se buscó fomentar la autonomía, la capacidad de plantear propuestas, discutir, interpretar y autoevaluar entre los estudiantes. Se logró introducir exitosamente la herramienta Geogebra para la resolución de problemas relacionados con Rectas, Planos y Sistemas de Ecuaciones Lineales. Los avances mostrados en el trabajo reflejan cómo los propios estudiantes presentaban ecuaciones de diversos planos coordenados para comparar, graficaban y ubicaban vectores y rectas en los esquemas que creaban. Al mismo tiempo, relacionaban los modelos gráficos en 3D con las soluciones analíticas en papel, lo que les permitió llegar a conclusiones significativas.

De esta experiencia en el aula, se pudo inferir la importancia del uso de las NTIC como herramientas pedagógicas, ya que permiten a los estudiantes obtener una visión integral de los temas al analizar de manera más detallada los contenidos matemáticos en menor tiempo, a la vez que desarrollan competencias matemáticas aplicables en su vida profesional. Por este motivo, se planea expandir el uso de Geogebra. En este sentido, recientemente, se llevó a cabo un curso de capacitación para los docentes de Materias Básicas de la FRC, a cargo de uno de los autores de este trabajo, con el objetivo de prepararlos para su uso pedagógico en el aula.

Referencias

Alva Suárez, M. (2004), *Las tecnologías de la información y el nuevo paradigma educativo*, Contexto Educativo: revista digital de investigación y nuevas tecnologías, 29, ISSN-e 1515-7458.

CONFEDI. (2014). *Documentos Competencias en Ingeniería.* Universidad Fasta. ISBN 978-987-1312-62-7. URLs: https://confedi.org.ar/download/documentos_confedi/Cuadernillo-de-Competencias-del-CONFEDI.pdf

Giordano-Lerena R. y Cirimelo S. (2013), *Competencias en ingeniería y eficacia institucional. Ingeniería Solidaria*, 9 (16), 119-127. ISSN 1900-3102 / e-ISSN 2357-6014.

Martín-Laborda R. (2006). *Las nuevas tecnologías en la educación*. Fundación AUNA.

Sierra Pérez, J. (2016). *Aprendizaje autónomo: Eje articulador de la Educación Virtual.* URLs: http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/261/492

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Integración de software a cursos matemáticos universitarios: un primer paso

Integration of software into university mathematics courses: a first step

Presentación: 11/04/2024

Giovanni Sanabria Brenes
Instituto Tecnológico de Costa Rica – Universidad de Costa Rica – Costa Rica
gsanabria@itcr.ac.cr

Resumen

Posterior a la pandemia, en el I semestre 2022, se aborda el problema de elaborar diferentes textos que incluyan el uso de software como herramienta esencial en la resolución de problemas de Matemática General, Cálculo Diferencial e Integral y Algebra Lineal. El material realizado incluye explicaciones teóricas, bastantes ejemplos y ejercicios. Su elaboración implicó adoptar una posición que respondiera a las interrogantes: ¿cuál es el significado del uso del software en la resolución de problemas para esto tópicos?, ¿en qué problemas era pertinente utilizarlo? y ¿por qué su uso se vuelve necesario para resolver ciertos problemas? Tanto la posición tomada como el material elaborado constituyen un primer paso en busca de una verdadera integración del software para los cursos de matemáticas para las ingenierías.

Palabras clave: tecnología digital, Cálculo Diferencial e Integral, Algebra Lineal , resolución de problemas con el apoyo del software.

Abstract

After the pandemic, in the first semester of 2022, the problem of preparing different texts that include the use of software as an essential tool in solving problems in Basic Mathematics, Differential and Integral Calculus, and Linear Algebra is addressed. The material included includes theoretical explanations, many examples and exercises. Its development involved adopting a position that answered the questions: what is the meaning of using software in solving problems for these topics? In what problems was it pertinent to use it? And why does its use become necessary to solve certain problems? Both the position taken and the material developed constitute a first step in search of a true integration of software for mathematics courses for engineering.

Keywords: digital technology, Differential and Integral Calculus, Linear Algebra, problem solving with the support of software.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

Tradicionalmente el uso de software se ha visto como una de otras herramientas de los cuales disponen el docente para lograr enseñar los conceptos matemáticos, es decir un recurso didáctico. Pero, ¿realmente su utilización mediante software didáctico será un recurso no indispensable en la enseñanza de la matemática universitaria?

En Costa Rica, tanto en la Universidad de Costa Rica como en el Tecnológico de Costa Rica se han realizado esfuerzos por proponer cursos de matemática para ingeniería apoyados con tecnología, así surgen los cursos en laboratorio de computadoras y los cursos con ipads. Sin embargo, estos cursos son solo una opción y pesé a que se han dado desde hace varios años no han tenido un aumento significativo en la cantidad que se ofrece.

Las exigencias actuales de la ciencia y la tecnología requieren una matemática más numérica. Los métodos numéricos, la estadística y la probabilidad han evolucionado la forma de investigar e innovar gracias a la computadora. Ya la vez, el auge científico y tecnológico ha provocado una evolución de los conceptos matemáticos. Por ejemplo, el concepto de probabilidad no es el mismo que hace 30 años, las computadoras han permitido desarrollar un significado de probabilidad: la probabilidad frecuencial Batanero (2005), útil actualmente para resolver numerosos problemas.

Por otro lado, Douady (1984) indica que los conceptos matemáticos tienen carácter de instrumento y carácter de objeto y el ver un concepto como instrumento para resolver un problema es lo que le da sentido al concepto. En dicha resolución, el concepto puede intervenir en uno o varios marcos: geométrico, numérico y algebraico, entre otros. En cada marco el concepto se visualiza en términos de objetos y relaciones, formando significados del concepto en el marco. El juego de marcos propuesto por Douady, consiste en establecer correspondencias entre los significados que un mismo concepto adquiere en diferentes marcos o modelos. Este juego contribuye a construir la diversidad semántica del concepto, poniendo en evidencia el carácter heterogéneo del conocimiento que varía según el estudiante. Por lo tanto, Douady (1984) recomienda que para lograr un buen funcionamiento de los conocimientos en los alumnos, el docente debe elegir problemas donde estos intervienen en dos cuadros como mínimo.

Al analizar los cursos de matemática para ingeniería se nota un uso excesivo en el marco algebraico. En un inicio esto fue por necesidad, no se contaba con calculadoras potentes (cuadro numérico) ni con software geométrico o programas para graficar (cuadro gráfico). Así, por décadas el avance de la ciencia y la tecnológica lo dictó el pensamiento algorítmico. Sin embargo, en los últimos años el avance de la ciencia y tecnología por medio del desarrollo de software ha permitido que muchos conceptos matemáticos evolucionen, ampliando o robusteciendo su diversidad semántica. ¿Y la enseñanza ha evolucionado? El lugar privilegiado que ha tenido el marco algebraico se ha mantenido, pero quizás ya no por necesidad sino por tradición.

Ante este panorama, surge en el 2022 la posibilidad de elaborar un material que integre el uso de software para los tópicos Matemática General, Cálculo Diferencial e Integral y Algebra Lineal. El material mantiene una misma postura sobre el tipo problemas a resolver con software en los diferentes tópicos e implica una redefición y ampliación de los problemas a resolver en estos cursos pues muchos de los problemas tradicionales se vuelven triviales. El material generado, si bien surge en un curso de matemática para la carrera de Geografía, se ha venido nutriendo y es adaptable a los cursos de ingeniería. Además, es un primer paso que brinda insumos importantes sobre el camino a seguir en busca de una renovación curricular de los cursos de matemática univertarios que integren eficazmente las tecnologías digitales.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo

El software utilizado para desarrollar el material fue Geogebra y Mathematica.

GeoGebra es un software libre de matemática para educación en todos sus niveles disponible en múltiples plataformas. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraica general y simbólica, estadísticas y de organización en organización en tablas y planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Su uso, por el tipo de tópicos se centró en el análisis gráfico de funciones.

Mathematica es un sistema de algebra computacional junto con un poderoso lenguaje de programación utilizado principalmente para investigación en diferentes áreas (matemática, ingeniería, computación, entre otras). Fue creado por Stephen Wolfram, y actualmente es un producto de la compañia Wolfram Research que se encuentra en constante evolución. Los estudiantes de la Universidad de Costa Rica tienen derecho a una licencia de Mathematica en su computadora. Su uso se centró en la comprobación de resultados y en apoyo para la solución de ciertos problemas que no es posible resolver sin software.

¿Cuál es el significado del uso del software en la resolución de problemas? De acuerdo con Douady (1984) un concepto matemático adquiere sentido cuando este es operacionalizado y utilizado en resolución de problemas. Un estudiante de ingeniería se supone que aplicará los conocimientos matemáticos vistos y les dará sentido posiblemente al resolver problemas en cursos avanzados de su carrera o cuando laboré. Pero. ¿cómo los resuelve y que sentido les dará a los conceptos estudiados?

Tenemos cursos en los que se ven demasiados algoritmos y métodos, por ejemplo, en Ecuaciones Diferenciales quizás se abordan demasiados métodos algebraicos, donde el estudiante los aplica y quizás se vuelve experto en ese manejo algebraico sin saber que está haciendo. Posiblemente en su vida profesional ante una ecuación diferencial recurra a un software para resolverla y no a recordar los métodos vistos pues incluso estos no funcionan, pero su formación le debe permitir comprender que es una ecuación diferencial y cómo plantearla a partir de una situación problema, incluso tener el manejo algebraico para interpretar lo que la IA como chatGPT hace y la habilidad tecnología para utilizar un software para resolverla, interpretar el resultado y limitaciones.

Parece que el centrar un curso matemático en un modelo algebraico ha limitado el tipo de problemas que podemos resolver y distan de los que realmente tienen que resolver. Por ejemplo, en cálculo se ven cualquier cantidad de métodos de integración, pero en su vida laboral el profesional se encuentra con integrales que no son posibles resolverlas con los métodos vistos en su vida universitaria. Quizás sea más importante enseñarle un adecuado concepto de integración nutrido numérica y geométricamente que le permita deducir las integrales que dan solución a una situación problema determinada, que utilice un software para resolver estas integrales y que sea consciente de las limitaciones al utilizar el software. Esa intención se ve plasmada en el material generado.

¿En qué problemas es pertinente utilizar software? Como se ha indicado, los cursos universitarios, al menos en Costa Rica, se han centrado en un modelo excesivamente algebraico. Esta posición se ha mal interpretado con que el algebra no es importante y se debe quitar. El manejo algebraico es fundamental en matemática (factorizar, operaciones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones), son nociones herramientas esenciales. Así, en el material generado, los conceptos matemáticos a estudiar se abordan en dos momentos:

- Como conocimiento matemático se hace énfasis en la parte geométrica y su operacionalización en cálculos básicos a mano. Así en el material, por ejemplo, además de una explicación intuitiva y progresiva de la integral

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

definida por medio del cuadro geométrico, se ven ciertos algoritmos básicos para el cálculo de integrales y se pretende que el lector aprenda a calcular integrales triviales a mano sin intervención de un software.

- Como herramienta para la resolución de problemas con ayuda de Mathematica. Por ejemplo, en integración definida, en un segundo momento donde se ven aplicaciones, se incentiva el uso del software para el calculo de integrales que se deducen de la situación problema planteada.

¿Por qué el uso se vuelve necesario para resolver ciertos problemas? Como se mencionó, a nivel laboral los problemas a resolver van a requerir de competencias digitales. Muchas veces el docente debe limitar los problemas a plantear para que los cálculos no sean tediosos, pero quizás esto carece de sentido cuando en nuestra era tenemos las herramientas que se encargan de esto. Así, el uso de software amplia los problemas que podemos resolver en nuestras clases y el material integra algunos de estos a modo de ejemplos.

Seguidamente se presenta algunos ejemplos incluidos en el material generado (Sanabria, 2022).

Ejemplo 1. Resolución de ecuaciones paramétricas e interpretación del lenguaje utilizado en el software

Ejemplo *Analice el comportamiento del parámetro b en la ecuación*

$$bx^2 + bx = 0$$

Utilizando Reduce es importante dejar un espacio entre b y la variable:

In[81]:= $Reduce[b\ x^2 + b\ x == 0, x]$

Out[81]= $(b == 0\&\&a == 0)\ ||\ (b! = 0\&\&x == -(a/b))\ ||\ x == 0$

Según este resultado, se tiene:

1. $x = 0$ *es una solución.*
2. *Si* $b \neq 0$ *entonces* $x = \dfrac{-a}{b}$ *es otra solución.*
3. *Si* $a = b = 0$ *(note que en este caso no hay restricciones sobre* x*) entonces cualquier número real* x *es solución.*

Ejemplo 2. Aplicación de derivación para determinar rectas tangentes y puntos de contacto.

Ejemplo 43 *Determine los puntos de contacto donde la recta tangente a la curva* $\dfrac{(y-5)^2}{4} + \dfrac{(x+3)^2}{9} = 1$ *es horizontal y vertical.*

1. *Determinemos* y'

In[14]:= $Dt[\dfrac{(y-5)^2}{4} + \dfrac{(x+3)^2}{9} == 1, x]$

Out[14]= $\dfrac{2(3+x)}{9} + \dfrac{1}{2}(-5+y)\ Dt[y,\ x] == 0$

$$\textit{Se obtiene que } \frac{2(3+x)}{9} + \frac{1}{2}(-5+y)\,y' = 0$$

In[15]:= $Solve[\dfrac{2(3+x)}{9} + \dfrac{1}{2}(-5+y)\ Dt[y,\ x] == 0,\ Dt[y,\ x]]$

Out[15]= $\{\{Dt[y,\ x] \text{ -> } -\dfrac{4(3+x)}{9(-5+y)}\}\}$

Por lo tanto,

$$y' = -\frac{4(x+3)}{9(y-5)}$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

2. *Tangentes horizontales.*

Estas tangentes son paralelas al eje X, por lo tanto tienen pendiente $m = 0$, *así*

$$y' = -\frac{4(x+3)}{9(y-5)} = 0$$

Note que esto se da si $x = -3$.

Al sustituir $x = -3$ *en la ecuación de la curva para hallar* y:

In[15]:= $Solve[\frac{(y-5)^2}{4} + \frac{(-3+3)^2}{9} == 1,\ y]$

Out[15]= {{y -> 3}, {y -> 7}}

Por lo tanto, los puntos de contacto donde la recta tangente es horizontal son

$$(-3,7) \quad y \quad (-3,3)$$

Ejemplo 3. Determinar el área entre curvas.

Ejemplo 36 *Calcular el área de la región limitada por las curvas* $f(x) = x^3 - x^2 - 35x$, $g(x) = x - 36$.

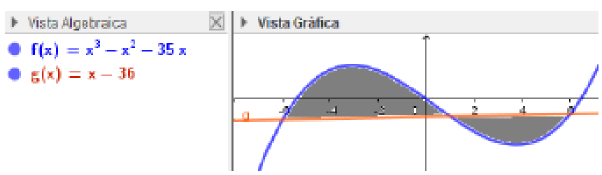
1. ***Puntos de intersección de las curvas.***

In[1]:= $Reduce[x^3 - x^2 - 35x == x - 36, x]$

Out[1]= x == -6 || x == 1 || x == 6

Entonces las coordenadas x de los puntos de intersección son: $-6, 1, 6$.

2. ***Graficar región.***



3. ***Área buscada.*** *Por lo tanto el área de la región limitada es*

$$A = \int_{-6}^{1} (f(x) - g(x))\, dx + \int_{1}^{6} (g(x) - f(x))\, dx$$

Al utilizar Mathematica:

In[1]:= $\int_{-6}^{1} \left((x^3 - x^2 - 35x) - (x-36)\right) dx + \int_{1}^{6} \left((x-36) - (x^3 - x^2 - 35x)\right) dx$

Out[1]= $\frac{4103}{6}$

Así, $A = \frac{49}{6}$

Ejemplo 6. Analizar la solución de un sistema de Ecuaciones paramétrico.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Ejemplo 24 *Considere el sistema de ecuaciones lineales*

$$\begin{cases} (2a+6)\,x + (2a+2)\,y + (a+3)\,z = 9a+31 \\ 3x + (a+1)\,y + 2z = 16 \\ (a+3)\,x + (a+1)\,y + (a+2)\,z = 4a+15 \end{cases}$$

donde a es un número real cualquiera. Discutir la solución del sistema en términos de a.

La matriz ampliada es

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2a+6 & 2a+2 & a+3 & 9a+31 \\ 3 & a+1 & 2 & 16 \\ a+3 & a+1 & a+2 & 4a+15 \end{array}\right)$$

In[1]:= *RowReduce*[{{$2a+6, 2a+2, a+3, 9a+31$}, {$3, a+1, 2, 16$}, {$a+3, a+1, a+2, 4a+15$}}]

Out[1]= *{{1, 0, 0, (-1 + 5 a)/a}, {0, 1, 0, 3/a}, {0, 0, 1, -1}}*

Así, la matriz ampliada es equivalente a

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{-1+5a}{a} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{a} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \Longrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+5a}{a} \\ y = \frac{3}{a} \\ z = -1 \end{cases}$$

Así, si $a \neq 0$, el sistema tiene solución única $S = \left\{\left(\frac{-1+5a}{a}, \frac{3}{a}, -1\right)\right\}$.

¿Qué sucede si $a = 0$? Si $a = 0$ la matriz ampliada es

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 2 & 3 & 31 \\ 3 & 1 & 2 & 16 \\ 3 & 1 & 2 & 15 \end{array}\right)$$

In[1]:= *RowReduce*[{{$6, 2, 3, 31$}, {$3, 1, 2, 16$}, {$3, 1, 2, 15$}}]

Out[1]= *{{1, 1/3, 0, 0}, {0, 0, 1, 0}, {0, 0, 0, 1}}*

Así, si $a = 0$ la matriz ampliada es equivalente a

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{3}y = 0 \\ z = 0 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

Note que la última ecuación es falsa. Por lo tanto, si $a = 0$ el sistema no tiene solución. Es decir, el conjunto solución es $S = \phi$.

Conclusiones

El material elaborado consta de seis folletos que incluyen la explicación teoría, varios ejemplos y ejercicios: Matemática Básica con uso de software, Límites, Continuidad, Derivación, Integración y Matrices.

Usualmente se piensa que la matemática no cambia, es usual escuchar frase como "el curso de Cálculo es el mismo de siempre desde hace 40 años". Pero la realidad es distinta, los conceptos matemáticos evolucionan al ser utilizados en nuevos problemas que nutren su diversidad semántica. Así, muchos conceptos matemáticos han evolucionado, ¿Y qué ha pasado con su enseñanza a nivel universitario? ¿Quizás la enseñanza se ha concentrado en

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

solo una versión desactualizada de los conceptos? quizás los cursos por mera tradición están centrados en un modelo algebraico, y esto respondía bien posiblemente al siglo pasado donde la resolución de problemas pasaba por ese modelo. Pero la sociedad avanza y quizás estamos enseñando una versión algo obsoleta de los contenidos matemáticos.

Así, es posible que los cursos de matemática para las ingenierías se centren mucho en la memorización y aplicación de varios algoritmos y no en el razonamiento. Quizás nos centramos mucho en contenidos ("es necesario ver estos métodos por los ocuparán más adelante en x curso de su carrera") cuando si se nutre la habilidad matemática, estará en la capacidad de comprender y aplicar un nuevo algoritmo que necesite más adelante.

En Costa Rica, el curso de métodos numéricos se creó para responder a las exigencias actuales, quizás aparte de los otros cursos para no afectar la tradición de estos. Pero ¿no debería ser parte de cada uno de los cursos pues al final nos enseña otra cara (la numérica) de los conceptos estudiados?

Pero además de la matemática numérica nos encontramos con una nueva herramienta no contemplada en el material realizado: la inteligencia artificial y más concretamente el Chat GPT. Esto abre más la posibilidad de utilizar la tecnología a nuestros cursos, pues permite un aborde no necesariamente numérica (Mathematica también lo permite). Pero ¿estaremos formando estudiantes con las competencias necesarias para revisar y juzgar las soluciones dadas por el Chat GPT con ayuda de software?

Finalmente, ¿la tecnología no debería ser parte ya de nuestros cursos? Va más allá de hacer cálculos, es centrarla en resolución de problemas, como se evidencio en el material realizado.

Referencias

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. En R. Farfán y cols. (Eds.). Relime, 8(3), 247-263. 2005.

Douady, R. (1984). Relación enseñanza –aprendizaje, Dialéctica instrumento – objeto, Juego de marcos. Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas Nº 3, IREM de Paris 7.

Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica (2022). Carta al Estudiantado del curso MA-126 Matemática para Geografía I.

Sanabria, G (2016). Uso de software: ¿una necesidad en la enseñanza de la matemática? Revista Científico-Pedagógica "Atenas". Volumen 3, Número 35, 2016. (http://atenas.mes.edu.cu/index.php/atenas)

Sanabria, G (2022) Material para el curso MA-126 Matemática para Geografía I. Universidad de Costa Rica.

Eje 3:

Relación de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aprendizajes únicos: la mirada de tres trayectorias diferentes

Unique learnings: A look at three different trajectories

Presentación: 20/12/2023-15/4/2024

Viviana Beatriz Cappello
Facultad Regional La Plata, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina
vcappello@gmail.com

Resumen

En este trabajo se presenta una experiencia de impartir tres cursos de Álgebra y Geometría Analítica en la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional La Plata, durante el año 2023, cada uno empleando metodologías pedagógicas diferentes. El objetivo principal radica en analizar y comparar los niveles de aprobación de los estudiantes bajo estas metodologías, con la intención de extraer conclusiones significativas que contribuyan a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Los cursos fueron diseñados y dictados a lo largo del año 2023, aplicando metodologías variadas que incluyeron enfoques tradicionales, evaluaciones continuas, resolución de problemas y métodos de aprendizaje activo. Se recopilaron datos detallados sobre los niveles de aprobación, el rendimiento de los estudiantes y la participación en cada una de las metodologías empleadas.

El análisis comparativo de los resultados obtenidos permitió identificar tendencias significativas en relación con los niveles de aprobación bajo las diferentes propuestas. Se discuten las fortalezas y limitaciones de cada enfoque, así como las implicaciones de estos hallazgos para mejorar la calidad de la enseñanza en las áreas de Álgebra y Geometría Analítica.

Palabras clave: estrategias, enfoque tradicional, evaluación continua, competencias

Abstract

This work presents an experience of teaching three Algebra and Analytical Geometry courses at the National Technological University, La Plata Regional Faculty, during the year 2023, each using different pedagogical methodologies. The main objective lies in analyzing and comparing the approval levels of students under these methodologies, with the intention of drawing significant conclusions that contribute to improving the teaching and learning processes.

The courses were designed and taught throughout 2023, applying varied methodologies that included traditional approaches, continuous assessments, problem solving and active learning methods. Detailed data was collected on passing marks, student performance, and participation in each of the methodologies used.

The comparative analysis of the results obtained allowed the identification of significant trends in relation to the approval levels under the different proposals. The strengths and limitations of each approach are discussed, as well as the implications of these findings for improving the quality of teaching in the areas of Algebra and Analytical Geometry.

Keywords: strategies, traditional approach, continuous assessment, skills.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

Durante el año 2023 se desarrollaron tres cursos de Álgebra y Geometría Analítica a cargo del mismo plantel docente: profesora y dos auxiliares. Los cursos presentados corresponden a una comisión de Ingeniería Química con 75 estudiantes inscriptos, Ingeniería Industrial con 50 estudiantes y por último Ingeniería en Sistemas de Información con 176 estudiantes.

Se decide aplicar diferentes enfoques de enseñanza y aplicar distintas actividades de aprendizaje para poder conjeturar ventajas y desventajas de las mismas.

En el curso de Ingeniería Química se propone al estudiantado un sistema de evaluación continua, las clases se desarrollaron según un cronograma planificado y por cada unidad temática realizaron una breve instancia escrita teórico-práctica.

En el curso de Ingeniería en Sistemas de Información el dictado completamente tradicional-expositivo, con resolución de ejercicios en el pizarrón, con dos evaluaciones parciales con 2 recuperatorios cada una y una última fecha flotante de aprobación.

En el curso de Ingeniería Industrial, y como experiencia inédita se llevó adelante una propuesta que incorporó el trabajo interregional bajo el Enfoque por Competencias con aportes de encuentros presenciales.

Desarrollo

A modo de descripción de lo trabajado el curso de enseñanza tradicional basado en clases expositivas, evaluaciones parciales y recuperatorios tiene características distintivas, así como ventajas y desventajas.

Estas estrategias se desarrollaron en el *curso de Ingeniería en Sistemas de Información*. El curso es muy numeroso y el dictado del mismo son los días viernes durante la mañana.

En las clases expositivas, la docente transmite el conocimiento principalmente a través de presentaciones orales, donde los estudiantes son receptores pasivos de la información, focalizando en los aspectos discursivos y en relación con indicadores de funcionamiento metacognitivo. (Bur, 2005)

Las evaluaciones parciales o exámenes que se toman en momentos específicos del curso para evaluar el progreso y comprensión del estudiante en ciertos temas fueron respetadas por el cronograma original. Como así también los recuperatorios, que son oportunidades para aquellos estudiantes que no obtuvieron un rendimiento satisfactorio en las evaluaciones parciales, permitiéndoles mejorar sus calificaciones.

Se pueden mencionar ventajas, como la estructura clara, ya sea la programación preestablecida con evaluaciones y recuperatorios proporciona una estructura organizada y contenedora.

A su vez, una medición de progreso porque las evaluaciones parciales permiten evaluar el desempeño del estudiante a lo largo del curso. Y una oportunidad de mejora porque los recuperatorios brindan una segunda oportunidad a los estudiantes para comprender mejor el material y mejorar sus calificaciones.

También se observan desventajas, como la pasividad del estudiante ya que en las clases expositivas los estudiantes son principalmente receptores de información en lugar de participantes activos en su aprendizaje. (Carlos, 2021).

También hay limitaciones en el aprendizaje porque no todos los estudiantes aprenden de la misma manera, por lo que este método puede dejar rezagados a aquellos que aprenden mejor de manera más activa o participativa.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Se presenta un énfasis en la memorización para los exámenes en lugar de comprensión profunda y aplicación del conocimiento. Y hay poca adaptabilidad ya que no acompaña las necesidades individuales de los estudiantes o a los estilos de aprendizaje diferentes que pueden encontrarse en un curso normalmente.

Es importante recordar que aunque la enseñanza tradicional tiene sus ventajas, su enfoque pasivo puede no ser el más efectivo para todos los estudiantes, especialmente en un mundo donde se valora cada vez más la participación activa, la creatividad y la aplicación práctica del conocimiento. Integrar métodos de enseñanza más interactivos y variados podría beneficiar el aprendizaje profundo.

En el curso de enseñanza semi-tradicional con resolución de problemas por clases teórico-prácticas y evaluaciones por cada unidad temática se desarrolla una combinación de enfoques pedagógicos.

Estas estrategias se presentan en el *curso de Ingeniería Química*. El curso es con capacidad adecuada y el dictado se imparte los días lunes durante la tarde-noche.

Las características principales que se desarrollaron fueron: combinación de la teoría con la práctica, permitiendo a los estudiantes aplicar los conceptos aprendidos a través de la resolución de problemas, ejercicios o actividades prácticas. Además se priorizó la resolución de problemas, centrando el desarrollo de habilidades de fundamentación, donde los estudiantes aplican los conocimientos teóricos adquiridos para resolver situaciones prácticas y reales. (Castillo, 2003).

Las clases teórico-prácticas involucran tanto la presentación teórica de conceptos como la aplicación práctica a través de ejercicios, discusiones y actividades prácticas en el aula.

Las evaluaciones por unidad temática se realizaron al finalizar cada unidad temática, lo que permitió medir la comprensión y el dominio específico de los conceptos abordados en esa sección del curso.

En este tipo de estrategias se observa que hay una aplicación práctica del conocimiento, ya que los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar los conceptos teóricos en situaciones reales, lo que facilita una comprensión más situada y de corto plazo. En los estudiantes se fomenta el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, el pensamiento crítico y capacidad para aplicar el conocimiento en diferentes contextos.

La variedad en métodos de enseñanza, al combinar la teoría con la práctica, pueden adaptarse a diferentes estilos de aprendizaje.

La evaluación continua o por unidad temática brindan retroalimentación regular y permiten a los estudiantes identificar áreas de mejora de manera más específica.

La evaluación continua en un entorno semi-tradicional de enseñanza es un enfoque que combina elementos de la educación tradicional con métodos más modernos y flexibles. En este contexto, la evaluación no se limita a pruebas puntuales o exámenes finales, sino que se integra de manera constante a lo largo del proceso de aprendizaje

Estos son solo algunos ejemplos de instrumentos de evaluación continua que fueron utilizados en un entorno de enseñanza semi-tradicional. La clave es utilizar una variedad de métodos de evaluación para obtener una imagen completa del progreso y el desempeño de los estudiantes a lo largo del curso: pruebas cortas o cuestionarios, tareas y trabajos escritos, participación en clase autoevaluaciones y evaluaciones entre pares y presentaciones orales o exposiciones.

A modo de desventaja es posible identificar la falta de profundidad, puesto que la combinación de enfoques puede limitar la focalización de la teoría o la práctica, dependiendo del equilibrio logrado entre ambas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Por otro lado se da una necesidad de recursos adicionales, como tiempo extra en el aula, materiales o herramientas específicas para la realización de actividades prácticas. Y es posible que la sobrecarga de evaluaciones genere estrés en los estudiantes sino se gestionan adecuadamente. (Salinas, 2002).

El curso de la experiencia inédita de trabajo interregional, bajo el enfoque por Competencias, denominado: e-algeometría, destinado a un grupo reducido de estudiantes de Ingeniería Industrial, con encuentros los días miércoles por la tarde.

Los estudiantes contaron con un material especial, pensado, diseñado y tutoreado por diferentes docentes: desde la FRLP, Viviana Cappello, desde la FRRe, Bibiana Altamirano y desde la FRA, Karina Ferrando. Las docentes conformaron un equipo de trabajo que llevó adelante el dictado con 100 estudiantes inscriptos de las Regionales de Resistencia y La Plata.

La metodología activa de enseñanza (Tobón 2008), la producción de más de 40 videos de acompañamiento como aula invertida, las actividades disruptivas (Zabala 2008) y de aprendizaje auténtico, con el agregado del uso exclusivo de las horas presenciales para la resolución de situaciones problemáticas referidas a las distintas especialidades, es una breve descripción de la experiencia referenciada. La actitud estudiantil frente a la consigna de disposición de equipos de trabajo entre estudiantes de la misma regional y entre ambas regionales, fue muy bien recibida y forma parte de una de las características principales de esta experiencia a la hora de dar cuenta de la formación práctica.

El espacio destinado para tal fin se desarrolló en la plataforma del SIED, www.sied.utn.edu.ar. Se contó para cada unidad con un material teórico interactivo, alojado en la plataforma de video YoutubeTM, pero incrustado en las lecciones de cada unidad temática dentro del aula. (https://www.youtube.com/@e-algeometria-em5yx), una hoja de ruta, propuestas de simulación y ABP.

La carga horaria de presencialidad se redujo a la mitad, fortaleciendo de esta manera la pura y exclusiva formación práctica de la materia.

Se realizaron relevamientos iniciales de cursada y hábitos de estudio, como así también seguimientos de medio término y portfolio de evidencias de lo producido durante todo el ciclo.

Se realizaron encuentros para los trabajos interregionales vía Zoom que continuaron por fuera del mismo para su resolución.

Resultados

Para el curso tradicional los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Comisión	Cantidad de inscriptos	Cantidad de estudiantes que nunca concurrieron	Cantidad de estudiantes que obtuvieron la AD	Cantidad de estudiantes que obtuvieron regularidad
S10	176	52	40	6

Tabla 1. Datos de Ingeniería en Sistemas de Información

Para el curso de evaluación continua los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Comisión	Cantidad de inscriptos	Cantidad de estudiantes que nunca concurrieron	Cantidad de estudiantes que obtuvieron la AD	Cantidad de estudiantes que obtuvieron regularidad
Q11	75	20	21	5

Tabla 2. Datos de Ingeniería Química

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Para el curso dictado bajo el enfoque por competencias los resultados obtenidos superaron ampliamente los objetivos establecidos, cuantitativamente se muestran en el siguiente cuadro resumen:

Comisión	Cantidad de inscriptos	Cantidad de estudiantes que nunca concurrieron	Cantidad de estudiantes que obtuvieron la AD	Cantidad de estudiantes que obtuvieron regularidad
I12	49	13	25	25

Tabla 3. Datos de Ingeniería Industrial

A nivel inter regional los resultados son:

FFRR	Inscriptos por FFRR (1)	Iniciaron el curso (2)	Continuaron luego del receso invernal (3)	Abandono 2do término	Cantidad de aprobados (4)	Cantidad de desaprobados (5)
FRLP	49	36	25	0	25	0
FRRe	51	33	25	0	25	0
Total	100	69	50	0	50	0

Tabla 4. Datos de FRLP y FRRe

Lo que indica que, para la FRLP el 69,44% y para la FRRe 75,75% obtuvieron niveles equivalentes a la Aprobación Directa de la materia. Porcentajes difícilmente alcanzables para este tipo de asignaturas.

El curso basado en competencias ha demostrado generar resultados notablemente positivos en comparación con los enfoques de evaluación continua y tradicional. Este curso se centran en el desarrollo integral del estudiante, fomentando habilidades prácticas y la aplicación del conocimiento en situaciones reales. Al priorizar el dominio de competencias específicas, se promueve un aprendizaje más profundo y significativo. Los estudiantes bajo este método tienden a mostrar mayor motivación, autonomía y capacidad para resolver problemas complejos, lo que se traduce en un mejor desempeño en el ámbito académico y, posteriormente, en el profesional.

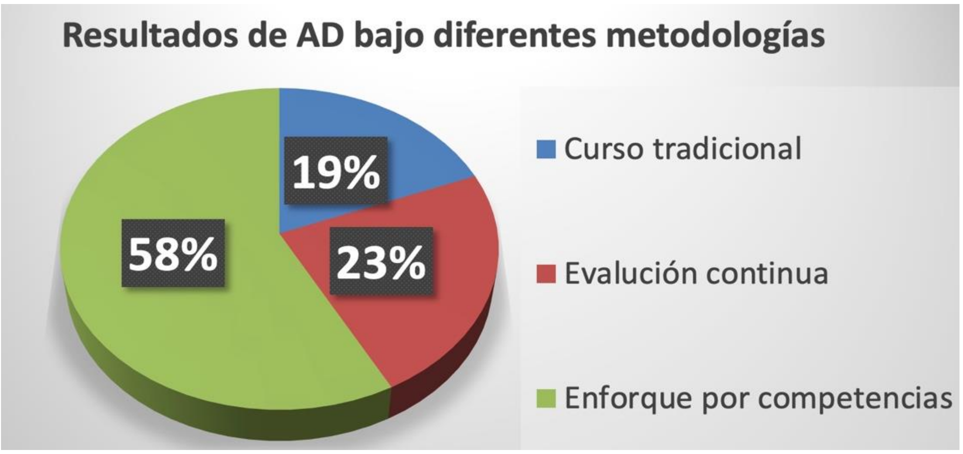


Figura 1. Datos comparativos de las Aprobaciones directas en los 3 cursos

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

La descripción detallada de diferentes enfoques pedagógicos en cursos de ingeniería ofrece una visión integral de las estrategias utilizadas en la educación superior. Al comparar la enseñanza tradicional basada en clases expositivas y evaluaciones puntuales con un enfoque semi-tradicional centrado en la resolución de problemas y la evaluación continua, se pueden identificar claramente las ventajas y desventajas de cada método.

En el contexto de la enseñanza tradicional, se destaca la estructura clara proporcionada por las clases expositivas y las evaluaciones puntuales, que ofrecen a los estudiantes una guía definida para su progreso académico. Sin embargo, se señalan limitaciones importantes, como la pasividad del estudiante y la falta de adaptabilidad a diferentes estilos de aprendizaje, lo que puede resultar en una comprensión superficial y una menor aplicación práctica del conocimiento.

Por otro lado, el enfoque semi-tradicional presenta una combinación más equilibrada entre teoría y práctica, con énfasis en la resolución de problemas y la evaluación continua. Esto permite a los estudiantes aplicar activamente los conceptos aprendidos, desarrollar habilidades prácticas y recibir retroalimentación regular sobre su progreso. Aunque este enfoque puede requerir más recursos y planificación, ofrece una experiencia de aprendizaje más rica y adaptada a las necesidades individuales de los estudiantes.

En mi experiencia, la implementación exitosa de un enfoque basado en competencias y con aprendizaje activo como el descrito en el curso de Ingeniería Industrial, con una combinación de teoría invertida multimedial y práctica resuelta en equipos de trabajo dinámica por temática ha sido la más aportante a los resultados de la experiencia. El uso de tecnología educativa, representa un valioso aporte al saber pedagógico en educación superior. Este enfoque no solo promueve un aprendizaje más activo y significativo, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos reales en su futura carrera profesional. La colaboración interregional y el uso de herramientas digitales agregan valor al proceso educativo al fomentar la colaboración y el aprendizaje autónomo. En última instancia, esta experiencia demuestra cómo la innovación en la enseñanza puede mejorar la calidad y la relevancia de la educación superior en el contexto actual.

Por lo tanto, la implementación continua de programas educativos centrados en competencias ayudará a equipar a los estudiantes con las habilidades necesarias para tener éxito en un entorno laboral en constante transformación.

Para el ciclo 2024 se ofrecerá la implementación del dictado de los 3 cursos por Competencias, el desafío aún no superado es la numeralidad de estudiantes y la cantidad de docentes tutores por curso.

Referencias

Bur, F (2005). La clase expositiva del profesor: aspectos discursivos y relación con indicadores de funcionamiento metacognitivo. XII Jornadas de Investigación y Primer Encuentro de Investigadores en Psicología del Mercosur. Facultad de Psicología - Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires.

Carlos, J. (2021) La enseñanza expositiva. Recuperada de: https://jesuscarlosguzman.academia.edu/jesuscarlosguzman?from_navbar=true o https://www.researchgate. net/ profile/Jesus-Carlos-Guzman. (PDF) LA ENSEÑANZA EXPOSITIVA. Available from: https://www.researchgate.net/publication/352916233_LA_ENSENANZA_EXPOSITIVA [accessed Dec 19 2023].

Castillo, S (2003). Prácticas de evaluación educativa. Madrid: Pearson Educación.

Salinas, D (2002). ¡Mañana examen! La evaluación: entre la teoría y la realidad. Barcelona: Graó.

Tobón, S (2008) Formación basada en competencias. Colombia ECOE 2da Ed.

Zabala, A (2008). Cómo aprender y ensañar competencias. España. Ed Graó.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aprendizaje Basado en Problemas: Estimación Óptima para evaluar una técnica de inversión basada en Monte Carlo

Problem-Based Learning: Optimal Estimation for evaluating a Monte Carlo-based Inversion Technique

Presentación: 29/12/2023

Fernando Otero
Grupo de Matemática Aplicada a Ingeniería, Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina
foterovega@fi.mdp.edu.ar

Bianca Bietti Managó
Grupo de Matemática Aplicada a Ingeniería, Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina
biancabiettimanago@gmail.com

Resumen

En este trabajo se plantea, diseña e implementa la solución a un problema de evaluación de un método numérico para el aprendizaje basado en problemas de los alumnos de un curso de posgrado en “Matemática Aplicada a las Mediciones Indirectas”. Se tiene como objetivo principal que el alumno comprenda y relacione varios conceptos fundamentales que aparecen en el problema planteado, sin agregar complicaciones adicionales en la elaboración del código, por lo que se considera un modelo de juguete lineal y de una única variable aleatoria. El problema específico es el estudio del funcionamiento de un método secuencial de Monte Carlo, elaborado por los autores dentro del área de problemas inversos, a través de la estimación del parámetro de ajuste del método. Para ello, se plantea un problema de clasificación supervisada que usa como datos de entrenamiento aquellos generados mediante el método de estimación óptima.

Palabras clave: Problemas Inversos, Machine Learning, Inferencia Bayesiana, Monte Carlo, Estimación de Parámetros

Abstract

In this work, we propose, design, and implement a solution to a problem of evaluating a numerical method. This problem was conceived with the intention of applying the methodology of problem-based learning in postgraduate students of a course called "Applied Mathematics to Indirect Measurements". The main objective is for the student to understand and relate several fundamental concepts that appear in the problem at hand, without adding additional complications in the development of the code. Therefore, a linear toy model with a single random variable is considered. The specific problem is the study of the performance of a sequential Monte Carlo method, developed by the authors in the field of inverse problems, through the estimation of the method's tuning parameter. To do this, a supervised classification is proposed that use as training data those generated by the optimal estimation method.

Keywords: Inverse Problems, Machine Learning, Bayesian Inference, Monte Carlo, Parameter Estimation

Introducción

El curso de posgrado de "Matemática Aplicada a las Mediciones Indirectas" dictado por los investigadores del grupo de Matemática Aplicada a Ingeniería (MAI) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata puede enmarcarse dentro del área de problemas inversos (PI) con su enfoque matemático correspondiente. En este sentido, podemos formular como problema inverso a todo aquel problema planteado en sentido opuesto al que es naturalmente descripto por su física. Sin embargo, de acuerdo a Martínez-Luaces y col. (2022), este concepto de PI no está bien definido en la educación en Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemática (CTIM), por lo que un énfasis en la formulación general de PI es más que necesario, particularmente en este curso de posgrado.

Por otro lado, la resolución de PI supone el uso de un gran arsenal de herramientas matemáticas, entre las que destacan cada día más las vinculadas al denominado área de machine learning (ML), que engloba los métodos computacionales que usan la experiencia para mejorar el rendimiento de un método o modelo o realizar predicciones más exactas con el mismo (Mohri y col., 2018). En este sentido, ML se sustenta en la experiencia recogida sobre la base de la teoría de aprendizaje estadístico (TAE) que resulta asimismo una base para el tratamiento estadístico de los PI. Dicho tratamiento estadístico es muy frecuentemente realizado siguiendo un enfoque de tipo bayesiano como en el trabajo ejemplar de Kaipio y Somersalo (2005), esto es, se parte de información previa de que se dispone en forma de una distribución de probabilidades a priori y al aplicar el denominado teorema de Bayes se actualiza la solución, expresada ahora en términos de la distribución de probabilidades a posteriori. En este sentido, entre los diferentes métodos de enfoque bayesiano se destaca el método matricial de estimación óptima (EO), desarrollado en el artículo pionero de Rodgers (1976) para problemas atmosféricos y que permite un análisis estadístico riguroso.

Asimismo, existe una estrecha vinculación conceptual entre PI y ML. En realidad, el objetivo principal de ML que no es otra cosa que inferir un estimador a partir de un conjunto de ejemplos, es, en su concepción más básica, un problema inverso. Y si bien un análisis cuidadoso muestra que una conexión matemática rigurosa entre ambas teorías no es sencilla, ya que los entornos subyacentes a las mismas son diferentes, las similitudes son fascinantes. De hecho, en ML es esencial obtener una solución significativa controlando la complejidad del espacio de hipótesis. Curiosamente, esta es también la idea subyacente a las técnicas de regularización para PI mal planteados. No es sorprendente entonces que la forma de los algoritmos propuestos en ambas teorías sea sorprendentemente similar (De Vito y col., 2005 y referencias en este trabajo).

En particular, el problema planteado en este trabajo es el de evaluar el funcionamiento de un algoritmo de inversión basado en Monte Carlo y previamente desarrollado por los autores en Otero y Frontini (2022), que de ahora en más denominaremos Muestreo-Mapeo-Filtrado (MMF). El estudio se realiza, como se verá con detalle más adelante, indirectamente al analizar el error en las estimaciones de la variable aleatoria (v.a.) en función de la selección del parámetro de ajuste del método y tomando como referencia los resultados del método de EO.

El aprendizaje basado en problemas (ABP) dentro del cual se enmarca esta experiencia propuesta tiene como principal objetivo generar en el estudiante un proceso interno de indagación que guiará precisamente su aprendizaje

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

en la temática de PI y ML. La idea principal de esta propuesta es entonces orientar el problema hacia una versión de final abierto, de estructura vaga y enfocado en el proceso de manejo de preguntas, tal como se discutirá brevemente al final de la sección siguiente. La elección de la estrategia de ABP se basa en los beneficios que la misma ofrece, tales como promover el aprendizaje individual y autónomo dentro de un plan de trabajo definido por objetivos y procedimientos o que los alumnos se responsabilicen de su propio aprendizaje y desarrollen competencias para la resolución de problemas, tales como la toma de decisiones (Viteri-Miranda y Regatto-Bonifaz, 2023 y referencias en este trabajo). Vale la pena mencionar que este es el segundo proyecto propuesto dentro del plan de restructuración de este curso en el marco de técnicas de aprendizaje activo, ya que en 2021 se desarrolló el primero tal como puede verse en Otero y col. (2021).

Desarrollo

Los PI pueden plantearse en buena parte de los casos como un problema de estimación de parámetros, donde estos parámetros pueden representar directamente una magnitud física o bien coeficientes o constantes de una relación funcional. Siguiendo esta lógica, cuando estos PI son tratados de modo estadístico, los mismos pueden ser resueltos mediante un enfoque bayesiano, es decir, aplicando el teorema de Bayes como en la ec. (1)

$$P(\vec{x}/\vec{y}) = \frac{P(\vec{y}/\vec{x})P(\vec{x})}{P(\vec{y})} \tag{1}$$

donde $P(\vec{x})$ es la función densidad de probabilidad (fdp) del vector de parámetros $\vec{x}$, denominada a priori; $P(\vec{x}/\vec{y})$ es la función densidad de probabilidad (fdp) condicional de los parámetros a estimar, $\vec{x}$, dado el vector de los datos de medición $\vec{y}$ (llamada a posteriori); $P(\vec{y}/\vec{x})$ es la fdp condicional de $\vec{y}$ dado $\vec{x}$, llamada función de verosimilitud; mientras qu $P(\vec{y})$e es la fdp de los datos de medición.

Bajo este enfoque bayesiano, el método de EO, dentro del marco de PI, es una técnica de matriz inversa regularizada basada en la ec. (1) para un problema lineal de la forma $A\vec{x} = \vec{y}$, donde A es la llamada matriz de sensibilidad del sistema. Una de las ventajas en su formulación es que permite obtener una expresión analítica en forma cerrada para algunos tipos de distribuciones paramétricas de la a priori y de la a posteriori. Tal es el caso cuando tanto la fdp a priori como la función de verosimilitud son de tipo gaussiano (Wikipedia, Optimal Estimation). En este caso, resulta que dados:

$$P(\vec{y}/\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{mn/2}|S_y|} exp\left[\frac{-1}{2}(A\vec{x}-\vec{y})^T S_y^{-1}(A\vec{x}-\vec{y})\right] \tag{2}$$

$$P(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}|S_{xa}|} exp\left[\frac{-1}{2}(\vec{x}-\overrightarrow{x_a})^T S_{xa}^{-1}(\vec{x}-\overrightarrow{x_a})\right] \tag{3}$$

donde m y n son respectivamente el número de elementos en $\vec{x}$ e $\vec{y}$, S_{xa} y S_y son las matrices de covarianza de la distribución a priori y de las mediciones y $\overrightarrow{x_a}$ corresponde al valor medio de la distribución a priori; entonces la fdp a posteriori toma la forma de la ec. (4)

$$P(\vec{x}/\vec{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{mn/2}|S_x|} exp\left[\frac{-1}{2}\left(\vec{x}-\hat{\vec{x}}\right)^T S_x^{-1}\left(\vec{x}-\hat{\vec{x}}\right)\right] \tag{4}$$

donde

$$S_x = \left(A^T S_y^{-1} A + S_{xa}^{-1}\right)^{-1} \tag{5}$$

$$\hat{\vec{x}} = \overrightarrow{x_a} + S_x A^T S_y^{-1}(\vec{y} - A\overrightarrow{x_a}) \tag{6}$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En este trabajo, el método de EO es aplicado a sistema de un solo parámetro o v.a. escalar cuyo modelo de entrada-salida es simplemente y=x. La idea es generar usando el método de EO pares de muestras de los valores medios a priori y a posteriori de x de la forma $(x_a, \hat{x})$ para distintos valores de la desviación estándar a priori σ_a (esta vez manteniendo fijo σ_y para reducir el análisis).

Por otra parte, el método de inversión basado en Monte Carlo (MC) que desea evaluarse puede resumirse como una estrategia de muestreo-mapeo-filtrado (MMF) de tres pasos que comienza con una fdp a priori que pretende mostrar en modo estadístico la información disponible del parámetro que se desea estimar. Esa fdp se emplea para dibujar muestras (etapa de muestreo), cada una de las cuales se mapea en el espacio de las mediciones (etapa de mapeo), para finalmente ingresar a un filtro que selecciona cada muestra $\tilde{x}$ cuyo módulo del residuo respecto de la medición y_ε presenta un nivel de error inferior a un determinado valor máximo ε que funciona como parámetro de ajuste (etapa de filtrado), es decir se eligen las muestras $\tilde{x}$ tales que $|\tilde{y} - y_\varepsilon| < \varepsilon$; donde $\tilde{y} = a\tilde{x}$. El resultado del método es una serie de muestras de las cuales extraemos la estadística de la solución, una media x_{MMF} y una desviación estándar σ_{MMF} y los correspondientes intervalos de confianza. Vale la pena mencionar que hemos reducido el ejemplo de funcionamiento al caso escalar, donde $\tilde{x}$, y_ε, $\tilde{y}$, x_{MMF}, σ_{MMF} y a corresponden a valores reales.

Existen algunos puntos clave en el análisis del funcionamiento de la metodología, pero en este trabajo nos concentramos solamente en el estudio de la selección del valor de ε en la etapa de filtrado. En este sentido, en el trabajo original de Otero y Frontini (2022) se siguió el principio de discrepancia (Morozov, 1966), una técnica de regularización donde se considera $\varepsilon = \varepsilon_{MMF}$ como el error asociado al ruido en las mediciones σ_y.

La pregunta es ahora cómo evaluar el error metodológico a partir de este estudio de selección de ε y lo que se ha propuesto aquí es analizar cuánto nos alejamos de ese valor de referencia ε_{MMF}. Luego, una posibilidad es calcular la discrepancia entre $\hat{\varepsilon}$ y ε_{MMF} donde el valor de $\hat{\varepsilon}$ es a su vez el valor de norma de residuo estimado resultante de minimizar la discrepancia entre las medias estimadas mediante EO y el MMF, respectivamente, $\hat{x}$ y x_{MMF}. Llegado a este punto podemos tomar diferentes caminos: esta discrepancia, que puede calcularse de acuerdo a la ec. (7), puede ser utilizada matemáticamente en un problema asociado a la clasificación supervisada (CS) para generar a modo de ejemplo un conjunto Y de etiquetas para distintos ejemplos simulados, donde cada etiqueta ϑ puede ser 0 o 1 de acuerdo a la ec. (8)

$$\hat{\varepsilon} = \min_{\varepsilon}\{|\hat{x} - x_{MMF}(\varepsilon)|\} \qquad (7)$$

$$\vartheta = \begin{cases} 0, si & |\hat{\varepsilon} - \varepsilon_{MMF}| > \Delta\varepsilon \\ 1, si & |\hat{\varepsilon} - \varepsilon_{MMF}| < \Delta\varepsilon \end{cases} \qquad (8)$$

donde $\Delta\varepsilon$ es el error de tolerancia permitido, que podría ser convenientemente asociado por ejemplo a la discretización de ε o al número de muestras empleado.

A su vez las etiquetas ϑ son usadas para construir una determinada métrica de rendimiento asociada al proceso h (en nuestro caso un proceso que representa el MMF) denominada $err(h)$, por ejemplo como en la ec.(9)

$$err(h) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vartheta(x_i)}{N} \qquad (9)$$

donde N es el número de datos del problema dados por el conjunto $S = \{(x_1, \vartheta_1), \ldots, (x_N, \vartheta_N)\}$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Si analizamos conceptualmente la formalización hecha, la misma emplea la base de los mismos elementos en el modelo de TAE, en nuestro caso correspondiente a CS. Dicho modelo está compuesto por seis elementos básicos:

1. Dominio X, donde cada punto de X tiene determinadas características observadas
2. Conjunto de etiquetas Y
3. Datos: un conjunto de ejemplos etiquetados $S = \{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ dentro del producto cartesiano de XxY
4. Un modelo o método que actúe como regla de predicción $h: X \to Y$
5. Un sistema de generación de datos, es decir que existe una distribución D sobre X donde el “etiquetado” está dado por algún mapeo $f: X \to Y$, esto es, que S viene generado mediante muestras de D que son etiquetadas por f
6. Una métrica de rendimiento $err(h)$ definida por ejemplo como en la ec. (9).

Mientras que en el problema inverso original de CS tal como se define en ML, lo que se desea es obtener como salida un modelo o método h y todos los demás elementos del modelo anterior son entradas; en el problema que planteamos en las ecs. (7) – (9), lo que se desea es obtener los valores de la métrica de rendimiento, con el resto de los elementos como entradas.

Una vez descripto el problema (y una posible formulación del mismo) tal como se ha hecho, les pedimos a los alumnos que indaguen en las siguientes 10 preguntas generales (extraídas y adaptadas parcialmente de Coleman y Steele (2018)), con el fin de que comprendan los diferentes aspectos a tener en cuenta:

1. ¿Qué pregunta estamos tratando de responder?
2. ¿Con qué exactitud necesitamos saber la respuesta?
3. ¿Qué experimentos numéricos pueden darnos la respuesta?
4. ¿Qué variables deben tenerse en cuenta?
5. ¿Qué cantidades deben ser consideradas y con qué exactitud?
6. ¿Cómo deben ser los datos en términos de adquisición y procesamiento?
7. ¿Cuántos datos deben ser tomados?
8. ¿Qué técnicas de análisis de datos deberían usarse?
9. ¿Qué preguntas adicionales nos pueden plantear los datos?
10. ¿Cómo debemos reportar los resultados y bajo qué métricas?

Finalmente, el problema en la variante aquí propuesta ha sido implementado en MATLAB y el código se encuentra disponible en http://www3.fi.mdp.edu.ar/virtuallab/MAMI/CODE_EMCI2024.rar
En esta implementación se consideran como variables adicionales el número de muestras de la v.a., así como la discretización en los rangos de valores del parámetro de ajuste de selección de muestras ε y de la desviación estándar de la distribución a priori σ_a.

El análisis riguroso de las 10 preguntas mencionadas ayudará a evaluar varios aspectos del método analizado, teniendo en cuenta que, si un método de estimación no coincide en sus estimaciones con los resultados del método de estimación óptima, esto puede deberse a varias causas, por ejemplo, entre otras a que los requisitos de precisión son demasiado estrictos, a la hora de verificar un determinado error de tolerancia. En estos casos, es importante analizar las causas de la discrepancia para determinar si el método de estimación de MMF es consistente en el sentido de inferencia bayesiana.

Conclusiones

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Se ha realizado una propuesta para el ABP, donde el problema se ha simplificado a un modelo de juguete con el fin de que los alumnos se concentren en cuestiones conceptuales siguiendo inicialmente una lista de 10 preguntas. Estas cuestiones que se desean profundizar incluyen conceptos típicos de ML y PI como regularización, pero también del ámbito de la estimación de parámetros como son, el sesgo, la consistencia, la convergencia, la incerteza, y las métricas de rendimiento.

Lo interesante del problema propuesto es que adicionalmente a la conjugación de las temáticas y conceptos relacionados que han sido mencionados anteriormente, se plantea un uso alternativo de los elementos de la TAE como herramienta de análisis y testeo de una metodología de resolución de PI usando como referencia datos generados mediante inferencia bayesiana. Se considera asimismo que el uso de un método que ha sido propuesto por los mismos investigadores del grupo que imparten el curso permite contribuir a mejorar la calidad de la educación universitaria dada la mayor familiaridad de los docentes con dicho método. Del mismo modo, se introduce a los alumnos en tareas propias de investigación, como es el estudio numérico del funcionamiento de un método diseñado. Finalmente, cabe destacar la sencillez conceptual del método analizado que permite su uso en aplicaciones didácticas como la aquí realizada. Vale la pena mencionar que los estudios realizados por los propios autores dieron problemas de consistencia en el sentido bayesiano (y esto puede observarse con el uso del código) de modo que se propuso una variante más sofisticada al esquema simplificado descrito, obteniendo mejores resultados como puede verse en Otero y col. (2024).

Finalmente se proponen un par de ideas para que los alumnos trabajen sobre las mismas con el objetivo de fomentar el uso de ML en el área de PI:

1. Replantear el problema que se ha formulado aquí, variando el modelo de TAE usado, por ejemplo, en la definición de alguno de sus elementos: se puede asociar ε_{MMF} a la desviación estándar σ_x de la distribución a posteriori calculada por EO y comparar los resultados; o también se podría usar al mismo tiempo datos de media y desviación estándar del parámetro x, sabiendo que se trata de distribuciones normales y utilizar como métrica de rendimiento, la denominada divergencia de Kullback-Leibler o alguna similar. Se podría asimismo complejizar el análisis usando por ejemplo hiperparámetros para describir el parámetro de ajuste del método.

2. Volver a plantear el modelo de clasificación supervisada de TAE en su enfoque tradicional tal como se describió en la sección de Desarrollo, de modo de usar los elementos de evaluación del método, como datos para construir como salida del proceso una nueva regla de predicción.

Referencias

Coleman, H. W. y Steele, W. G. (2018). *Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers*. John Wiley & Sons, Inc. http://dx.doi.org/10.1002/9780470485682

De Vito, E., Rosasco, L., Caponnetto, A., De Giovannini, U. y Odone, F. (2005). Learning from Examples as an Inverse Problem. *Journal of Machine Learning Research* 6, 883−904.

Kaipio, J. y Somersalo, E. (2005). Statistical and Computational Inverse Problems, Series: Applied Mathematical Sciences, (Vol.160). Springer.

Martinez-Luaces, V., Fernández-Plaza, J. A. y Rico, L. (2022). About the Notion of Inverse Problem in Stem Education. En D. Ortega Sánchez (Ed.), Active Learning – Reseach and Practice for STEAM and Social Sciences Education. IntechOpen.

Mohri, M., Rostamizadeh, A. y Talwalkar, A. (2018). *Foundations of Machine Learning (2 ed.)*. MIT Press

Morozov, V.A. (1966). On the solution of functional equations by the method of regularization. Soviet Math Dokl, 7 (1966), 414–417.

Optimal estimation. (24 de octubre 2020). En Wikipedia. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Optimal_estimation&oldid=985135426

Otero, F. A., Pontis, A. F., Chiuro, C. y Frontini, G. (19-21 Mayo 2021). Propuesta de aprendizaje activo vía TIC con interfaz de usuario para un curso de matemática aplicada a mediciones indirectas (pp. 252-262). [Presentación en papel]. XXII Encuentro Nacional y XIV Encuentro Internacional de Educación Matemática en carreras de Ingeniería (EMCI). Montevideo, Uruguay. http://doi.org/10.22235/emci2021

Otero F.A. y Frontini, G.L. (2022). A Novel In Silico Monte Carlo Approach to Optimize a PSD Estimation Problem. Generation of Data Fusion Experiment Rules. Trends in Computational and Applied Mathematics, 23(4), 749-767. https://doi.org/10.5540/tcam.2022.023.04.00749

Otero F.A., Bietti Managó, B., Ghlam, K., Frontini, G.L. y Eliçabe, G. E. (2024). [En Prensa]. An information–theoretic filter single-step sequential Monte Carlo method in practice: An experimental case study for the particle size distribution estimation. Latin American Applied Research, 54(3), 369-374.

Rodgers, C. D. (1976). "Retrieval of Atmospheric Temperature and Composition From Remote Measurements of Thermal Radiation". Reviews of Geophysics and Space Physics. 14 (4): 609. https://doi.org/10.1029%2FRG014i004p00609

Viteri-Miranda, V. y Regatto-Bonifaz, J. (2023). Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como Estrategia de Enseñanza de la Estadística Descriptiva en Universitarios del Ecuador. Veritas & Research, 5(1), 58-69.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Integrando diferentes estrategias metodológicas en el aprendizaje de nivel superior. Una experiencia en las asignaturas análisis numérico y cálculo numérico.

Integrating different methodological strategies in higher level learning. An experience in the subjects numerical analysis and numerical calculus.

Presentación: 01/03/2024

María Romagnano - Myriam Herrera
Instituto de Informática –Departamento de Matemática, Física y Química - Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de San Juan – San Juan – Argentina.
maritaroma@gmail.com - myriamhrrr@gmail.com

Lucas García
Departamento de Geofísica y Astronomía - Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de San Juan – San Juan – Argentina.
garcia.lucas.fyq@gmail.com

Aldana Terluk
Departamento de Matemática, Física y Química - Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de San Juan – San Juan – Argentina.
aldana41292@gmail.com

Resumen

Actualmente, la educación superior debe adaptarse a las demandas del mundo laboral. Por lo tanto, las universidades deben ser instituciones dinámicas, capaces de formar profesionales que respondan a las demandas sociales, que puedan solucionar problemas, trabajar en equipo, con la capacidad de ser competitivos en el ejercicio de práctica laboral. Para ello, se necesita la implementación de modelos de enseñanza-aprendizaje activos, centrados en el desarrollo de habilidades, tanto disciplinarias como transversales, en los estudiantes. El Cálculo Numérico o Análisis Numérico, es la rama de la Matemática que estudia los métodos numéricos de resolución de problemas, es decir, los métodos que permiten obtener una solución aproximada del problema considerado, tras realizar un número finito de operaciones lógicas y algebraicas elementales. Tanto su aprendizaje como la enseñanza demandan una reflexión, por parte de los actores involucrados, para la obtención de buenos resultados. El abordaje de una situación problemática requiere de una contextualización de la realidad y una descontextualización de la disciplina. Así, este trabajo trata el cómo se puede lograr este objetivo mediante la aplicación de metodologías apropiadas, tales como: Aprendizaje basado en Problemas, Aprendizaje basado en Retos y el Aprendizaje Cooperativo, en las asignaturas Análisis Numérico de la Licenciatura en Geofísica y Cálculo Numérico, de la

Licenciatura en Astronomía, ambas carreras de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan.

Palabras clave: Aprendizaje basado en problemas - Aprendizaje basado en retos – Aprendizaje cooperativo.

Abstract

Currently, higher education must adapt to the demands of the world of work. Therefore, universities must be dynamic institutions, capable of training professionals who respond to social demands, who can solve problems, work in teams, with the ability to be competitive in the exercise of labour practice. This requires the implementation of active teaching-learning models, focused on the development of skills, both disciplinary and transversal, in students. Numerical Calculus or Numerical Analysis is the branch of Mathematics that studies the numerical methods of problem-solving, that is, the methods that allow to obtain an approximate solution of the considered problem, after performing a finite number of elementary logical and algebraic operations. Both their learning and teaching require reflection on the part of the actors involved in order to obtain good results. The approach to a problematic situation requires a contextualization of reality and a decontextualization of the discipline. Thus, this work deals with how this objective can be achieved through the application of appropriate methodologies, such as Problem-based Learning, Challenge-based Learning and Cooperative Learning, in the subjects Numerical Analysis of the Bachelor's Degree in Geophysics and Numerical Calculus, of the Bachelor's Degree in Astronomy, both degrees of the Faculty of Geophysics and Numerical Calculus, of the Bachelor's Degree in Astronomy, both degrees of the Faculty of Geophysics and Numerical Calculus, both degrees of the Faculty of Geophysics and Numerical Analysis of the Faculty of Astronomy.

Keywords: Problem-based learning - Challenge-based learning - Cooperative learning.

Introducción

En la actualidad, el mercado laboral exige contar con profesionales altamente cualificados, cuyos conocimientos vayan más allá de los conocimientos técnicos, en consecuencia, las competencias transversales, como la comunicación, el trabajo en equipo y el liderazgo, se han convertido en una parte clave del currículum del profesional (Rodríguez-Borges et al., 2020). Esto ha despertado el interés de las universidades en implementar modelos de enseñanza-aprendizaje centrados en el estudiante, los cuales contribuyan significativamente en el desarrollo de sus habilidades tanto disciplinarias como transversales (Cuevas-Ortuño, y Huegel, 2020). El desarrollo del Análisis Numérico, del Cálculo Numérico o de los Métodos Numéricos como disciplina con entidad propia, se ha vinculado a la vertiginosa evolución que las computadoras han experimentado desde su aparición en la década de los años cuarenta. Las computadoras han proporcionado una herramienta imprescindible para aplicar con eficacia la inmensa mayoría de los métodos propuestos por el análisis numérico; dado el considerable volumen de cálculos y manipulaciones de datos que suelen llevar aparejados. Las asignaturas Análisis Numérico y Cálculo Numérico pertenecen al grupo de materias formativas, Área Ciencias Básicas, del plan de estudio correspondiente a las carreras Licenciatura en Geofísica y Licenciatura en Astronomía, respectivamente, del Departamento de Matemática, Física y Química, de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de San Juan.

Un curso de Análisis o Cálculo Numérico es un excelente medio para que el estudiante capte la relación entre el "Análisis o Cálculo Numérico Puro" y el "Análisis o Cálculo Numérico Aplicado". Por lo tanto, en este trabajo se

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

brindarán evidencias de una experiencia realizada con los estudiantes en noviembre de 2023, en la cual ellos debían aplicar los conceptos adquiridos en el cursado para resolver una situación problemática de su área disciplinar. También, esta práctica proporcionó al alumnado otras herramientas básicas, articulando la rama del saber, las técnicas y métodos, y el área de la investigación. Pero, además, algunos grupos de estudiantes pudieron interactuar con investigadores de dos proyectos de investigación ("Aportes de la Teoría de la Decisión Estadística a Situaciones de Riesgo en el Ámbito Universitario" y "Tecnologías 4.0 para Asistir a la Toma de Decisiones en Organizaciones Regionales"). Luego, un estudiante, en el marco de charlas del Instituto de Informática – FCEFN – UNSJ, comentó el resultado de la investigación y experiencia de su grupo, a través de la charla denominada "Métodos Numéricos de la Teoría a la Práctica".

Metodología

En la mayoría de las carreras, la materia Análisis, Método o Cálculo Numérico, suele ser considerada por los estudiantes como una de las más difíciles, debido a que deben integrar y extender sus conocimientos desde la matemática analítica a la numérica, ampliando sus preconceptos e incorporar el concepto de "solución aproximada". El objetivo de la materia es que el estudiante sea capaz de comprender los requerimientos e importancia de aplicar cada uno de los métodos numéricos para resolver distintos tipos de problemas reales del campo de aplicación; usando diversas herramientas tecnológicas, dispositivos móviles y softwares de uso libre. Las clases son teóricas-prácticas y la metodología de enseñanza empleada era tradicional, hasta que en el año 2018 se comenzaron a implementar diferentes metodologías que pudieran despertar el interés en el estudiante, investigación e integración con otras materias del plan de estudio de la carrera. Esta propuesta, tomó aún más fuerza, durante el período de aislamiento por pandemia, debido a que motivaba a los estudiantes a reunirse virtualmente y poder llevar a cabo una actividad de estudio e investigación de forma colaborativa. Entre las metodologías empleadas se pueden mencionar:

El aprendizaje basado en problemas (ABP) es una metodología centrada en el aprendizaje, en la investigación y reflexión que siguen los estudiantes para llegar a una solución ante un problema planteado por el profesor. Así, este tipo de aprendizaje ayuda al estudiante a desarrollar y a trabajar diversas competencias. Entre ellas, destaca: Resolución de problemas, Toma de decisiones., Trabajo en equipo., y Habilidades de comunicación -argumentación y presentación de la información (Gómez-Pérez, 2022). El empleo del ABP en la enseñanza va formando ciudadanos responsables y con motivación hacia el aprendizaje, incorporando las TIC en la enseñanza de las matemáticas para superar las dificultades presentadas en operaciones matemáticas básicas. La Figura 1 presenta las ventajas del ABP.

El Aprendizaje Cooperativo (AC), es un enfoque educativo, que, por medio de grupos de dos o más estudiantes, busca mejorar el aprendizaje a través del trabajo conjunto. Dentro de los métodos de Aprendizajes Activos (AA), el AC, es uno de los más eficaces para desarrollar competencias y lograr aprendizajes significativos (Becerril y Nahón, 2022; Solís, Gallego-Jiménez y Real, 2022). Las ventajas del AC son presentadas en la Figura 2.

El Aprendizaje basado en Retos (ABR) permite que los aprendizajes se transformen en relevantes e imprescindibles para el desempeño laboral y para la competencia social en armonía con la innovación y la investigación. El ABR, como se puede observar en la Figura 3, en sí es una opción para conseguir los objetivos de aprendizaje establecidos en los perfiles adquiridos para su desempeño profesional. Ofrece diferentes ventajas de enseñanza y de aprendizaje ajustadas a la realidad en un contexto local, regional, nacional o internacional, en que se vincule el conocimiento con la práctica misma y el desarrollo de diferentes elementos establecidos (Posso Pacheco et al., 2023).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Figura 1. Ventajas del ABP. Fuente: [https://www.aulaplaneta.com/2015/08/25/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-la-resolucion-de-problemas.](https://www.aulaplaneta.com/2015/08/25/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-la-resolucion-de-problemas)

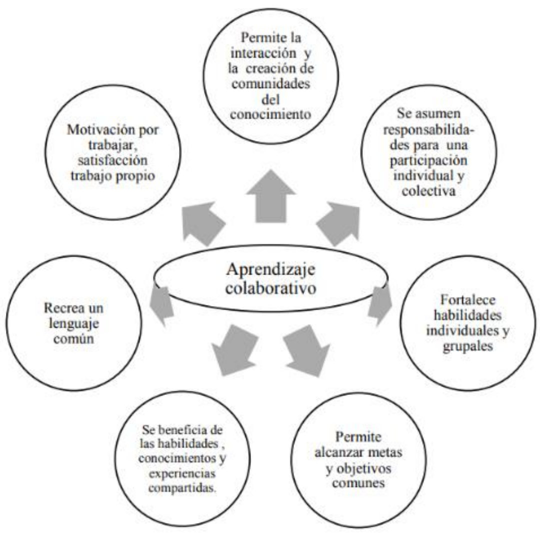


Figura 2. Ventajas del AC. Fuente: Monsalve Gómez, y Vanegas, (2014).

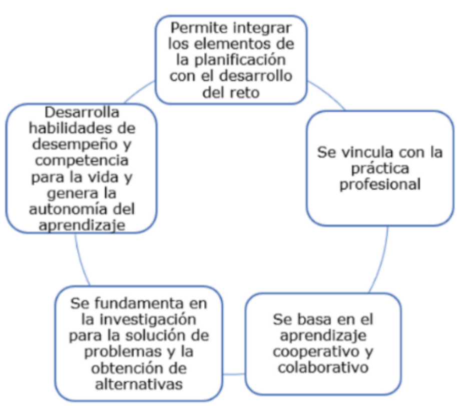


Figura 3. Aprendizaje basado en retos. Fuente: Posso Pacheco et al., 2023.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo de la Experiencia

El estudio se enmarcó dentro de una investigación descriptiva a través de la observación, en la cursada del 2023. Para llevar a cabo esta experiencia se propuso la metodología AbProReCo (Aprendizaje basado en Problemas, Retos y Colaboración), articulando e implementando los beneficios de estas tres metodologías activas principales, sumadas las estrategias de aula invertida y el aprendizaje basado en la investigación.

La experimentación se llevó a cabo en dos etapas:

- *Primera etapa*: se invitó a un par de profesores, referentes de cada una de las carreras. Cada profesor brindó una charla en la cual se ejemplificó y fundamentó la importancia de la asignatura para su carrera.
- *Segunda etapa*, el alumnado fue dividido en 7 grupos (4 de la Lic. en Geofísica y 3 de la Lic. en Astronomía). A cada grupo se le planteó una situación problemática, y se le presentó un reto diferente. Los integrantes del grupo debían participar de la resolución de forma colaborativa. Adicionalmente, se utilizaron otras estrategias o metodologías activas tales como el aula invertida, la investigación y el aprendizaje por descubrimiento, que llevaron a presentar una serie de componentes en los cuales el estudiante debía afrontar problemas que debe estructurar y esforzarse, con la guía de las docentes y de los profesores visitantes, para encontrar las soluciones.

En esta etapa se realizaron las siguientes actividades:

1. Se planteo el escenario y se establecieron los criterios de la relación entre los miembros del curso a partir de los grupos de estudiantes y los docentes. También, los profesores invitados colaboraron en la construcción de la investigación.
2. Los grupos estructuraron procesos de asimilación y acomodación que promovían la nueva información dada por las docentes. Para ello cada grupo realizó:
   a. El análisis del problema y del reto propuesto, identificando las acciones que debían llevar a cabo.
   b. Buscó el consenso para el logro de la meta que solucionaría el problema.
   c. Desarrolló las estrategias de la acción. Cada grupo identificó cómo poner a funcionar la prueba piloto, y las estrategias posibles de la acción.
3. El rol de los grupos de estudiantes fue el de pensadores autónomos, en la búsqueda profunda de los contenidos que debían estudiar.
4. Cada grupo debía indagar sobre técnicas y metodologías de investigación.
5. Se presentó el plan tentativo de aprendizaje con la finalidad de que los participantes y facilitadores tomaran las decisiones finales.
6. Los estudiantes realizaron sus búsquedas en Internet y en la bibliografía sugerida por la cátedra sobre el problema planteado y el reto propuesto.
7. Los grupos definían el problema de investigación a abordar y formularon la pregunta o preguntas para solucionar el problema planteado.
8. A partir del punto anterior cada grupo debía escribir los objetivos de la investigación.
9. Para dar respuesta a la pregunta debían formular la metodología que deseaban adoptar.
10. Cada grupo procedió a delimitar su investigación teniendo en cuenta la información recolectada.
11. Cada grupo decidió cómo abordar el problema y cómo realizar el diseño y la aplicación de la investigación.
12. Por último, a través de exposiciones, cada grupo presentó los resultados de su investigación y los docentes evaluaron el proceso y los resultados del aprendizaje.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Durante todo el proceso los docentes, a través de observaciones, fueron relevando la forma de trabajo de los 21 estudiantes, de los cuales 9 eran mujeres y 12 eran varones distribuidos en grupos de no más de 3 participantes. En el momento de la exposición, para la evaluación del aprendizaje, los docentes trabajaron con las rúbricas que se presentan y describen en la Tabla 1. Así, tomando como referencia los datos registrados en las Tablas 1 y 2, se ideó la cuantificación de la verificación del aprendizaje y la evaluación continua que se llevó a cabo. Por ello cada alumno obtuvo una nota final:

$$NF = 0.30 * NG + 0.70 * NI \qquad (1)$$

Donde, NF: Nota final que obtiene el estudiante, NG: Nota de grupo (surge de la Tabla 1) y NI: Nota individual (surge de la Tabla 2).

Para concluir con la experimentación, uno de los estudiantes participó del ciclo de charlas del Instituto de Informática – FCEFN – UNSJ, donde expuso esta experiencia de su grupo, disponible en https://youtu.be/PJVCUip6H5k.

Tabla 1. Rúbrica para la evaluación grupal del aprendizaje de cada estudiante. Fuente: Elaboración propia

Tema:		Alumno 1:		
		Alumno 2:		
		Alumno 3:		
0-2: Muy Inadecuado/ausente 3: Inadecuado 4-5: Regular 6-8: Adecuado 9-10: Muy Adecuado				
Criterio		Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3
Exposición	Contacto visual con la audiencia			
	Naturalidad			
	Posturas y Movimientos			
	Velocidad al hablar			
	Volumen			
Contenido	Claridad en la idea principal			
	Tema desarrollado con detalles, datos y ejemplos importantes			
	Diapositivas legibles y esquemáticas			
	Utiliza gráficos y figuras			
	Uso adecuado del tiempo asignado			
Lengua	Vocabulario adecuado			
	Pronunciación adecuada			
	Uso del lenguaje formal (no jerga)			
	Uso adecuado de la gramática			
Observaciones:				

Tabla 2. Rúbrica para la evaluación individual de cada estudiante. Fuente: Elaboración propia

0-2: Muy Inadecuado/ausente 3: Inadecuado 4-5: Regular 6-8: Adecuado 9-10: Muy Adecuado			
Criterio	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3
Toma una posición y la fundamenta			
Hace preguntas			
Hace comentarios			
Reconoce las contradicciones y la no pertinencia			
Utiliza herramientas que permiten aclarar los temas			
Interactúa apropiadamente con la audiencia y con su grupo			

Conclusiones

En base a la experiencia desarrollada, usando la metodología AbProReCo con alumnos de la Licenciatura en Geofísica y de la Licenciatura en Astronomía, concluimos que si bien, los estudiantes en principio se mostraron resistentes al cambio en la modalidad de enseñanza-aprendizaje, cuando comenzaron a trabajar de manera colaborativa, autónoma e indagatoria, se pudo observar su motivación y entusiasmo en el aprendizaje. Además, a través de la encuesta que se realizó al finalizar el cursado, se evidenció una mayor satisfacción por parte de éstos. Por otra parte, los docentes, al analizar los resultados obtenidos, aplicando la metodología propuesta, observaron mejores resultados con respecto a los resultados de años anteriores donde se usaba la metodología de enseñanza-aprendizaje tradicional.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El hecho de que los alumnos tuvieran que armar grupos para solucionar la problemática los enfrentó a una forma de trabajo colaborativa que les permitió fomentar la interacción social, incrementar la iniciativa y constituye, ciertamente, un enfoque y una metodología que suponen todo un desafío a la creatividad y a la innovación en el sistema educativo.

De este modo se mostró que la metodología AbProReCo fusionó la adopción de estrategias provocadoras de la curiosidad intelectual y la disposición a la exploración de las temáticas en cuestión.

Referencias

Aula Planeta (2024). Las 6 ventajas del Aprendizaje basado en problemas. Disponible en https://www.aulaplaneta.com/2015/08/25/recursos-tic/ventajas-del-aprendizaje-basado-en-la-resolucion-de-problemas.

Becerril, E. A. y Nahón, A. E. (2022). Tendencias de investigación de aula invertida con aprendizaje colaborativo: Una revisión sistemática. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, (13), 12. Disponible en https://www.redalyc.org/journal/5216/521670731017/html/.

Cuevas-Ortuño, J., y Huegel, J. C. (2020). Serious Games or Challenge-based Learning-A comparative analysis of learning models in the teaching of lean manufacturing. 2020 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON). Disponible en Doi:10.1109/EDUCON45650.2020.9125393.

Freire, P. (2008). Pedagogía de la Autonomía: saberes necesarios para la práctica educativa. Siglo XXI Editores. Disponible en https://books.google.com.cu/books/about/Pedagog%C3%ADa_de_la_autonom%C3%ADa.html?id=N0E0nwEACAAJ&source=kp_book_description&redir_esc=y.

Gillies, R. M. (2016). Cooperative Learning: Review of Research and Practice. Australian Journal of Teacher Education, 41(3), 39-54. Disponible en https://doi:10.14221/ajte.2016v41n3.3.

Gómez-Pérez, J. (2022). Relación entre pensamiento crítico y aprendizaje basado en problemas en universidades latinoamericanas, 2015-2020. Mount Scopus Journal. (2)4, 66-81.

Monsalve Gómez, J., y Vanegas, D. (2014). Implementación de ambientes de aprendizaje b-learning: Retos para docentes y estudiantes. Revista Colombiana de Ciencias Sociales. 5. 408-417. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/272742076_Implementacion_de_ambientes_de_aprendizaje_b-learning_Retos_para_docentes_y_estudiantes.

Posso Pacheco, R. J., Cóndor Chicaiza, M. G., Mora Guerrero, L. M., y Segundo Leonidas, R. M. (2023). Aprendizaje basado en retos: una mirada desde la educación superior. Podium. Revista de Ciencia y Tecnología en la Cultura Física, 18(2).

Solís G., P., Gallego J., M. G. y Real C., S. (2022). ¿El aprendizaje cooperativo promueve la inclusión? Revisión sistemática. Páginas de Educación, 15(2), 1-21. Disponible en http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1688-74682022000200001&lng=es&nrm=iso&tlng=es.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Uso de Analogías Geométricas en Experiencias Interactivas para la Comprensión de Expresiones Matemáticas Usuales

Use of Geometric Analogies in Interactive Experiences for Understanding Usual Mathematical Expressions

Presentación: 25/03/2024

Deisy I. Galuppo
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
dgaluppo@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Sofía B. Bovo
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
sbovo@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Hugo A. Pipino
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Francisco, San Francisco, Córdoba, Argentina
hpipino@sanfrancisco.utn.edu.ar

Resumen

El artículo aborda la necesidad de superar las limitaciones de la enseñanza tradicional de matemáticas mediante la implementación de experiencias interactivas, respaldadas por analogías geométricas. Éstas sirven como puente entre representaciones visuales y expresiones algebraicas, permitiendo que las ecuaciones se equiparen con entidades geométricas, para hacer más atractivo el aprendizaje y promover una comprensión más sólida de los conceptos matemáticos. Se destaca el valor educativo de las experiencias, resaltando el juego como componente esencial para el desarrollo integral de los estudiantes, así como de los visitantes de la muestra ConCiencia, organizada por los integrantes del Museo Interactivo de Ciencias (MuIC). En este contexto, se presentan ocho experiencias interactivas que ilustran relaciones matemáticas usuales, con aplicaciones directas en campos como la física y la ingeniería. Estas experiencias son diseñadas y construidas por el grupo de investigación y desarrollo MuIC, que tiene lugar en la Facultad Regional San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional.

Palabras clave: Álgebra geométrica, Experiencias Interactivas, Didáctica, Matemáticas

Abstract

The article addresses the need to overcome the limitations of traditional mathematics teaching through the implementation of interactive experiences, supported by geometric analogies. These serve as a bridge between visual representations and algebraic expressions, allowing equations to be equated with geometric entities, to make learning more engaging and promote a deeper understanding of mathematical concepts. The educational value of these experiences is highlighted, emphasizing play as an essential component for the integral

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

development of both students and visitors to the ConCiencia exhibition, organized by members of the Museo Interactivo de Ciencia (MuIC). In this context, eight interactive experiences are presented that illustrate usual mathematical relationships, with direct applications in fields such as physics and engineering. These experiences are designed and built by the research and development group MuIC, which takes place at the Regional Faculty of San Francisco, Universidad Tecnológica Nacional.

Keywords: Geometric Algebra, Interactive Experiences, Didactics, Mathematics

Introducción

La enseñanza tradicional de la matemática, donde los profesores exploran los conceptos, como ecuaciones y/o teoremas, a través de una única interpretación, da lugar a un fenómeno de comprensión unívoca que se traduce en un pensamiento lineal y reduccionista sobre los objetos matemáticos, limitando así la comprensión de los estudiantes (Rondero-Guerrero y Reyes-Rodríguez, 2022).

En respuesta a estas limitaciones y en el continuo esfuerzo por mejorar los métodos pedagógicos, el ámbito de la enseñanza de las matemáticas ha experimentado una transformación significativa. La evolución hacia prácticas pedagógicas más dinámicas y participativas busca superar las restricciones de la enseñanza convencional y fomentar el pensamiento crítico y la apreciación de la riqueza conceptual de las matemáticas desde diversas perspectivas. Este cambio de paradigma no solo responde a las limitaciones identificadas, sino que también refleja un compromiso continuo con la mejora del proceso de aprendizaje matemático. En este contexto de evolución, la adopción de enfoques pedagógicos más inclusivos y flexibles se convierte en una prioridad, buscando proporcionar a los estudiantes una experiencia educativa que sea informativa, estimulante y accesible desde diversas perspectivas.

Según (Muñiz-Rodríguez et al., 2014) la implementación de experiencias interactivas en las clases de matemática permite crear situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permiten a los estudiantes experimentar, investigar, resolver problemas, descubrir y reflexionar acerca de alguna temática. El juego, como componente fundamental, involucra una serie de procesos que contribuyen al desarrollo integral, emocional y social de las personas. En muchos casos, el juego es un medio para probar los conocimientos de un individuo, favoreciendo la adquisición de destrezas, habilidades y capacidades relevantes para el desarrollo personal y social.

Además, crear un ambiente lúdico despierta la curiosidad de los estudiantes, brindándoles la oportunidad de disfrutar del placer del descubrimiento y del conocimiento. Integrar juegos y actividades recreativas en el aula facilita eludir posibles resistencias hacia la materia y busca superar bloqueos en algunos estudiantes. Este enfoque se traduce en una expectativa de mayor participación, practicidad, receptividad y dinamismo durante las clases (Chamoso et al., 2004).

Abordar la comprensión de conceptos matemáticos a menudo implica superar barreras abstractas que pueden parecer inaccesibles para muchos estudiantes. Por ello, para evitar la abstracción es posible utilizar representaciones que permiten la expresión y uso de un objeto matemático. El aprendizaje de un objeto matemático atiende al aspecto representacional que le configura y al desarrollo de un significado personal sobre éste desde las experiencias del individuo con el objeto (Pecharromán, 2014). El álgebra geométrica se convierte en puente entre las representaciones y las expresiones algebraicas, porque permite que los estudiantes observen que una ecuación puede representar una equivalencia con figuras geométricas (Mejía y Barrios, 2008). Entonces, ¿cómo podemos hacer que la experiencia de aprender matemáticas sea más atractiva y, al mismo tiempo, propiciar una comprensión más profunda?

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En este artículo, se aborda la interrogante planteada, a través de un enfoque metodológico donde se explora cómo las analogías o representaciones geométricas, respaldadas por experiencias interactivas, se convierten en el medio para la demostración y comprensión de conceptos matemáticos. Desde la aplicación de la geometría para visualizar ecuaciones hasta el diseño de experiencias que representan teoremas, con el objetivo de fusionar la abstracción matemática con la experiencia lúdica. Las experiencias interactivas que se detallan en la sección siguiente se desarrollan íntegramente por el Grupo I+D "Museo Interactivo de Ciencias", ubicado en la Facultad Regional San Francisco de la Universidad Tecnológica Nacional (Boriglio et al., 2023). El mismo despliega una labor significativa en divulgación científica mediante la muestra interactiva ConCiencia, ofreciendo sus servicios a instituciones educativas de diversos niveles y al público en general. Además, está disponible para complementar las cátedras impartidas en las carreras de ingeniería que forman parte de la estructura académica de la facultad.

Desarrollo

Con base en la introducción presentada, se exponen detalladamente experiencias interactivas utilizando analogías geométricas, las mismas pretenden proporcionar un enfoque lúdico para explorar y comprender ecuaciones matemáticas comunes. Además, estas actividades no solo cumplen con la función de facilitar la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también sientan las bases para el desarrollo de modelos físicos relevantes para las disciplinas ingenieriles.

Cuadrado de un Binomio

El cuadrado de un binomio dado por $(A+B)^2$, en ocasiones llamado binomio de Newton, es una herramienta que se utiliza a diario para muchas situaciones problemáticas que se presentan. Se puede desarrollar con la fórmula $A^2+2AB+B^2$, con esta equivalencia se subdivide el cuadrado principal en partes más pequeñas, dos cuadrados; uno con área A^2 y otro con área B^2, y dos rectángulos con área AB. Al sumar estas cuatro partes se obtiene el área total y completa del cuadrado inicial (Figura 1). La analogía se basa en que un lado elevado a la segunda potencia es igual al área del cuadrado que forma.

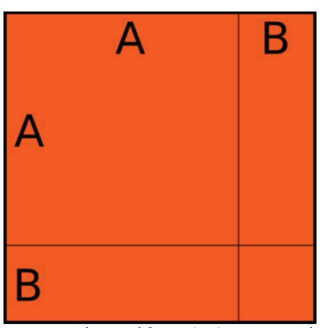


Figura 1. Representación gráfica de la ecuación del Cuadrado de un Binomio.


Figura 2. Experiencia interactiva Cuadrado de un Binomio.

De esta manera, a partir de un adecuado arreglo de cuatro piezas planas, donde dos son cuadradas y otras dos son rectangulares, es posible visualizar geométricamente lo que se obtiene al operar con matemáticas, y cada una representa uno de los sumandos en la ecuación detallada. Según lo establecido, en la Figura 2 se muestra la experiencia interactiva desarrollada. Con las cuatro piezas disponibles el estudiante debe confeccionar el cuadrado de lado (A+B) e identificar cada término de la ecuación.

Cubo de un Binomio

El cubo de un binomio corresponde a una extensión a tres dimensiones de lo desarrollado en la experiencia Cuadrado de un Binomio. En este sentido, el cubo de un binomio dado por $(A+B)^3$ puede ser interpretado como un cubo cuya capacidad volumétrica puede ser subdividida en ocho cuerpos geométricos siguiendo la ecuación $A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$. Por lo tanto, el cubo original se puede dividir en dos cubos cuyos lados sean de distinta

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

longitud, A y B, respectivamente, y dos grupos diferentes de tres paralelepípedos iguales en cada uno. El primero de estos grupos, se compone de paralelepípedos con una base cuadrada de lado A mientras que su altura tiene una medida B, en tanto que el segundo, posee una base cuadrada de lado B y una altura correspondiente a A (Figura 3).

De esta manera, en la Figura 4 se observan las ocho piezas de la experiencia desarrollada, con las cuales los estudiantes pueden armar el cubo correspondiente y demostrar la ecuación del cubo de un binomio.

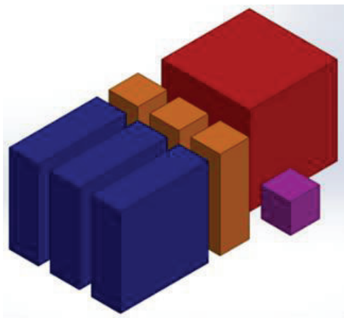


Figura 3. Representación gráfica de las piezas correspondientes a la ecuación del Cubo de un Binomio.

Figura 4. Experiencia interactiva Cubo de un Binomio.

Diferencia de Cuadrados

La diferencia de cuadrados es otra ecuación que usualmente se presenta en aplicaciones y/o desarrollos típicos de la ingeniería. Como la fórmula lo indica, una diferencia de cuadrados se puede visibilizar como la resta de áreas de dos cuadrados ($A^2 - B^2$), donde el de mayor tamaño tiene longitud A como lado, y el más pequeño posee lado B. El área resultante es igual a la resta del cuadrado mayor menos el área del cuadrado menor. De esta manera, la misma posee forma de L y se puede segmentar en dos entidades rectangulares que permiten realizar un cálculo más sencillo (Figura 5).

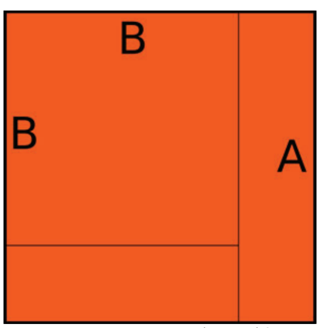
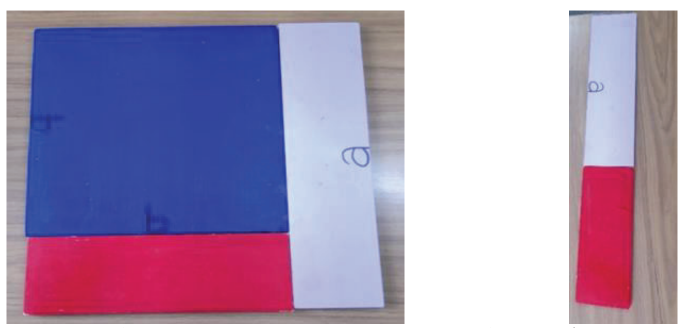


Figura 5. Representación gráfica de la ecuación Diferencia de Cuadrados.



a) Cuadrado mayor.

b) Rectángulo resultante.

Figura 6. Experiencia interactiva Diferencia de Cuadrados.

El rectángulo mayor tiene como lado las longitudes A y $(A - B)$, siendo su área $A(A - B)$, mientras que el rectángulo menor tiene como lado las longitudes B y $(A - B)$, produciendo una superficie igual a $B(A - B)$. Al sumar las áreas particulares de cada rectángulo, el área completa queda expresada como $[A(A - B) + B(A - B)]$, entonces si se opera matemáticamente la expresión y se emplea $(A - B)$ como factor común, es posible obtener una igualdad más reducida $(A - B)(A + B)$.

Mediante la experiencia interactiva desarrollada mostrada en la Figura 6a, puede formarse el cuadrado mayor y también emplear los rectángulos resultantes de la diferencia para confeccionar un único rectángulo de lados $(A + B)$ y $(A - B)$. Este enfoque determina la fórmula desarrollada a partir de $(A - B)(A + B)$ (Figura 6b).

Fraccionando

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Una fracción puede interpretarse como la cantidad de partes que se toman al subdividir en partes más pequeñas e iguales una unidad, dicho de otra manera, es una cantidad dividida en otra cantidad. Los componentes de una fracción son el numerador que indica la cantidad de partes a considerar, mientras que el denominador indica el total de partes en las que se divide la unidad. Además, las fracciones pueden sumarse, aun cuando el denominador es diferente, lo que permite combinar dos o más fracciones en un número equivalente (Figura 7).

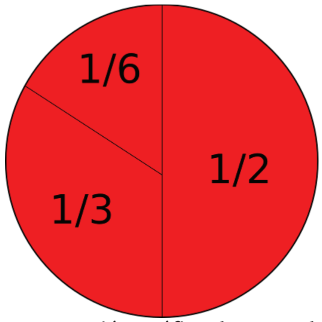


Figura 7. Representación gráfica de suma de fracciones.

Figura 8. Experiencia interactiva Fraccionando.

En la Figura 8 se muestra la experiencia interactiva desarrollada, en la misma se observa que con las piezas correspondientes se pueden formar los distintos resultados especificados en el borde y que para sumarlas es necesario encontrar un denominador común. Esta experiencia permite lograr una comprensión visual de la suma de fracciones, y la geometría con la que se pueden representar operaciones como éstas.

Descubriendo el Número Pi

El número π es una de las constantes matemáticas más conocidas a nivel global y su aplicación en la geometría la torna una de las más importantes, empleándose no sólo en matemáticas, sino también en aplicaciones de física e ingeniería. Esta constante permite calcular el perímetro de una circunferencia, es decir, cuánto mide su contorno a partir del diámetro ($Perímetro = \pi \times Diámetro$). Sin embargo, si se realiza la operación inversa, dividiendo el perímetro entre el diámetro se obtiene la constante de 3,1416. Lo que implica que la longitud de la circunferencia, cualquiera sea su medida, equivale a 3,1416 veces su diámetro (Figura 9).

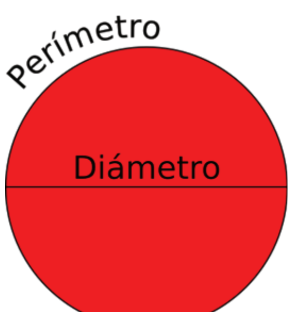


Figura 9. Representación gráfica para descubrir el número π.

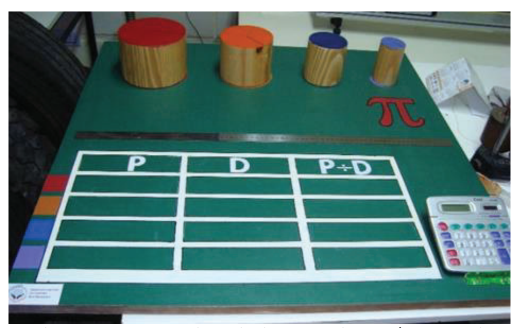


Figura 10. Experiencia interactiva Número Pi.

De esta manera, con un cilindro es posible demostrar la relación de proporcionalidad que existe entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, sin importar el tamaño de la circunferencia, la longitud de ésta es igual a π veces su diámetro. Por ello, en la Figura 10 se muestra la experiencia interactiva desarrollada, donde el estudiante puede realizar las mediciones tanto de perímetro como de diámetro utilizando la regla disponible y relacionarlas para verificar que se cumple la relación descripta.

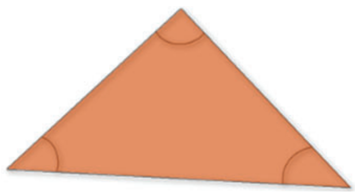
Suma de los Ángulos Interiores de un Cuadrilátero y de un Triángulo

La suma de los ángulos interiores de un polígono puede emplearse en la resolución de problemas de diferentes áreas científicas y la ecuación que permite obtenerla es $(n-2)180°$, donde n es el número de lados del polígono. De esta manera, para $n = 3$ y $n = 4$ puede visualizarse fácilmente, ya que determinan un ángulo

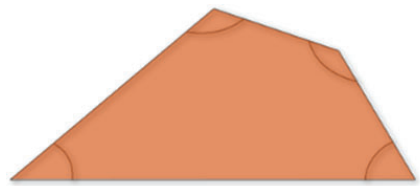
AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

llano para el primer caso, independientemente si el triángulo es equilátero, isósceles, escaleno, rectángulo o cualquier otro. Mientras que para un cuadrilátero la suma resultante corresponde a 360°, exactamente un círculo completo, más allá de la forma del mismo.

Así, considerando un triángulo como el mostrado en la Figura 11a y un cuadrilátero como se observa en la Figura 11b, pueden dividirse en tantas piezas como vértices cuente, donde cada una contenga la marca correspondiente a un ángulo interno del polígono.



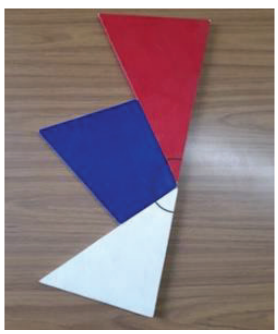
a) Triángulo.



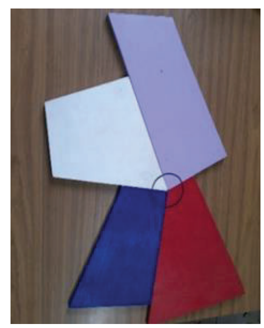
b) Cuadrilátero.

Figura 11. Representación de los ángulos interiores de un polígono.

En la Figura 12 se presentan las experiencias interactivas confeccionadas. A partir de las piezas dadas en las experiencias, se puede formar un triángulo (Figura 12a) y un cuadrilátero (Figura 12b), respectivamente. Asimismo, uniendo los vértices correspondientes, el estudiante puede demostrar la suma de los ángulos interiores del polígono considerado.



a) Triángulo.



b) Cuadrilátero.

Figura 12. Experiencias interactivas Suma de los Ángulos Interiores de un Polígono.

Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras es uno de los problemas más abordados en la enseñanza de matemáticas basada en analogías geométricas como se observa en (Barreto García, 2009) y (Masot et al., 2021). En trigonometría este teorema es empleado para hallar el valor de la longitud de cualquier lado de un triángulo rectángulo, conociendo los otros dos, ya que establece que cuando se eleva a la segunda potencia los dos lados más pequeños del triángulo, es decir, los catetos, y se los suma, se obtiene el cuadrado del lado mayor del triángulo, en otras palabras, la hipotenusa ($C^2 = A^2 + B^2$).

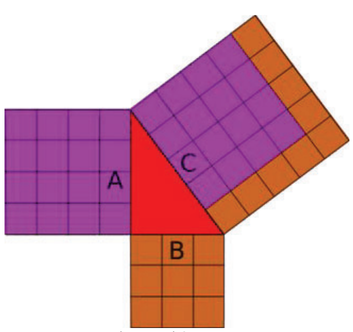


Figura 13. Representación gráfica del Teorema de Pitágoras.

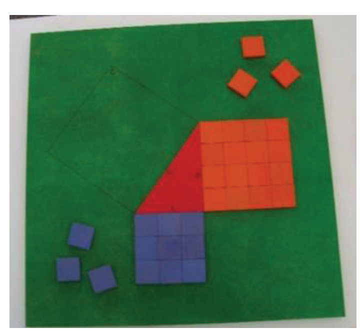


Figura 14. Experiencia interactiva Teorema de Pitágoras.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Geométricamente, el teorema simboliza que un cuadrado con lado igual a la hipotenusa tiene un área que es igual a la suma de las áreas de los cuadrados que tienen como lado cada uno de los catetos, tal como lo refleja la Figura 13. Además, si se subdivide cada cuadrado en partes más pequeñas y de igual tamaño se puede observar que la longitud de la hipotenusa es mayor a los catetos, pero menor a la suma de ambos.

En la Figura 14 se muestra la experiencia desarrollada, donde mediante la correcta colocación de cada pieza se puede llegar a la conclusión geométrica del teorema, empleando las mismas piezas para armar el cuadrado mayor que para los cuadrados restantes.

Conclusiones

Según lo expuesto, se concluye que el empleo de experiencias interactivas, centradas en la representación visual de ecuaciones matemáticas, no solo capta el interés de los estudiantes y el público de la muestra ConCiencia, sino que también fortalece la comprensión de los conceptos. En este enfoque, cada término y constante se aborda como una entidad geométrica, dando lugar a experiencias interactivas tangibles que transforman el aprendizaje en una actividad lúdica y participativa. Estas experiencias además de facilitar la formulación de ecuaciones, fomentan la exploración de relaciones matemáticas fundamentales, las cuales también encuentran aplicaciones prácticas en desarrollos y demostraciones específicas de otros campos como la física y la ingeniería. Este enfoque integrador además de enriquecer el proceso educativo, también sienta las bases para una comprensión más profunda y aplicada de los principios matemáticos en contextos prácticos y científicos.

Dado que la investigación se encuentra en su etapa inicial, a futuro se espera contar con datos que respalden las observaciones planteadas. Asimismo, la apreciación colectiva incentiva a los participantes del grupo a seguir confeccionando experiencias que brinden utilidad académica y, se encuentren disponibles tanto para estudiantes como para el público interesado en la temática.

Referencias

Barreto Garcia, J. C. (2009). “Cuadratura, primera noción de área y su aplicación en la expresión del área de diferentes figuras geométricas como recurso didáctico en la extensión geométrica del Teorema de Pitágoras”, *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 5(17).

Boriglio, R., Bovo, S. B., Pipino, H. A., & Neira, R. E. (2023). “Experiencias didácticas para la enseñanza de la mecánica de fluidos”. II Congreso en Innovación y Creatividad Educativa (CICE2023). Resistencia (Chaco).

Chamoso Sánchez, J. M., Durán Palmero, J., García Sánchez, J. F., Martín Lalanda, J., & Rodríguez Sánchez, M. (2004). “Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas”, *Suma*, 47, 47-58.

Masot, M. C. B., Rodríguez, V. Z., & López, M. B. (2021). “Las demostraciones dinámicas del Teorema de Pitágoras”, *Revista de Educación Matemática*, 36(1), 27-42.

Mejía, G., & Barrios, N. (2008). “El álgebra geométrica como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje del álgebra escolar”, Encuentro Colombiano de Matemática Educativa.

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). “El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora”, *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *39*, 19-33.

Pecharromán, C. (2014). “El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica”, *Educación matemática*, 26(2), 111-133.

Rondero-Guerrero, C., & Reyes-Rodríguez, A. V. (2022). “Los campos interpretativos en la didáctica de la matemática: el caso del teorema de Pitágoras”, *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36, 1316-1335.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Matrices y Procesamiento de Imágenes, una experiencia de aprendizaje basado en proyectos

Matrices and Image Processing, a project-based learning experience

Presentación: 14/03/2024

Claudia María Egea
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales - Universidad Nacional de Córdoba y Facultad Regional Córdoba – Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.
claudia.egea@unc.edu.ar, cegea@frc.utn.edu.ar

Resumen

En este artículo se describe una experiencia de aprendizaje basado en proyectos realizada en una materia de primer año del primer semestre de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba. En esta experiencia se presenta el concepto de matriz como modelo matemático para representar una imagen digital y las operaciones matriciales de suma y multiplicación por escalar permiten modificar y editar las imágenes representadas, introduciendo así el concepto de procesamiento de imágenes. De esta manera se introducen una aplicación a la vida real de los conceptos matemáticos de matrices y operaciones de suma y multiplicación por escalar de matrices.

Palabras clave: Aprendizaje basado en proyectos. Procesamiento de imágenes. Matrices y operaciones.

Abstract

This article describes a project-based learning experience carried out in a first-year subject of the first semester of the engineering carrees of the Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba. In this experience, the matrix concept is used to represent a digital image and the matrix operations of addition and scalar multiplication permit us modifying and editing the image, and so introducing the topic of image processing. This way, a real-life application of the mathematical concept of matrices and the matrix operations of addition and scalar multiplication are introduced.

Keywords: Project-based learning. Image processing. Matrix and operations.

Introducción

Ser docente de matemática en el ciclo básico de carreras de ingeniería presenta un gran desafío para motivar a los alumnos en la necesidad de estudiar los conceptos de la materia ya que éstos serán herramientas fundamentales en su vida profesional. La dificultad se presenta porque tales aplicaciones concretas se estudian recién en materias de años superiores. Si bien nadie duda que para desempeñarse como ingeniero/a se necesita conocer ciertos tópicos de matemática y física, las y los estudiantes necesitan encontrase con alguna aplicación concreta para amenizar la

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

lista de temas, que parece interminable, que “deben saber”. Muchas veces presentamos un concepto y caemos en la cómoda frase de “en materias específicas de la carrera verán que este tema es fundamental”, frase que no calma las expectativas de las y los estudiantes que comienzan a transitar la carrera y deben esperar pacientemente un par de años para encontrarse con problemas concretos de la carrera que eligieron.

Esta difícil tarea se complica aún más cuando estamos frente a un grupo de 100 alumnos que eligieron diferentes especialidades como sucede en la materia Introducción a la Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba (FCEFyN-UNC).

Cabe mencionar que esta necesidad de las y los estudiantes también se corresponde con las demandas actuales de la formación por competencias de profesionales ingenieros, donde debemos enfocarnos en el “saber hacer” y no sólo el “saber” cómo años atrás. En este sentido el Libro Rojo de CONFEDI menciona la competencia genérica de “Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería”, y las materias de matemática contribuyen en parte al desarrollo de tal competencia aún desde los primeros pasos de las y los estudiantes en la facultad.

En este contexto, proponemos una experiencia piloto que se desarrolló en una comisión de la materia Introducción a la matemática en el año 2023 y que pretende mejorarse y extenderse al resto de las comisiones (está programada para repetirse en el año 2024 con algunas modificaciones). La experiencia consiste en estudiar el concepto de matriz y sus operaciones de suma y multiplicación por un escalar a través del desarrollo de un problema concreto de la vida cotidiana relacionado con imágenes digitales y su edición.

Experiencia

Esta experiencia se realizó en la cuarta semana de clase de una materia del primer semestre de primer año en un grupo de 110 estudiantes de diferentes carreras de ingeniería. Consistió en una actividad de corta duración (aproximadamente 40 minutos) desarrollada en el horario de clase.

En un primer momento se presentó el concepto de matriz con su definición y ejemplos. Luego se presentaron las operaciones de suma de matrices y multiplicación por un escalar con sus propiedades y ejemplos. Las y los estudiantes desarrollaron ejercitación del tema.

Luego se propuso la siguiente tarea de investigación: “Busca en internet: ¿cómo se representa una imagen digital para almacenarla en un dispositivo?”. Aquí los y las estudiantes buscaban con sus celulares en internet la pregunta de la consigna (utilizando wifi libre disponible en la facultad). Cabe destacar que la docente eligió la pregunta sobre otras opciones posibles de manera de orientar el resultado de la búsqueda y así obtener una respuesta relacionada con el procesamiento digital de imágenes, tema objeto de la experiencia.

Una alumna y dos alumnos compartieron sus resultados de la búsqueda llegando a la conclusión que a través de matrices podemos dar un modelo matemático que permite representar y almacenar imágenes digitales. Por ejemplo, las fotos que sacamos con un teléfono celular se almacenan de esa manera.

Seguidamente se propuso un trabajo de laboratorio utilizando el programa Google Colab (el archivo completo se puede ver en https://colab.research.google.com/drive/1Cowt51ek861fvEsLZGqsRRcpg-GU-ZxJ#scrollTo=iY0EuBDZHnqG). El trabajo de laboratorio consistió en una introducción a la modelización matemática de imágenes usando matrices. Se introdujeron los comandos necesarios para leer una imagen y poder visualizarla tanto como imagen como matriz, de esa manera las y los estudiantes pudieron ver en un ejemplo concreto una aplicación de las matrices.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Luego se invitó a las y los estudiantes a pensar qué efecto producirían las operaciones de suma y multiplicación por escalar de matrices. Las y los estudiantes propusieron algunas hipótesis.

Acto seguido se realizaron esas operaciones en la imagen cargada (a través del software) y se mostraron los efectos que producían dichas operaciones. Es decir, la matriz modificada por la operación se visualizó como imagen.

Se comparó el resultado obtenido con el programa y las hipótesis propuestas por las y los estudiantes. En algunos casos hubo coincidencia y en otros no debido a detalles técnicos de la representación de la imagen según la escala usada.

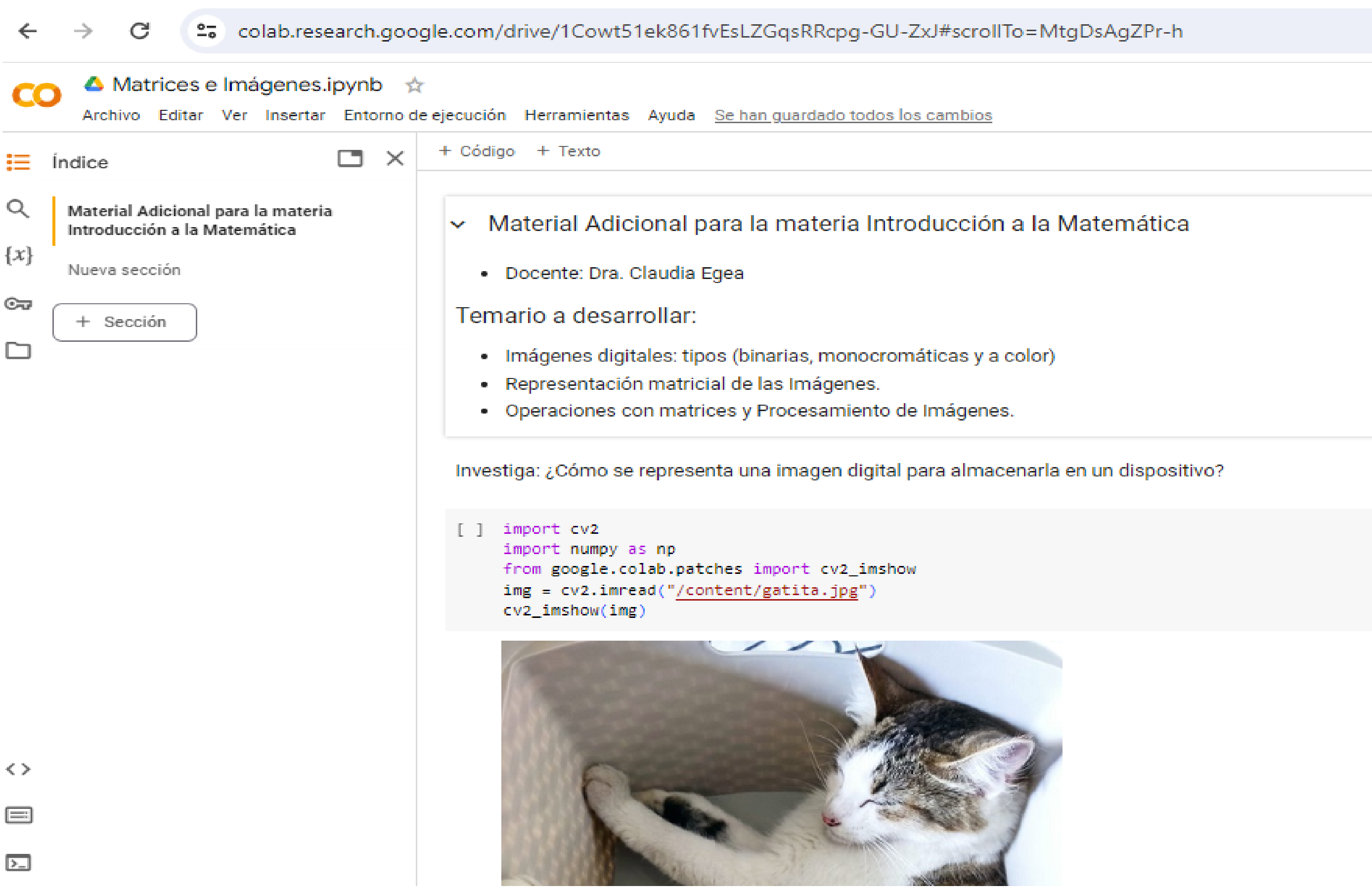


Figura 1. Extracto del archivo utilizado en la experiencia

En ese sentido, se reflexionó sobre la necesidad de analizar la coherencia del resultado matemático obtenido en el marco del problema real modelado y evitar así dar respuestas imposibles de presentarse en la vida real.

Por último, se les pidió que carguen una imagen a elección y la modifiquen de alguna manera experimentando con las operaciones estudiadas. En este sentido debían pensar qué operación me permite realizar tal o cual efecto, por ejemplo, qué operación me permite calcular el "negativo" de una imagen, o qué operación permite oscurecer la imagen, o qué operación permite aclarar la imagen, etc.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Así los y las estudiantes experimentaron un pequeño espectro del procesamiento de imágenes. Estos temas se desarrollan de manera más extensa en una materia de tercer año para una de las carreras de la facultad. En esa materia se estudian otras operaciones más avanzadas que son necesarias para realizar ediciones más interesantes.

```
constante = 2.5
img_constante = cv2.multiply(img, np.array([constante]))
cv2_imshow(img_constante)
```

```
[ ] import cv2
    import numpy as np
    from google.colab.patches import cv2_imshow
    ruta_imagen = '/content/imagen.jpg'
    img = cv2.imread("/content/imagen.jpg")

    img_negativo = 255 - img
    cv2_imshow(img_negativo)
```

Figura 2. Extracto del trabajo realizado por un estudiante

Conclusiones y mejoras a futuro.

Como se mencionó, esta fue una primera experiencia que pretendemos mejorar y extender. Si bien no se realizaron encuestas formales para evaluar el grado de aceptación u opiniones de las y los estudiantes; en charlas informales manifestaron que les resultó una actividad motivadora para relacionar un concepto matemático abstracto con una aplicación real concreta.

En ese sentido una de las modificaciones a implementar en la propuesta de la actividad este año es realizar una encuesta que permita medir de alguna manera el impacto de la propuesta y si la actividad impacta en la motivación para estudiar el concepto matemático. Nos parece necesario analizar por ejemplo si la actividad ayuda a que los y las estudiantes asimilen el concepto, o si les resulta motivadora para entender el efecto que producen las operaciones de suma y multiplicación por escalar en las matrices.

Por otro lado, la respuesta de las y los estudiantes a esta actividad no fue homogénea, sino que se notó mayor entusiasmo en una de las carreras (ingeniería biomédica) en cuyo plan de estudios aparece una materia específica

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

que trabaja con imágenes y procesamiento de imágenes (la materia se llama Procesamiento de Señales). Es decir, en esa carrera la actividad fue un pequeño adelanto de lo que se estudiaría más adelante. Sabemos que las y los estudiantes de primer año están ansiosas/os por ver algunos temas específicos de la carrera elegida por ello la actividad resulta particularmente motivadora para estudiantes de dicha carrera.

Aunque no todos los y las estudiantes recibieron la actividad de igual manera, consideramos que esta propuesta permite presentar una aplicación concreta del concepto de matriz a la vida real. Por otro lado, dicha aplicación está al alcance de todos por la accesibilidad y cotidianeidad de las imágenes digitales. Por ello pensamos que puede resultar una actividad interesante para presentarla en todas las comisiones de la materia para dar ejemplos concretos de aplicaciones de los conceptos vistos.

Por último, quiero mencionar mi motivación particular para presentar este trabajo. Si bien mi formación es en matemática pura, me parece interesante y necesario profundizar sobre aplicaciones de los conceptos vistos para transmitirlo a las y los estudiantes. Más aún, trabajando con estudiantes de carreras de ingeniería. Las y los estudiantes preguntan una y otra vez “¿para qué sirve este concepto?”, pregunta por demás lógica cuando estudiamos con espíritu crítico los temas presentados. Es natural preguntarse, qué tema es más importante que otro, cual es fundamental, cual se deduce del anterior, cuando voy a utilizar y en qué contexto voy a utilizar este tema. En ese marco busco aplicaciones concretas para presentar en mis clases y no siempre las encuentro. Sin embargo, congresos como este y sus libros de actas nos permiten encontrar propuestas similares (Kowalski et al (2015), Righetti el at. (2022), Robles et al. (2021) por citar algunos ejemplos) como así también difundir las propuestas realizadas para ponerlas a disposición de quienes quieran reproducirlas. De esta manera realizo un humilde aporte y me pongo a disposición para facilitarles el material necesario a quienes quieran realizar esta propuesta en sus ámbitos educativos.

Referencias

Giordano Lerena, R.; Cirimelo, S. [Editores] (2018). *Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de Ingeniería en la República Argentina, Libro Rojo de CONFEDI*. Universidad FASTA.

Kowalski, V.; Enriquez, H.; Santelices, I.; Erck, M. (2015). “Enseñanza de algoritmos en Investigación Operativa: un enfoque desde la formación por competencias”, *Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas tendencias* 4 (15), 67-80.

Righetti, G.; Seminara, S. (2022). “Tareas interdisciplinarias en Cálculo en Varias Variables”. Actas del XXIII Encuentro Nacional y XV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, EMCI 2022, Paraná, Entre Ríos, Argentina, 4 al 6 de octubre, 116-126.

Robles, G.; De Pablo, L.; Simonetti, M. (2021). “¿En qué Situaciones Reales Aplicamos las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias?”. Actas del XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, EMCI 2021, Montevideo, Uruguay, 19 al 21 de mayo, 439- 445.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Implementación de la metodología de Aula Invertida en una asignatura de segundo nivel de ingeniería

Implementation of the Flipped Classroom methodology in a second level engineering subject

Presentación: 25/03/2024

Ana Carina Sarmiento
Facultad Regional San Francisco – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
csarmiento@sanfrancisco.utn.edu.ar

Julieta Cornalis
Facultad Regional San Francisco – Universidad Tecnológica Nacional (Argentina)
jcornalis@facultad.sanfrancisco.utn.edu.ar

Resumen

Por la pandemia de COVID-19 muchos docentes universitarios comenzaron a utilizar Aula Invertida, brindando a los estudiantes material audiovisual previo a la clase y desarrollando luego clases sincrónicas virtuales para la resolución de situaciones prácticas. Con el regreso a las aulas presenciales, esta metodología fue quedando instalada, quizás para aprovechar todo el material generado en esos años de virtualidad, pero también sabiendo que los estudiantes, mediante esta metodología, desarrollan nuevas capacidades de aprendizaje.

Este trabajo muestra en detalle una experiencia de uso de la modalidad de Aula Invertida en presencialidad en una asignatura del segundo año de ingeniería; destaca las ventajas y desventajas que surgieron de su implementación; y analiza la mejora en los resultados obtenidos por los estudiantes en esta experiencia y su mayor motivación y participación en clase, si se compara con los de la metodología tradicional y con el uso de Aula Invertida en virtualidad.

Palabras clave: Aula invertida, metodologías de enseñanza, aprendizaje activo, competencias de aprendizaje, aprendizaje autónomo.

Abstract

Due to the COVID-19 pandemic, many university teachers began to use Flipped Classroom, providing students with audiovisual material prior to class and then developing virtual synchronous classes to resolve practical situations. With the return to face-to-face classrooms, this methodology became established, perhaps to take advantage of all the material generated in those years of virtuality, but also knowing that students, through this methodology, develop new learning capabilities.

This work shows in detail an experience of using the Flipped Classroom modality in person in a subject of the second year of engineering; highlights the advantages and disadvantages that arose from its implementation; and analyzes the improvement in the results obtained by the students in this experience and their greater motivation and participation in class, if compared with those of the traditional methodology and with the use of the Flipped Classroom in virtuality.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Keywords: Flipped classroom, teaching methodologies, active learning, learning competencies, autonomous learning.

Introducción

En el panorama universitario actual es fundamental el desarrollo de las competencias de aprendizaje autónomo donde el estudiante tome el rol central y se haga protagonista de su propia evolución académica. En este contexto, las metodologías activas de enseñanza como la llamada Aula Invertida, toman un rol importante porque además de implicar la utilización de nuevas tecnologías y fomentar su uso, el Aula Invertida o Flipped Classroom, presupone un cambio de paradigma (Sandobal Verón, Marín, & Barrios, 2021). Mientras tradicionalmente en el aula el docente explica la teoría, se ejercita brevemente y luego queda para el hogar profundizar la ejercitación de todo lo aprendido; en el Modelo de Aula Invertida el estudiante toma tiempo en su hogar para revisar la teoría, mediante videos, bibliografía o cualquier herramienta online y luego, en el aula y con el docente como mediador, se ejercita dicha teoría, se la analiza y pone a prueba.

En esta metodología el docente deberá realizar, por un lado, una selección o elaboración de material accesible para que los estudiantes puedan apropiarse del contenido y, por otro lado, plantear problemas y situaciones desafiantes en el aula para motivar el análisis de la teoría vista y su utilidad para resolver dichos problemas. Una de las dificultades por sortear en este modelo es cómo asegurarse de que los estudiantes utilicen realmente en sus hogares el material brindado y lo aprovechen para un mejor aprendizaje.

Desarrollo

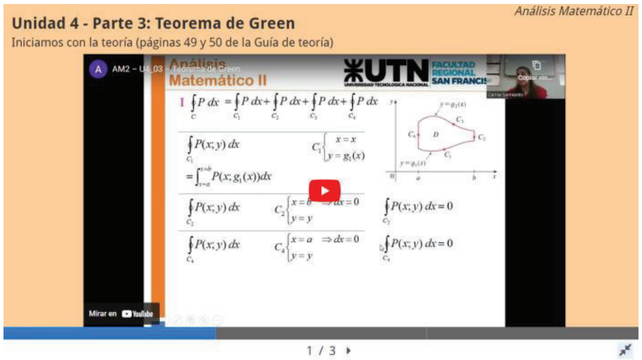
Modalidad de trabajo

Teniendo en cuenta estos supuestos y luego de haber implementado la modalidad de Aula Invertida casi por obligación, como muchos otros cursos universitarios (Rodríguez Herrero & Ruiz Ambit, 2021), durante la virtualidad impuesta por la pandemia de COVID-19, en la materia Análisis Matemático II de las carreras de Ingeniería Electromecánica, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Química e Ingeniería en Sistemas de Información de la Facultad Regional San Francisco de la UTN se fue moldeando una modalidad de trabajo propia para implementar Flipped Classroom y para fomentar el desarrollo de competencias requeridas en el estudiantado.

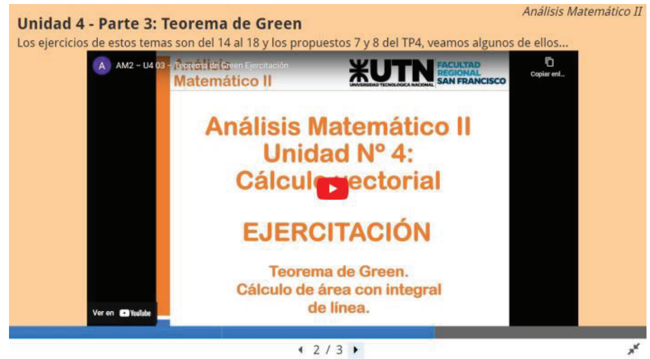
En la modalidad de trabajo actual, los estudiantes cuentan para cada clase con un archivo digital interactivo H5P (Moodle Documentation, 2024) que les sirve de "hoja de ruta" y contiene el siguiente material:

- Un video corto preparado especialmente por los docentes de la materia con la presentación del tema, cuidando fundamentalmente que se prioricen los conceptos clave, con algunos ejemplos ilustrativos y que la extensión del video no sea demasiado prolongada. La duración promedio de estos videos es de 15'38".
- Un video de práctica con algunos problemas modelo resueltos, también preparado por los docentes a pedido de los estudiantes para tener para refuerzo y estudio. La duración promedio de estos videos prácticos es de 23'12".
- Guía bibliográfica de referencia para poder consultar el tema en el apunte de la cátedra y en la bibliografía de estudio recomendada.
- Un cuestionario online y autocorregible con cinco enunciados Verdadero/Falso como actividad de comprensión básica. Dichos enunciados son expresiones que, habiendo consultado al menos el video de teoría o el material bibliográfico correspondiente al tema, pueden ser respondidas con gran facilidad, ya que rescatan los conceptos fundamentales del tema.

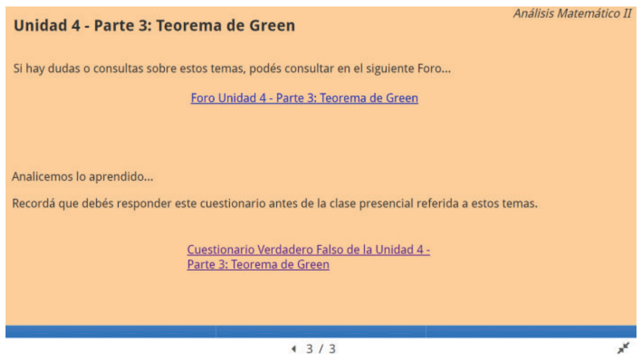
AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024



a)



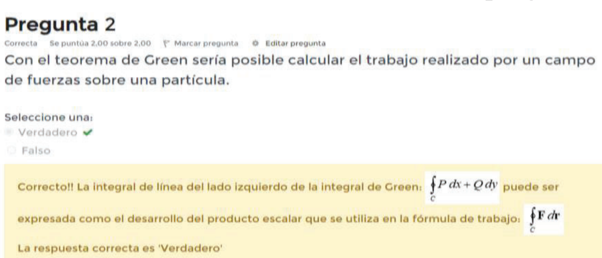
b)



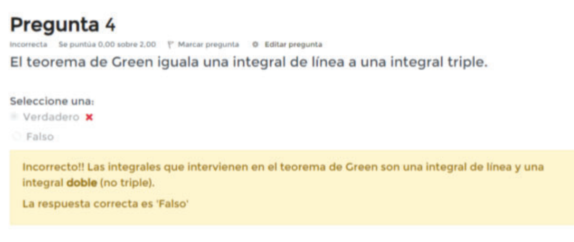
c)

Figura 1 - Aspecto del archivo H5P interactivo de uno de los temas de la materia.
1.a) Acceso al video y material de teoría - 1.b) Material de práctica
1.c) Acceso a Foro de consultas y cuestionario

Los cuestionarios de Verdadero/Falso son autocorregibles online, es decir que, una vez finalizado el cuestionario, el estudiante sabe cuál fue su desempeño en el mismo y la justificación de por qué respondió correcta o incorrectamente cada una de las preguntas.



a)



b)

Figura 2 - Muestras de la retroalimentación que recibe un estudiante en los cuestionarios autocorregibles.
2.a) Pregunta respondida correctamente - 2.b) Pregunta respondida de manera incorrecta

Estos cuestionarios fueron implementados con el objetivo de poder hacer un seguimiento y control de los estudiantes, a manera de evaluación continua. Para lograr la Aprobación Directa (sin examen final posterior) o la Aprobación No Directa de la asignatura, los alumnos deben tener aprobados el 75% de los mismos a lo largo de todo el año. Cada cuestionario se aprueba con 3 de 5 respuestas correctas.

La mecánica de trabajo para los estudiantes consiste, entonces, en: revisar el material disponible y responder el cuestionario de Verdadero/Falso antes de la clase presencial. Luego, durante la clase se ejercitan problemas y ejercicios sobre el tema, de manera grupal, con la coordinación y apoyo de los docentes, pero siempre procurando que sean los mismos estudiantes los que propongan ideas de solución.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Ventajas y desventajas

Muchos autores coinciden en las grandes ventajas que implica el uso de Aula Invertida ya que se trata de una metodología activa centrada en el estudiante (Pearson Latam, 2022) lo que conlleva un alto grado de motivación a mediano y largo plazo (Estrategias de Aprendizaje, 2024). Esto se ha podido comprobar durante el transcurso de esta experiencia. Los estudiantes participan activamente de las clases, y comparativamente plantean más consultas que suelen ser profundas y razonadas gracias a que han realizado un proceso de análisis del contenido previo a la clase. En las encuestas de final de cursado, los estudiantes destacan el aprender durante la cursada y no necesitar demasiadas horas de estudio en los momentos previos a las evaluaciones parciales.

Además, la metodología de Aula Invertida favorece el aprendizaje autónomo (Martínez-Olvera, Esquivel-Gámez, & Martínez Castillo, 2014) ya que los alumnos deben hacer ese proceso investigativo y de análisis previo a cada clase presencial de manera individual, contando con muchas herramientas disponibles pero intentando "aprehender" por sus propios medios. Es notoria la sensación de satisfacción de los estudiantes que llegan a la clase habiendo comprendido algún concepto complejo y realizando deducciones a partir de ellos, que serían casi imposibles de lograr en el aula si estos conceptos se impartieran en el mismo momento. Además, si bien los estudiantes se benefician de la flexibilidad de horario que concede el método, lo que les permite adaptar el estudio a sus horarios individuales y compromisos personales, les exige más disciplina para estar al día para cada clase.

El seguimiento realizado a través de los cuestionarios autocorregibles permite conocer clase a clase la situación de cada estudiante, afianzar conceptos no comprendidos y acompañar a aquellos estudiantes que quizás van quedando en el camino, este último detalle es de gran importancia en una materia con una cantidad considerable de estudiantes y varias comisiones.

Una vez dentro del aula, en la clase presencial, se fomenta el trabajo colaborativo, en grupos de estudiantes para resolver situaciones problemáticas desafiantes para su nivel. Esto favorece en los estudiantes el desarrollo de la competencia de trabajo en equipos. Se ha observado que, teniendo un conocimiento previo del tema, la interacción entre alumnos es mayor a la observada en un aula tradicional, se aportan múltiples perspectivas sobre un mismo tema y se ayuda a construir y hacer visible el pensamiento (Perkins, 1997). Estas características de la propuesta optimizan el uso del tiempo presencial tanto para los estudiantes como los docentes.

Lógicamente, en la implementación de esta metodología de Aula Invertida también surgen algunas dificultades ya que requiere que el equipo docente tenga gran manejo del tema y del grupo (Estrategias de Aprendizaje, 2024). El trabajo dentro del aula exige que el docente tome el rol de moderador, debe correrse del protagonismo y dejar a los estudiantes actuar, razonar, discutir y solo intervenir cuando sea necesario. Esto parece una tarea simple, pero cuando se está acostumbrado a liderar la clase y explicar tema a tema, quebrar esa costumbre puede no ser tan sencillo.

Por otra parte, el diseño de los videos y todo el material de uso previo a la clase requieren de planificación y mucho tiempo de trabajo sobre todo cuando se inicia la implementación de la metodología. Luego, es posible reutilizar el material. Los estudiantes valoran la posibilidad de contar con el material online y poder recurrir a él a la hora de estudiar para parciales y finales.

En consonancia con este último aspecto, se debe recordar que la asignatura, en este caso Análisis Matemático II, forma parte de un plan de estudios, que no es un espacio curricular único y aislado. Debido a esto, esta metodología presenta un gran desafío en cuanto a la administración del tiempo ya que para algunos estudiantes puede generar una carga de trabajo excesiva fuera del aula, especialmente al comenzar a trabajar con este enfoque de aprendizaje o si tienen múltiples compromisos académicos o extracurriculares.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Por último, pero no menos importante, el método de Aula Invertida depende en gran medida del acceso a dispositivos, conexión a internet fuera del aula, manejo de programas o aplicaciones específicas, lo que también puede representar un punto de resistencia para algunos estudiantes y docentes.

Análisis comparativo

En la siguiente tabla se comparan los desempeños de los estudiantes en tres años y modalidades diferentes.[1]

Tabla 1 – Comparación modalidad Tradicional, Aula Invertida virtual, Aula Invertida Presencial

	Modalidad Tradicional	Aula Invertida con clase virtual, durante la pandemia	Aula Invertida con clase presencial y cuestionarios autocorregibles
Total de estudiantes	*140*	*147*	*155*
Aprobación Directa	42,14%	46,26%	54,84%
Aprobación No Directa	30,71%	24,49%	16,77%
Libre	10,00%	4,08%	5,81%
Abandono	17,14%	25,17%	22,58%
Notas promedio	*7,73*	*7,97*	*8,44*
% de nota 10	*1,43%*	*2,04%*	*11,61%*
% de nota 9	*9,28%*	*11,56%*	*14,19%*

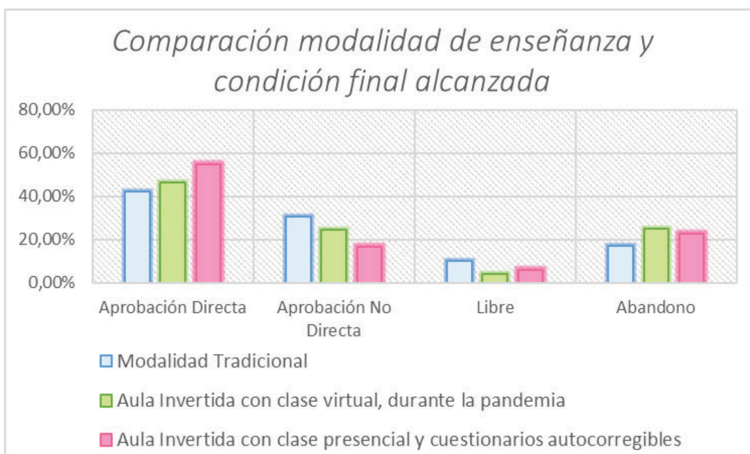


Figura 3 - Comparación de rendimiento de los estudiantes en las distintas modalidades de enseñanza.

Para comenzar con este análisis es preciso aclarar que desde hace algunos años se optó por diferenciar entre la condición final "Libre" y "Abandono". En el primer grupo (Libre) se consideran aquellos estudiantes que se habían inscripto al cursado de la asignatura y aún habiendo cumplido con todos los requerimientos formales no alcanzaron los niveles de desempeño establecidos. En el segundo (Abandono), aquellos que no cumplieron las exigencias formales mínimas como asistencia a clases, realización de actividades y evaluaciones parciales obligatorias, quedando así de manifiesto que optaron por dejar de cursar la materia.

A simple vista puede notarse que no hay grandes variaciones en los porcentajes que hagan suponer diferencias estructurales entre una metodología y otra. Estudios previos comparan el uso de Aula Invertida Convencional con el de Aula Invertida a Distancia y concluyen que no hay diferencias significativas por el uso de esta

[1] Para el análisis no se tienen en cuenta los años en que las modalidades fueron mixtas, para poder comparar metodologías puras, aunque si se consideran esos años la tendencia es similar.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

metodología de manera presencial o virtual, sino, más bien, variaciones que dependen del contexto educativo y los resultados previos de aprendizaje (Domínguez-Torres, Vega-Peña, Sierra-Barbosa, & Pepín-Rubio, 2021).

Sin embargo, analizando en detalle existe diferencia positiva en el porcentaje de Aprobación Directa año a año. Además, al comparar las calificaciones logradas por los estudiantes en las evaluaciones parciales con esta condición se evidencia que el promedio general también aumentó[2]. Los promedios de calificaciones son 7,73, 7,97 y 8,44 para cada año respectivamente. Ello refleja que el nivel de desempeño de los estudiantes ha mejorado. En respaldo a esta conclusión, en el año en que su utilizó la Modalidad Tradicional de enseñanza solo el 1,43% de alumnos eximieron con nota 10, mientras que con Aula Invertida con clase virtual ese valor tuvo un leve aumento a 2,04%, pero con la modalidad actual de Aula Invertida con clase presencial y cuestionarios autocorregibles, ese porcentaje se elevó a 11,61%. Un análisis similar se puede realizar para la calificación de 9, con 9,28%, 11,56% y 14,19% respectivamente.

En contrapartida, se puede observar que el porcentaje de estudiantes que quedaron libres en la materia, ha disminuido desde la implementación de esta metodología de enseñanza. En cuanto a los porcentajes de estudiantes que abandonaron, tuvieron un incremento en virtualidad y también puede notarse un incremento en el porcentaje entre la modalidad tradicional y la de Aula Invertida presencial, de 17,14% a 22,58%. Este incremento, de acuerdo a lo expresado por los mismos estudiantes parece deberse a que la modalidad de Aula Invertida y, particularmente, los cuestionarios clase a clase, hacen que los estudiantes se sientan más conscientes de su aprendizaje y decidan esperar a aprobar materias previas o afianzar conceptos mínimos necesarios para la asignatura y recursar luego. Aunque en este punto, también puede considerarse que algunos estudiantes no logran adaptarse a la modalidad. Por otra parte, si se comparan de manera conjunta los porcentajes de estudiantes que quedaron libres y abandonaron, teniendo en cuenta que dichos estudiantes de alguna manera deberán recursar la materia, los porcentajes totales (sumando "Libre" y "Abandono") son: 27,14%; 29,25% y 28,39% respectivamente para cada escenario analizado. Aunque el porcentaje en la modalidad de Aula Invertida en virtualidad implica un leve incremento respecto de los otros, si se analiza la situación de excepcionalidad extrema de ese año de cursado, no hay un incremento alarmante. Asimismo, la cantidad en la modalidad de Aula Invertida en presencialidad y con cuestionarios parece, a priori, un valor mayor que en la modalidad tradicional, pero debe tenerse en cuenta que esos porcentajes en general varían año a año y han rondado siempre valores levemente inferiores al 30% en años anteriores.

Finalmente, la cátedra dispone de valoraciones de encuestas propias para el seguimiento de esta metodología y encuestas realizadas desde la Secretaría Académica, comunes a todas las cátedras. A partir de los comentarios realizados por los estudiantes, es posible asociar los resultados obtenidos con las ventajas del Aprendizaje Invertido. Los estudiantes destacan la flexibilidad horaria, la disciplina que se genera con este método, la utilidad de asistir a clases con el tema del día visto y el mayor tiempo destinado durante la clase a la ejercitación y razonamiento de ejemplos.

Conclusiones

La implementación del modelo de Aula Invertida ha demostrado ser una estrategia efectiva para promover un aprendizaje más activo y autónomo por parte de los estudiantes en la materia de Análisis Matemático II en diversas carreras de ingeniería. Como mencionan muchos autores, los estudiantes se benefician al aprender a aprender por sí mismos, al identificar el estilo y proceso de aprendizaje propio y al colaborar entre ellos, mejorando su rendimiento académico (Tecnológico de Monterrey, 2014).

[2] Para la Aprobación Directa de la asignatura la calificación deberá ser mayor o igual a 6 en cada evaluación parcial, mientras que para la Aprobación No Directa la nota deberá ser 4 o más.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desde la experiencia en la puesta en marcha de esta metodología, se ha observado un aumento en el nivel de participación y motivación de los estudiantes, así como un mayor grado de profundización en los conceptos tratados. También en el desarrollo de habilidades de trabajo en equipo y pensamiento crítico, aspectos fundamentales en la formación de ingenieros competentes. Además, desde un punto de vista más objetivo, se ha evidenciado una mejora en los resultados académicos, con un incremento en el porcentaje de estudiantes que aprueban la asignatura de manera directa y una disminución en el número de estudiantes que quedan libres. Por otro lado, los docentes experimentan ventajas significativas al generar proximidad al estudiantado debido al mayor tiempo de interacción con ellos, a la posibilidad de retroalimentar de manera formativa y sumativa de manera inmediata e individualizada y a la motivación que pueden generar (Tecnológico de Monterrey, 2014).

Aunque se han identificado desafíos en la implementación, como la necesidad de capacitación docente y la disponibilidad de recursos tecnológicos, los resultados obtenidos, tanto por datos numéricos como por las opiniones y valoraciones positivas de los propios estudiantes, son alentadores. Como consecuencia de todo lo expuesto, se puede inferir que la implementación de la metodología de Aula Invertida en la asignatura de segundo nivel de ingeniería ha resultado ser una experiencia enriquecedora que ha mejorado los resultados académicos y, desde la percepción de las autoras y todo el equipo docente, ha contribuido al desarrollo de competencias clave en los estudiantes. Aunque presenta algunos desafíos, los beneficios observados respaldan su continuidad, su perfeccionamiento y posible aplicación en otras asignaturas del contexto universitario.

Referencias

Domínguez-Torres, L. C., Vega-Peña, N. V., Sierra-Barbosa, D. O., & Pepín-Rubio, J. J. (2021). Aula invertida a distancia vs. aula invertida convencional: un estudio comparativo. Revista Médica IATREIA, Vol. 34, Número 3.

Estrategias de Aprendizaje. (2024). Metodología del Aula Invertida: Qué es, Características y Ejemplos. Obtenido de https://estrategiasdeaprendizaje.mx/metodologia-del-aula-invertida/

Martínez-Olvera, W., Esquivel-Gámez, I., & Martínez Castillo, J. (2014). Aula Invertida o Modelo Invertido de Aprendizaje: Origen, Sustento e Implicaciones. En I. Esquivel-Gámez, Los Modelos Tecno-Educativos, revolucionando el aprendizaje del siglo XXI (págs. 143-160). DSAE-Universidad Veracruzana.

Moodle Documentation. (2024). Acerca de H5P. Obtenido de Documentación online de Moodle: https://docs.moodle.org/all/es/H5P

Pearson Latam. (2022). Ventajas del aula invertida y tips para aprovecharla en tu escuela. Obtenido de https://blog.pearsonlatam.com/en-el-aula/ventajas-aula-invertida

Perkins, D. (1997). ¿Cómo hacer visible el pensamiento? Escuela de Graduados en Educación - Universidad de Harvard.

Rodríguez Herrero, P., & Ruiz Ambit, S. (21 de Junio de 2021). Qué es el aula invertida y por qué es la gran sorpresa de la educación durante la pandemia. *BBC News Mundo*.

Sandobal Verón, V. C., Marín, M. B., & Barrios, T. H. (2021). El aula invertida como estrategia didáctica para la generación de competencias: una revisión sistemática. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*.

Tecnológico de Monterrey. (2014). Aprendizaje Invertido. Monterrey, México: EduTrends.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Los eventos contextualizados para fortalecer la integración horizontal y vertical de asignaturas

Contextualized events to promote horizontal and vertical integration

Laura Navas
Facultad Regional Concepción del Uruguay – Universidad Tecnológica Nacional - Argentina
navasl@frcu.utn.edu.ar

Susana Pintos
Facultad Regional Concepción del Uruguay – Universidad Tecnológica Nacional - Argentina
pintoss@frcu.utn.edu.ar

Resumen

Se relata una experiencia de articulación diseñada para ser realizada con alumnos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica Nacional Regional Concepción del Uruguay. Se recuperan conceptos previos de diversas asignaturas buscando profundizar acciones de articulación horizontal y vertical, a partir de un evento contextualizado.

Se trata de introducir al estudiante en una matemática que lo motive por su utilización en la resolución de problemas propios de la carrera que está cursando, proponiendo actividades didácticas que permitan un acercamiento entre disciplinas.

Luego de la experiencia, los estudiantes se manifiestan conformes con la actividad y valoran la posibilidad de tener espacios donde se puedan integrar asignaturas de un mismo nivel, para poder dar sentido a los contenidos.

Palabras clave: Eventos contextualizados- Modelos matemáticos - Articulación - Aprendizaje autónomo

Abstract

An articulation experience designed to be carried out with students from the Faculty of Engineering of the Universidad Tecnológica Nacional Regional Concepción del Uruguay is reported. Previous concepts from various subjects are recovered, seeking to deepen actions of horizontal and vertical articulation, based on a contextualized event.

It is about introducing the student to a mathematics that motivates him by its use in solving problems specific to the degree he is studying, proposing didactic activities that allow a rapprochement between disciplines.

After the experience, the students agree with the activity and value the possibility of having spaces where subjects of the same level can be integrated, in order to give meaning to the contents.

Keywords: Contextualized events - mathematical models-articulation- autonomous learning.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

Este trabajo se enmarca en el proyecto de Investigación Adaptación metodológica para promover competencias matemáticas en carreras de ingeniería y afines, que se desarrolla en la Facultad Regional Concepción del Uruguay en el Grupo de Estudio y Seguimiento del Diseño Curricular y es el resultado de una experiencia llevada a cabo con alumnos de la casa de estudios que actualmente están cursando la carrera de Licenciatura en Organización Industrial. La actividad se desarrolló en el marco de la asignatura Análisis Matemático, con la colaboración de los docentes de Organización Industrial I y Economía general.

¿A qué nos referimos con la expresión "Eventos contextualizados" (EC)? Se trata de un concepto acuñado en la Teoría de la Matemática en Contexto de las Ciencias (TMCC), considerado el núcleo central de su didáctica, en ella los EC se definen como "problemas, proyectos o estudios de caso que se comportan como entes integradores de las disciplinas…" (Camarena, 2021: 81) donde Camarena aclara "es importante dejar establecido que los eventos contextualizados no son ejercicios, no son problemas ni proyectos rutinarios. Sí son problemas o proyectos que deben causar un conflicto cognitivo al leer el enunciado y también deben motivarlos e intrigarlos para querer continuar con la tarea" (Camarena, 2021: 81).

Se plantea que para resolver los eventos contextualizados es fundamental la modelación matemática que lleva al estudiante a buscar, dentro de su bagaje de conocimientos matemáticos, aquellos que se ajustan mejor en cada caso, por otra parte, se propicia el uso de la tecnología como mediadora de aprendizajes y el aprendizaje colaborativo entre pares apoyados por docentes que actúan como guías.

Es de destacar que la TMCC se desarrolla desde y para profesiones donde la matemática no es una meta por sí misma, es decir, en donde no se van a formar matemáticos y se trata de construir competencias matemáticas intrínsecas a la profesión, no aisladas de ésta, sino inmersas en ella, tal como lo plantea su autora.

Distintos teóricos de la enseñanza de la matemática confluyen también en ideas semejante y dan luz a la experiencia que estamos desarrollando, entre ellos: Georges Polya quien escribió: "Si [el profesor de matemática] llena su tiempo taladrando a sus estudiantes con operaciones de rutina, matará su interés, impide su desarrollo intelectual y desperdicia sus oportunidades. Pero si desafía la curiosidad de sus estudiantes al plantearles problemas proporcionales a su conocimiento y les ayuda a resolver sus problemas con preguntas estimulantes, puede darles una probada de pensamiento independiente y algunos de sus significados" (Polya, 1965 : 1), de la misma forma Freudenthal, en su teoría de la fenomenología didáctica, hace referencia a las potencialidades del entorno en la formación de conceptos matemáticos. El mismo afirma que … "Las matemáticas surgen de los fenómenos: abstraen, organizan y estructuran grandes familias de fenómenos, dando lugar a los conceptos matemáticos" (citado por D´Ambrosio, 1995: 1).

En la misma línea Morgen Nis, analiza dos cuestiones diferenciadas: ¿qué tiene que hacer un aprendiz para volverse un conocedor de matemática? Y por otro lado ¿qué tiene que hacer un aprendiz para volverse un hacedor de matemática? "La resolución de tareas de un solo paso realmente no pueden mostrar la diferencia entre un entendimiento profundo de la matemática y un aprendizaje rutinario de conocimientos y procedimientos. Además, a menudo se dice que las competencias se traslapan (por ejemplo, la resolución de problemas casi inevitablemente utiliza representaciones y el trabajo con símbolos y formalismos)" (Nis, 2017: 8).

Se observa un eje común en torno a la necesidad de la enseñanza de matemática donde el alumno tome conciencia de su utilidad para la vida, para la carrera o su actuación profesional. En el proyecto y particularmente esta experiencia se trata de introducir al alumno en una matemática que lo motive por su utilización en la resolución de problemas propios de la carrera que está cursando.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo

El presente trabajo es una acción planificada en el PID "Adaptación metodológica para promover competencias matemáticas en carreras de ingeniería y afines", orientada por los Lineamientos para la adecuación curricular en las carreras de ingeniería de la UTN, tendiente a la progresiva incorporación del enfoque basado en competencias en las prácticas docentes.

En los objetivos de esta experiencia se establece el desarrollo de las siguientes competencias genéricas tecnológicas (CG): **CG.1.** Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería, **CG.4**. Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de aplicación en la ingeniería. Competencias genéricas sociales, políticas y actitudinales (CG): **CG.6**. Desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo, **CG.7**. Comunicarse con efectividad.

En consonancia con dichas competencias, para la experiencia que se expone, se han definido los siguientes resultados de aprendizaje que se enumeran a continuación: RA 1: Resuelve situaciones básicas de ingeniería integrando conceptos de análisis matemático y economía teniendo en cuenta los parámetros de la situación problemática. RA 2: Determina modelos matemáticos sencillos que permitan el análisis económico teniendo en cuenta cada situación y verificando soluciones con herramientas digitales. RA 3: Desarrolla actitudes de comunicación, roles y responsabilidades para optimizar el trabajo en equipo y de trabajo individual propiciando el intercambio en las actividades prácticas.

De esta experiencia participaron 28 estudiantes, en 10 grupos de trabajo. Los mismos son estudiantes de la carrera de Licenciatura en Organización industrial y están cursando las asignaturas Análisis matemático, Economía y Organización Industrial. La propuesta, planteada en 4 momentos, se realizó en dos jornadas de dos horas cada una, con la presencia de dos docentes pertenecientes a Análisis matemático y Organización Industrial, auxiliares de cátedra y dos observadoras quienes realizaron un registro de la actividad.

Se utilizó la metodología de Resolución colaborativa de problemas, que considera fundamental el desarrollo de la colaboración y la autonomía a través de problemas abiertos llevados a cabo en talleres cortos. Esta estrategia establece la resolución y discusión de la situación problemática en forma grupal y luego la generalización desde la puesta en común de todos los participantes. Durante el desarrollo de los talleres se usaron elementos tecnológicos como el Geogebra para el análisis de las soluciones.

MOMENTO 1: En principio se planteó la siguiente situación problemática:

"La empresa Wonka produce y vende chocolates con leche en barra, luego de realizar un análisis del entorno organizacional llega a la conclusión de que la estrategia de crecimiento que aplicará para aumentar sus ingresos es Desarrollo de Productos; debido a esto decide lanzar al mercado alfajores de chocolate blanco con arroz crocante y cereales. La empresa decide vender su nuevo producto a $1500 y sabe que los costos variables de producir cada chocolate son de $700. También cuenta con la información sobre su estructura de costos fijos, que se presenta en el siguiente cuadro:

Título: estructura de costos fijos

Concepto	**Valor en pesos**
Agua	2000
Electricidad	3000
Alquiler del local	30000
Operarios	27000
Administración	19000

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Consigna:

Luego de analizar la situación problemática, destacar y explicar las expresiones del enunciado del problema que sean específicas de tu disciplina, citando la bibliografía consultada.

Completar el siguiente cuadro con los modelos planteados, graficar las tres funciones definidas por estas ecuaciones en un mismo sistema de ejes cartesianos y reflexionar sobre lo obtenido.

Ecuación	Parte variable	Parte fija
I: Ingreso total		
C: Costo total		
U: Utilidad total (I-C)		

Los tiempos dedicados al MOMENTO 1 dentro del taller son los siguientes:

Duración		
Tiempo [min]	Actividad	Descripción
10	Organización de los grupos	Se agrupan en los grupos conformados para otra asignatura
20	Situación problemática 1	Se realiza una lectura en conjunto del material cargado previamente en la plataforma Moodle.
60	Análisis de la situación	Se recuperan los contenidos previos correspondientes a otras asignaturas
40	Informe de contenidos relacionados	Realizan breve informe con los conceptos propios de las disciplinas relacionadas
60	Construcción del modelo matemático	Para plantearlo los estudiantes hacen uso de la guía de trabajo que contiene las tablas orientadoras y el software como forma de validación y representación.
30	Generalización final	Puesta en común de los modelos construidos

Tabla 01: Distribución de tiempo durante el taller

MOMENTO 2: Nueva situación del problema

La empresa estima que, si aumenta su escala de producción, podrá disminuir el costo variable en $1 cada 20 chocolates, entonces decide brindar un descuento a sus clientes de $1 cada 10 unidades. Se pide, determinar los descuentos por volumen, las nuevas ecuaciones de Ingreso, Costo y Utilidad y responder:

a) Realizar las representaciones gráficas de las funciones con software.
b) ¿A qué tipo de funciones corresponden los modelos obtenidos?
c) ¿Cuál es el dominio natural de cada una de ellas? ¿Cuáles son los dominios de cada función en el contexto del problema?
d) ¿Cuál es el conjunto imagen de cada función, sin considerar la contextualización realizada? ¿Y de acuerdo al contexto del modelo, por qué ocurre esto?

Los tiempos dedicados al MOMENTO 2, guardan similitud con los asignados al MOMENTO 1, por lo que no se presenta la tabla de resumen.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

MOMENTO 3: específica de análisis matemático

a) ¿Cuál es el ingreso máximo alcanzado? ¿Cuántas unidades generan este ingreso? ¿Es este un máximo absoluto?
b) ¿Cuál es la máxima utilidad alcanzada? ¿Cuántas unidades generan esta utilidad?
c) ¿Las unidades vendidas para obtener un máximo ingreso, coinciden con las que se deben vender para obtener una máxima utilidad? ¿Por qué ocurre esto?
d) ¿Cuál es el costo medio de cada alfajor? ¿Qué interpretación podría darse en el contexto del problema?
e) ¿Cuál es el costo marginal?
f) Establecer una relación entre el costo marginal y el costo promedio.

MOMENTO 4:

a) Reflexión final grupal.
b) Presentación de los resultados a través de un trabajo en plataforma Moodle (posterior a la clase).
c) Cuestionario de devolución sobre la actividad.

REGISTRO REALIZADO POR LOS DOCENTES MONITORES

De un análisis de las observaciones realizadas por las docentes MONITORES, se presentan los logros y las dificultades registradas. La presentación de la actividad motivó el cambio de disposición del mobiliario, favoreciendo la interacción grupal. En el momento de recuperación de contenidos previos, se observó una participación de la mayoría de los estudiantes. En la etapa de modelado, se observaron dificultades en algunos grupos que demandó la intervención de las docentes a cargo. En el uso del software se identificaron inconvenientes en el manejo de las escalas. Durante la puesta en común de los modelos construidos, surgieron conceptos como dominio de funciones referido al contexto del problema, variables discretas, no negatividad de la variable e interpretación gráfica de los modelos económicos.

Al avanzar con una nueva situación del problema, la mayoría de los grupos presentaron dificultades para la construcción del modelo. Esta situación resultó llamativa, debido a que en la puesta en común inicial estaban claros los conceptos relacionados con Organización Industrial y Economía. De la misma forma, ante el planteo de vincular temas específicos de la cátedra Análisis Matemático se obtuvieron escasas respuestas y erróneas por lo que se les solicitó a los estudiantes que investiguen sobre las consignas a responder para continuar con la actividad en una clase posterior.

A continuación, se presenta una tabla que incluye la valoración realizada por los monitores, indicando los niveles de logro, Mínimo (M), Intermedio (I) y Desarrollado (D).

Descriptores	RA relacionado	Niveles		
		M	I	D
Identificación del problema y formulación en términos matemáticos	RA1		X	
Integración de capacidades vinculadas a aprendizajes previos.	RA2		X	
Utilización efectiva de las técnicas y herramientas matemáticas en la resolución del problema.	RA1		X	
Análisis crítico y evaluación de los resultados obtenidos en función del contexto del problema.	RA1		X	
Reflexión individual.	RA3		X	
Escucha entre pares y comunicación efectiva.	RA3			X
Distribución equitativa de tareas.	RA3			X

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Reflexión colectiva y colaboración en pequeños grupos.	RA3			X
Organización del tiempo y los recursos disponibles.	RA3			X

Tabla 02: Registro de los docentes monitores

EVALUACIÓN DE LA ACTIVIDAD REALIZADA POR LOS ESTUDIANTES

Al finalizar la actividad los estudiantes respondieron un formulario en Google sobre diversos aspectos de la actividad y se transcriben alguno de esos comentarios: "Ayuda mucho a la interpretación y comprensión de los temas el poder aplicarlos a casos que también integren temas de materias relacionadas a la carrera". "Una buena oportunidad de abordar los temas de la carrera desde otra perspectiva". "Trabajo distinto, me ayudó con la materia de una forma distinta", "...por otro lado quería resaltar que la actividad me ayudó a entender cómo se relacionan los temas de tres materias que vimos aisladas una de la otra…", "...en muchas ocasiones tanto análisis como álgebra son materias complicadas y nos cuesta entender de qué forma la aplicaríamos como licenciados en un futuro".

En general se observa que los estudiantes se manifestaron conformes con la experiencia y valoran la posibilidad de tener espacios donde se puedan integrar varias asignaturas para poder dar sentido a los contenidos.

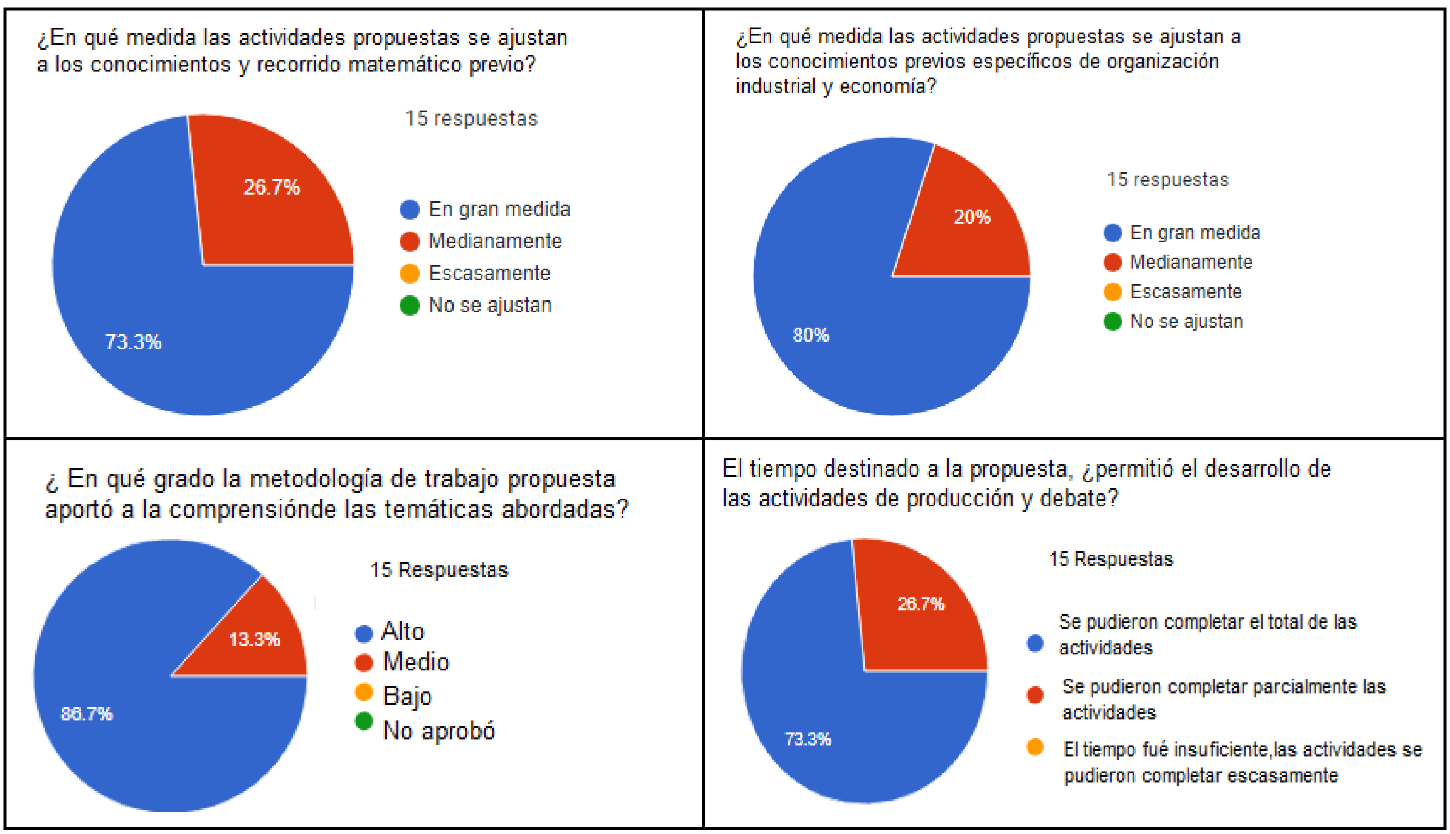


Tabla 03: Respuestas de los estudiantes en el formulario final de la actividad

Como puede observarse en las respuestas de los estudiantes, la mayoría de ellos, reconocieron a la actividad como pertinente para el nivel de desarrollo de las asignaturas, y pudieron ver la vinculación de los contenidos, entre asignaturas que consideraban estancas. Manifestaron que la metodología propuesta a partir de Eventos Contextualizados aporta en gran porcentaje (86,3%) a la comprensión de las temáticas abordadas en las tres asignaturas. La planificación de la experiencia respecto del nivel de los contenidos, la metodología de desarrollo y distribución de tiempos estuvo acorde a las necesidades de los estudiantes.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

En el mundo globalizado actual se evidencian problemas más complejos. Los mismos demandan una visión holística y heurística para establecer posibles soluciones. La ingeniería como proveedora de soluciones, necesita considerarse desde estas perspectivas.

La matemática, quien juega un rol fundamental en la formación de los profesionales tecnológicos, debe ser desarrollada desde una perspectiva pragmática y reflexiva, que incluya la posibilidad de teorizar. Enseñar matemática desde un punto formal y teórico tiende a producir un aprendizaje desvinculado de la realidad, lo que evidencia desconocimiento de por qué y para qué se deben abordar determinados contenidos y no otros y sobre lo que es *hacer matemática*.

El término contexto en el desarrollo de la matemática, adquiere relevancia a la hora de desarrollar competencias, ya que permite entender con más detalle el entorno de la situación. En este sentido, los eventos contextualizados permiten a los estudiantes abordar problemáticas sociales, a través de simulaciones del mundo real. El evento contextualizado a través de la mediación rompe las barreras entre las disciplinas, poniendo en evidencia que la ingeniería y la licenciatura abarcan variadas acciones, donde particularmente el cálculo matemático constituye parte de la base desde donde se abordan dichas problemáticas. En el desarrollo de los mismos se origina un conflicto cognitivo que pone en juego, los diversos registros de representación.

La experiencia realizada resultó positiva, en tanto permitió abordar las competencias propuestas y se pudo comprobar, por los resultados obtenidos, la importancia que los estudiantes asignan a la vinculación de contenidos de diversas asignaturas. Queda claro que es necesario continuar trabajando de esta forma y que se pretende introducirlo dentro de la planificación de cátedra y ampliarlo a otros espacios intercátedras donde la matemática es utilizada.

Referencias

Camarena Gallardo, Patricia. (2021). "*Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias*" -Editado por Nori Esther Cheeín ; Marys Margarita Arlettaz. - 1a ed. - Santiago del Estero: EDUNSE. Libro digital, PDF - (Ciencia y técnica) Archivo Digital: descarga ISBN 978-987-4456-24-3.

Polya, Georges. (1965) "Cómo plantear y resolver problemas". Editorial Trillias Versión traducida por Julián Zugazagoitia- Archivo Digital: descarga ISBN 968-24-0064-3.

NRevista UCR (1996) https://revistas.ucr.ac. La contribución intelectual de Ubiratan D'Ambrosio. Accedido: febrero de 2023

Mogens Niss, Regina Bruder, Nuria Planas Ross Turner y Jhony Alexander Villa-Ochoa. (2017). *"Conceptualización del papel de las competencias, el saber y el conocimiento en investigación en educación matemática"*. Traducción del inglés por A. Homero Flores.

Ordenanza Nº 1753/2020 del Consejo Superior (CS) Lineamientos Generales para los Diseños Curriculares de Ingeniería.

Resolución de CS Nº 368/21. Lineamientos generales para el proceso de adecuación curricular.

Libro rojo del Confedi. (2018) "Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina". Universidad FASTA Ediciones.

Kowalski, V. et al (2019) Serie Materiales de Apoyo Programa de Posgrado La Matemática en la Formación de Ingenieros Competentes - Curso de Posgrado 1 – Resultados de Aprendizaje.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Una invitación a la reflexión y análisis sobre la articulación interniveles: Secundario - Universidad

An invitation to reflect and analysis on interlevel articulation: High School - University

Presentación: 22/03/2024

Héctor Rubén Paz
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina.
hrpazunse@yahoo.com.ar

Yris Bettiana Rafael
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina.
bettianarafael74@yahoo.com.ar

Rosa Alicia Kairuz
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina.
rakairuz@hotmail.com

Alejandra Beatriz Lima
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina.
alejandra.b.lima@gmail.com

Resumen

El presente trabajo constituye un aporte a la reflexión y análisis de las acciones desarrolladas en el marco de políticas académicas implementadas por las instituciones en procura de favorecer la articulación interniveles: Secundario – Universidad, con el objetivo de fortalecer el tránsito de los estudiantes entre éstos.

El Proyecto de Investigación “Hacia un modelo de formación por competencias, en asignaturas de distintas carreras de la Universidad Nacional de Santiago del Estero”, sostiene que una migración del modelo actual de enseñanza y aprendizaje a otro basado en la Formación por Competencias resulta un gran desafío a implementar en las prácticas pedagógicas que permitirá formar profesionales competentes para el desarrollo de estudios posteriores y de su profesión. En este sentido, nuestro desafío es plantear actividades desde la articulación interniveles que, además de promover el ingreso de los estudiantes, favorezcan el desarrollo de competencias que les brinden herramientas para su permanencia en la Universidad.

Palabras clave: Articulación Interniveles - Ingreso – Formación por competencias

Abstract

This work constitutes a contribution to the reflection and analysis of the actions developed within the framework of academic policies implemented by institutions in an attempt to promote inter-level articulation: High school – University, with the aim of strengthening the transit of students between them.

The Research Project “Towards a competency-based training model, in subjects from different careers at the National University of Santiago del Estero”, maintains that a migration from the current teaching and learning model to another based on Competency-Based Training is a great challenge to implement in pedagogical practices that will allow the formation of competent professionals for the development of subsequent studies and their profession. In this sense, our challenge is to propose activities from inter-level articulation that, in addition to promoting the entry of students, favor the development of skills that provide them with tools for their permanence at the University.

Keywords: intelevel articulation – income – competence training

Introducción

La educación es un proceso que involucra al sujeto que aprende posicionado dentro de un contexto socio-histórico-cultural, generando la construcción de rasgos identitarios en función de dicho contexto. Los docentes integrantes del Proyecto de Investigación entienden que la educación cumple un rol clave en el camino hacia un desarrollo social sostenible y justo.

Durante los últimos años se han venido implementando -a nivel nacional y provincial- diversas políticas educativas que tuvieron como objetivo fundamental la promoción del ingreso y la reinserción de niños y jóvenes en el sistema educativo (Asignación Universal por hijo, Programa de Inclusión Educativa, Becas, Programa Nexos, Nexos Accesible, Sigamos Estudiando, Espacio Progresar, entre otros). En este sentido, Santiago del Estero viene extendiendo la cobertura del Nivel Secundario, particularmente en la ruralidad, lo que hizo que progresivamente y a medida que existía la posibilidad de continuar los estudios secundarios muchos jóvenes ingresen al sistema con una edad real mayor a la edad teórica requerida para los diferentes años de este nivel educativo.

Estos jóvenes ingresan a la universidad provistos, en su mayoría, de una historia de fracasos escolares, de hábitos con escasos niveles de involucramiento y responsabilidad académica. Adolescentes pertenecientes a sectores cultural y económicamente postergados, con menor tradición familiar de generación de universitarios, siendo ellos, en algunos casos, la primera generación de estudiantes con nivel universitario. Esto supone un importante cambio simbólico y social donde las tareas académicas propuestas, el lenguaje requerido, las relaciones que al interior de la universidad se generan entre las personas, entre ellas y el conocimiento, difieren en ocasiones, de las propias de la familia y de la comunidad. Además, de las experiencias que los estudiantes construyen durante su trayectoria en el nivel secundario, son indicadores que inciden en el ingreso y la permanencia del sistema universitario.

Por ello, es necesario generar espacios para articular la complejidad de las tramas y lógicas propias, las particularidades y especificidades de cada nivel, para promover espacios de construcción conjunta que permita la terminalidad del nivel secundario y fundamentalmente que el adolescente y el joven pueda continuar su trayectoria de vida en la universidad. Conforme a esto, el presente trabajo describe algunas acciones a tener en cuenta para el logro de estos objetivos.

En el análisis del rendimiento académico de los alumnos de grado realizado en el marco del proceso de Autoevaluación Institucional de la Universidad Nacional de Santiago del Estero (2014), se muestra que los mayores porcentajes de deserción de los estudiantes acontecen en los tres primeros años de cursado.

Los alumnos de nuestra Universidad reconocieron en los grupos focales que, por ejemplo “un plan estratégico y contundente de tutorías”, ayudaría a simplificar las trayectorias de ingreso y permanencia; y reducir el impacto negativo de la deserción estudiantil.

Todos estos datos dan muestra de la necesidad de acciones colaborativas entre los niveles, que buscan impactar positivamente para mejorar las trayectorias estudiantiles. Esto facilita los pasajes a años posteriores, la finalización de la escuela secundaria y permite así, que la educación superior se perciba y concrete como un derecho, independiente del origen social de las personas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo

Miles de adolescentes, jóvenes y adultos aspiran a continuar su formación, apuestan a seguir estudiando, eligen el nivel superior universitario como proyecto de vida para su futuro y valoran lo que la educación puede aportarles. Es por ello por lo que llegan a la universidad y desde el proceso mismo del ingreso comienzan a vivir dificultades, no siempre se sienten convocados e interpelados por las lógicas institucionales. La democratización del nivel superior, su apertura y accesibilidad para todos, palabras que se repiten con insistencia en los discursos políticos, no siempre se corresponden con las prácticas al interior de las instituciones universitarias que muchas veces, son poco hospitalarias.

Los jóvenes que ingresan a la universidad se enfrentan a numerosos desafíos que exceden lo personal, y es evidente, que el "tener vocación" o motivación para estudiar una carrera no es suficiente para enfrentar las dificultades que el sistema superior representa.

Muchos de ellos, incluso aquellos que pasan la instancia del curso de ingreso, no siempre se incorporan genuinamente a la institución, las estadísticas de deserción en el primer año de las carreras universitarias hablan a las claras de esta situación. Los altos índices de deserción y desgranamiento se explican con discursos centrados en los déficits individuales de los estudiantes y/o como consecuencia de las deficiencias del sistema educativo en su conjunto y particularmente del nivel secundario.

Se hace notorio que no todos los estudiantes han desarrollado, en la formación secundaria, las competencias básicas necesarias para proseguir estudios superiores, en especial los indispensables para transitar con éxito una carrera de las características de ingeniería. Al respecto, en el Taller de Competencias del Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI, 2008), se señala que "…es menester establecer pautas para la formación de los estudiantes en el nivel medio, que le otorguen instrumentos básicos para el desarrollo del pensamiento crítico, de competencias comunicativas, de habilidades para resolver problemas y tomar decisiones, adaptarse a los cambios, trabajar en equipo, desarrollar el pensamiento lógico y formal. Todas estas competencias no sólo son necesarias para los estudios universitarios, sino que en la actualidad constituyen exigencias imprescindibles para el ejercicio responsable de la ciudadanía y para la inserción laboral".

Consideramos que el nuevo modelo educativo a desarrollar, requiere ser organizado e implementado con base en el concepto de competencias, entendiéndolo como la combinación de destrezas, conocimientos, aptitudes y actitudes, y a la inclusión de la disposición para aprender además del saber cómo, posibilitándose que el estudiante pueda generar un capital cultural o desarrollo personal, un capital social que incluye la participación ciudadana, y un capital humano o capacidad para ser productivo (Dirección General de Educación y Cultura de la Comisión Europea, 2004).

La educación matemática en este último tiempo ha sido objeto de varias investigaciones en el ámbito de la caracterización y clasificación de contenidos específicos relacionados a potencializar la enseñanza y el aprendizaje, en las distintas ramas, las cuales forman parte de la cultura de la humanidad, no sólo por su función instrumental sino también porque incentiva el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, a fin de comprender y modificar el entorno. Se necesita formar estudiantes competentes matemáticamente, que tengan la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas, comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo" (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OECD, 2004: 3; OECD, 2003: 24).

En este contexto, la Formación por Competencias puede concebirse como un interesante y sistemático modelo para poner la formación universitaria a la altura de los nuevos tiempos. Éste, no afecta únicamente a la reformulación de los planes de estudios de cada carrera, sino que además implica una reconstrucción de las planificaciones de cada módulo o asignaturas integrantes y una profunda redefinición de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y de las estrategias de evaluación convencionales en las instituciones universitarias. Bajo nuestro punto de vista, representa un verdadero giro copernicano en la educación superior en

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

tanto que requiere avanzar de una enseñanza focalizada en el profesor y en la transmisión de contenidos de una serie de materias académicas desligadas, abstractas y descontextualizadas, a una enseñanza centrada en los estudiantes y su proceso de adquisición de competencias genéricas y específicas a lo largo de la carrera.

La Universidad Nacional de Santiago del Estero (UNSE), viene desarrollando programas de acompañamiento con el objetivo de atender la problemática del ingreso, el desgranamiento en los primeros años de estudio e intentando contribuir a una permanencia de calidad de los alumnos.

Entre estos programas se pueden mencionar: Nexos, Nexos Accesible, Sigamos Estudiando y Espacio Progresar, y su Plan de continuidad, implementados a través de Convocatorias específicas de la Secretaría de Políticas Universitarias, cada uno con sus lineamientos, financiamiento y condicionalidades con el objetivo de resolver problemas que son construidos social y políticamente.

A partir de las Convocatorias Nexos y Sigamos Estudiando, nuestra Universidad en acuerdo con la Jurisdicción, presentó propuestas sobre el abordaje de competencias básicas y específicas para el acceso a la educación superior, el reconocimiento de las diferentes opciones institucionales y académicas, experiencias orientadas a acompañar a los estudiantes secundarios en la elección de la carrera universitaria, entre otras.

Estos proyectos debían elaborarse en base a los siguientes ejes: a) estrategias de aproximación a la vida universitaria y formación de vocaciones tempranas, b) producción de materiales y secuencias didácticas u otros recursos educativos y c) estrategias de formación y capacitación docente continua. Este último se presentaba como eje transversal y complementario de todas las acciones, abarcando tanto formación de docentes o tutores universitarios como del nivel medio. Esto permitió canalizar las actividades que se venían haciendo en cuanto a la difusión de la oferta y estrategias de ambientación universitaria, como a la innovación pedagógica en las propuestas y articulación jurisdiccional y territorial (Marano, María Gabriela, 2020).

En el desarrollo de estas actividades a lo largo del tiempo surge de manera continua y repetitiva cuestiones relacionadas con la temática de la Discapacidad que hasta el momento no encontraban canales de solución. A través de la Convocatoria Nexos Accesible, nuestra Universidad asume el compromiso de bregar por los derechos de este colectivo.

La posibilidad de articular acciones con la jurisdicción y en especial con la Dirección General de Modalidades Educativas, como así también con la dirección del Instituto de Estadísticas y Censo de la Provincia, Escuelas especiales, ONGs nos da la oportunidad de estrechar vínculos con estas áreas de trabajo en post de las personas que, en ocasiones, son las más vulnerables por todas las barreras que, como sociedad, les imponemos.

A través de estos Programas se ha podido impactar en las escuelas del nivel secundario de la zona de influencia de nuestra Universidad desde una perspectiva integral que toma las dimensiones que intervienen en la articulación. En este sentido, se han desarrollado actividades del tipo doble vía (la UNSE va a las escuelas y éstas van a la Universidad), mediante actividades como por ejemplo: clases de apoyo en áreas como Matemática, Física, Química, Tecnologías digitales y Alfabetización Académica, trabajando las competencias requeridas en cada una de ellas para hacer más fácil el tránsito entre niveles; tutorías a cargo de docentes del Nivel Secundario en forma conjunta con estudiantes de la UNSE, destinadas a orientar a los estudiantes en su elección; jornadas de articulación pedagógica, curricular, trabajo colaborativo, debate y reflexión entre docentes del Nivel Secundario y Universidad; capacitación para docentes de las escuelas secundarias; tutorías para los estudiantes de los primeros años, de manera de acompañar su trayectoria académica y gestionar su vida universitaria; entre otras acciones.

Por su parte, la creación de un “Espacio UNSE para PROGRESAR” en la Universidad (mediante la Convocatoria de Espacio Progresar), configuró un ámbito para desarrollar estrategias para la creación y/o fortalecimiento de dispositivos pedagógicos y

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

psicosociales que acompañaron las trayectorias educativas de los becarios de las becas PROGRESAR y Manuel Belgrano. Esto aportó no solo al ingreso, la permanencia y el egreso de los estudiantes sino también a la democratización del conocimiento.

Así, en el Plan de Continuidad de este programa, se profundizaron las líneas de acompañamiento. El acceso a áreas temáticas definidas en esta nueva Convocatoria, que implican articulación tanto hacia adentro como hacia afuera de la universidad, con instituciones, organismos, programas y/o políticas con las cuales se lleven adelante propuestas no solo académicas sino también culturales, sociales, de extensión, recreativas y artísticas, fortalece las redes de acompañamiento y enriquece las trayectorias de los becarios, tendiendo a su formación integral y al desarrollo de sus competencias, capacidades y aptitudes .

Asimismo, la incorporación de equipamiento informático en nuestra Institución, obtenido a partir de la primera Convocatoria de Espacio Progresar, permitió diseñar acciones destinadas a los estudiantes que favorecen sus aprendizajes, especialmente aquellos relacionados con las tecnologías digitales.

Con estas actividades, se espera mejorar el rendimiento académico del estudiante del nivel secundario y contribuir a la terminalidad, mientras que en la Universidad se hace posible que la igualdad de derechos se convierta en igualdad de oportunidades, al desarrollar en el joven el saber conocer, el saber hacer y el saber ser, al descubrir el valor de trabajar juntos, privilegiar el respeto, la tolerancia, el pensamiento crítico y reflexivo.

Conclusiones

La producción académica sobre el tema de articulación secundaria – superior no es muy vasta en gran medida debido a que las investigaciones sobre el nivel se expandieron en los últimos 15 años, mayormente vinculadas a los temas de la agenda política, esto es, a las problemáticas de inclusión.

En esta problematización, se destacan las dificultades para configurar los *hábitus académicos*, que también se relaciona con el capital cultural conformado en la trayectoria escolar. Ana Ezcurra (2011), recuperando a Jennifer Engle y otros, funda la hipótesis de que "la preparación académica y más en general, el capital humano del alumnado en el punto de partida de la educación terciaria es fruto particular del nivel medio, que incluso puede remontar ciertas determinaciones familiares, como el estatus de primera generación, y así reducir las brechas sociales de graduación".

La UNSE, viene desarrollando, desde hace más de dos décadas, un compromiso manifiesto con la articulación interniveles: nivel secundario - universidad. Tal es el caso de variados y múltiples proyectos elaborados, que en ocasiones no tuvieron los resultados esperados sea por falta de fondos, o por falta de involucramiento responsable y sostenido por ambos niveles.

Los proyectos trabajados se centraron básicamente en torno a los siguientes ejes: a la gestión institucional y al fortalecimiento de las prácticas pedagógicas, a través del apoyo y acompañamiento a docentes en su rol de orientadores natos, promoviendo acciones y estrategias en su condición de tales, que le permitan interesar a los estudiantes de los últimos años pensar sus proyectos vocacionales - ocupacionales brindando herramientas para la reflexión y la construcción responsable y comprometida en sus proyectos.

Las acciones desarrolladas, tanto a nivel de gestión central institucional, como de las Unidades Académicas, dan cuenta de un claro posicionamiento institucional y de convergencia en cuanto a definición de objetivos y delimitación de estrategias. Esto permite potenciar la articulación con el nivel secundario y concretar el compromiso de la Universidad con este nivel, en cuanto a producir aportes y gestionar acciones que fortalezcan los procesos de inclusión y permanencia en condiciones de igualdad, sin detrimento de la calidad educativa, para los estudiantes de ambos niveles educativos. Pensando que ese sujeto de aprendizaje, es el mismo que concluye un nivel para iniciar otro. Entendiendo que su trayectoria es un continuo, que se trata de un mismo sujeto, con metas y proyectos de vida vocacional que continúa su tránsito por un nuevo nivel; desvirtuando así, una mirada parcializada de un sujeto que "egresa" y concluye un nivel, "versus" un sujeto que "ingresa" e inicia un nuevo nivel.

La demanda de una educación de calidad y la necesidad de hacer un uso reflexivo del modelo de formación por competencias a favor de los procesos de enseñanza y aprendizaje plantean desafíos y reestructuraciones a la educación debido al impacto y demanda que el mismo genera en la manera como el estudiante se organiza, trabaja, se relaciona y aprende. Uno de los desafíos que plantean dichas condiciones se relacionan con el replanteamiento de las funciones de enseñanza y de los profesionales que la ejecutan. Es importante asumir este reto bajo la perspectiva de la articulación interniveles, del trabajo colaborativo y de la formación profesional docente, en torno al desarrollo de habilidades que serían indispensables y necesarias para los desafíos que demanda el siglo XXI.

Para ello, es necesario la implementación de estrategias que promuevan la terminalidad del nivel secundario en todas sus modalidades y orientaciones, y la continuidad de estudios superiores, acompañando y fortaleciendo las trayectorias académicas de los estudiantes para mejorar los índices de retención y revinculación, mediante el trabajo articulado entre los niveles: secundario - universidad, generando espacios de reflexión e intercambio de experiencias entre docentes de estos niveles y/o docentes interdisciplinares. Atañe a políticas públicas y estrategias institucionales, el acompañamiento a los estudiantes en post de la continuidad de las trayectorias y a la apropiación de aprendizajes de calidad que hacen definitivamente a la inclusión en sentido pleno.

Lograr la efectiva “Articulación” entre el nivel secundario y la universidad requiere del compromiso de todos los involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y de un cambio de actitud para dejar de ser meros espectadores, y asumir el rol y la responsabilidad que tenemos con nuestras generaciones futuras. Entendemos que ser actor y promotor del cambio, implica innovar en el interior de la Institución, comprometiéndose con sus finalidades, buscando el perfeccionamiento constante y, por lo tanto, la calidad de la educación. Es nuestro deber de ahora en más promover los cambios necesarios que nos permitan modificar esta difícil realidad y recuperar los valores perdidos, tan demandados en la sociedad actual. Se piensa, desde la Institución, que el camino iniciado profundiza la democratización de nuestro sistema educativo pues el éxito de estas acciones aumentará las posibilidades de los estudiantes de encarar satisfactoriamente sus estudios superiores.

Referencias

Comisión Europea. Dirección general de Educación y Cultura. (2004). “Competencias clave para un aprendizaje a lo largo de la vida. Un marco de referencia europeo”. (Recuperado 2011) Disponible en www.educastur.princast.es/info/calidad/.../comision_europea.pdf

CONFEDI. (2008). XLIV Reunión de CONFEDI. Comisión Enseñanza Competencias para el acceso y la continuidad de los Estudios Superiores. Santiago del Estero 2008

Ezcurra, Ana. (2011). Igualdad en Educación Superior un desafío mundial. Los Polvorines, UNGS

Informe de Autoevaluación Institucional de la Universidad Nacional de Santiago del Estero (2014). https://www.unse.edu.ar/index.php/ediint/749-catedra-emprendedores-2014

Marano, María Gabriela. (2020). “Problemáticas y desafíos de la articulación entre el Nivel Secundario y la universidad. Algunas reflexiones a partir del análisis de las políticas de articulación 2006 – 2020”. En S. Vercellino y P. Pogré (Comps.), Transiciones. Hacia una comprensión multidimensional de los procesos institucionales y subjetivos implicados en los inicios de los estudios universitarios. (pp. 239-251) Viedma: Universidad Nacional de Río Negro. https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/libros/pm.5977/pm.5977.pdf

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

OECD (2004) "Learning for tomorrow´s world: First Results from PISA 2003". OECD, Paris

OECD (2006) "Assessing scientific, reading and mathematical literacy: a framework from" OECD (2007). PISA 2006. Science competence for tomorrow´s world. París: OECD

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Análisis de competencias matemáticas y errores en la resolución de problemas de límites

Analysis of mathematical skills and mistakes when solving problems involving limits

Presentación: 18/03/2024

Lorena Laugero
Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
llaugero@frsn.utn.edu.ar

Georgina Rodríguez
Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
grodriguez@frsn.utn.edu.ar

Gabriel Bertero
Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
gbertero@frsn.utn.edu.ar

María Celeste González
Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
mcgonzalez@frsn.utn.edu.ar

Resumen

Los ingenieros, en su ámbito laboral, se enfrentan a problemas complejos a los que se les debe encontrar soluciones efectivas y eficientes. Por esta razón, la resolución de problemas es una competencia fundamental a desarrollar en los estudiantes de estas carreras. El objetivo de este trabajo es mostrar la experiencia realizada en la materia Análisis Matemático I de la especialidad Ingeniería Electrónica de la Facultad Regional San Nicolás. En ella, se identificaron las competencias matemáticas que presentan los alumnos y se determinó cuáles son los errores más frecuentes que cometen al resolver problemas de límites de funciones reales de una variable real. Los resultados obtenidos demuestran que los alumnos presentan dificultades al enfrentarse a problemas no rutinarios. En cuanto a los tipos de error, se pudo establecer que los más frecuentes están relacionados con el trabajo algebraico básico, es decir, errores de tipo técnico.

Palabras clave: Estudiantes de ingeniería, Resolución de problemas, Errores, Límites de funciones.

Abstract

Engineers, in their work environment, face complex problems to which they must find effective and efficient solutions. That is the reason why problem solving is a fundamental skill that must be developed in students of these careers. The aim of this paper is to show the experience carried out in the course Calculus I of Electronic Engineering at Facultad Regional San Nicolás. Here, the mathematical skills that students present were identified, and the most frequent errors that occur when solving problems of limits of real functions of a real variable were determined. The results obtained demonstrate that students present difficulties when facing non-routine problems. Regarding the types of error, it could be established that the most frequent are related to basic algebraic work, that is, technical errors.

Keywords: Engineering students, Problem solving, Errors, Function limits

Introducción

La resolución de problemas es una competencia fundamental que se debe desarrollar en los estudiantes de Ingeniería debido a que, en su ámbito laboral, se enfrentan a problemas complejos a los que se les debe encontrar soluciones efectivas y eficientes. Por esta razón, resulta fundamental saber cuáles son las competencias matemáticas que presentan los alumnos para que los docentes puedan plantear actividades que permitan promover aquellas competencias que aún no tienen adquiridas.

El presente trabajo tiene como finalidad compartir la experiencia realizada en la materia Análisis Matemático I de la especialidad Ingeniería Electrónica, perteneciente a la Facultad Regional San Nicolás. Se presenta un análisis de los resultados obtenidos y algunas reflexiones finales. Con la propuesta de trabajo planteada, se identificaron las competencias matemáticas que presentan los alumnos y se determinaron cuáles son los errores más frecuentes que cometen al resolver problemas de límites de funciones reales de una variable real.

Clasificación de las competencias matemáticas

Díaz y Poblete (2019), tal como se muestra en la Figura 1, identifican tres tipos de competencias en la resolución de problemas en distintas áreas de la matemática.

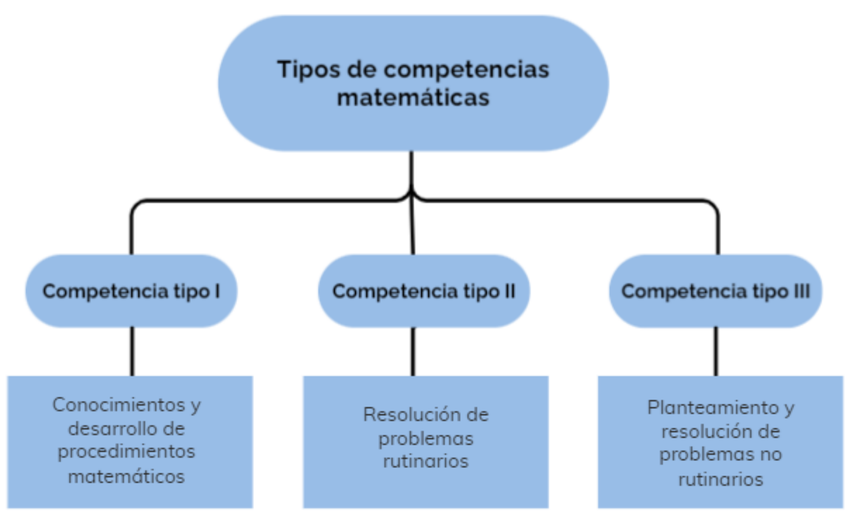


Figura 1. Tipos de competencias matemáticas

- **Competencia tipo I:** incluye el manejo y la comprensión de conceptos matemáticos y su correspondiente argumentación. Ejemplos de problemas de este tipo de competencia son los que involucran cálculos y definiciones. Generalmente, son los que aparecen con mayor frecuencia en las instancias evaluativas de matemática.

- **Competencia tipo II:** incluye resolver tipos de problemas de contexto real, realista, fantasista y puramente matemáticos, que requieren el establecimiento de conexiones para su resolución. Los problemas rutinarios son parecidos a los resueltos en clase durante el proceso de aprendizaje. En ellos, el estudiante sigue una secuencia que implica entender los conceptos y algoritmos para alcanzar soluciones válidas.
  - a) **Problemas de contexto real:** son problemas cuyo contexto se produce efectivamente en la realidad.
  - b) **Problema de contexto realista:** son problemas donde el contexto es susceptible de producirse realmente.
  - c) **Problema de contexto fantasista:** son problemas cuyo contexto es fruto de la imaginación y no tienen fundamento en la realidad.
  - d) **Problema de contexto puramente matemático:** son problemas donde el contexto hace referencia exclusivamente a objetos matemáticos, tales como números, relaciones y operaciones aritméticas, figuras geométricas, entre otros.

- **Competencia tipo III:** incluye la decodificación de la situación problemática, es decir, la traducción del lenguaje natural al simbólico de las condiciones del problema y su correspondiente resolución. Un problema será no rutinario cuando el alumno no conoce un procedimiento previamente establecido para resolverlo. Los problemas no rutinarios también pueden ser clasificados según el contexto.

Tipos de errores

El análisis de los errores que comenten los alumnos es una herramienta fundamental en el ámbito educativo ya que desempeña un papel crucial tanto en el proceso de enseñanza como de aprendizaje. Esta práctica va más allá de identificar únicamente las equivocaciones, implica una reflexión profunda sobre la comprensión y habilidades que presentan los estudiantes. Así, será posible adaptar la enseñanza a las necesidades de los alumnos y, en consecuencia, lograr un aprendizaje más profundo y significativo.

Movshovitz-Hadar, Inbar y Zaslavsky (1987) realizan una contribución importante a dicho análisis. En su enfoque, clasifican los errores en diferentes tipos para comprender mejor las dificultades que enfrentan los estudiantes en su proceso de aprendizaje. A continuación, se presentan los distintos tipos de errores según esta clasificación.

- **Errores debidos a datos mal utilizados:** son los errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos dados por el problema y el tratamiento realizado por el alumno.
- **Errores debidos a una interpretación incorrecta del lenguaje:** son los errores que surgen por una traducción incorrecta de condiciones dadas en un lenguaje a otro lenguaje distinto.
- **Errores debidos a inferencias no válidas lógicamente:** son los errores que se producen a causa de un razonamiento incorrecto.
- **Errores debidos al uso de teoremas o definiciones deformadas:** son los errores que surgen por una distorsión de un principio, regla, teorema o definición.
- **Errores debidos a la falta de verificación de la solución:** son los errores que se presentan cuando cada paso en el proceso de resolución es correcto pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

- **Errores técnicos:** son los errores que se producen por realizar cálculos de forma incorrecta, tomar erróneamente datos de una tabla, manipular de manera inadecuada símbolos algebraicos, entre otros.

Experiencia realizada

Para poder identificar las competencias matemáticas y determinar cuáles son los errores más frecuentes que se cometen al resolver problemas de límites de funciones reales de una variable real, se les planteó a los estudiantes que cursaron Análisis Matemático I de la carrera Ingeniería Electrónica, en el ciclo 2023, una serie de actividades al finalizar el proceso de aprendizaje del tema en cuestión. El grupo estaba constituido por 39 alumnos.

La Tabla 1 muestra los enunciados de las actividades propuestas y el tipo de competencia que los estudiantes debían poner en juego para su correspondiente resolución.

Tabla 1. Enunciados de las actividades propuestas

Enunciados de las actividades	Tipo de competencia
1) Calcular los siguientes límites: ***a)*** $\lim_{x \to -2} \frac{-x^3 + x^2 + 4x - 4}{x^2 + 5x + 6} =$ ***b)*** $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{x} =$ ***c)*** $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1} =$	Competencia tipo I (conocimientos y desarrollo de procedimientos matemáticos)
2) Escribir la ley de una función que cumpla con las condiciones que se detallan a continuación. Realizar su representación gráfica. ***a)*** $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ ***b)*** $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$ ***c)*** $x = \frac{1}{2}$ raíz de la función. ***d)*** $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ ***e)*** $f(2) = 3$	Competencia tipo II (resolución de problemas rutinarios de contexto puramente matemático)
3) La ley de gravitación universal de Newton establece que la fuerza de atracción entre dos masas cualesquiera está dada por $F(r) = \frac{G \cdot M_1 \cdot M_2}{r^2}$, donde G es la contante de la gravitación universal y r es la distancia entre las masas M_1 y M_2. ***a)*** Calcular cómo será la fuerza de atracción entre las masas M_1 y M_2 a medida que se alejan o acercan indefinidamente. ***b)*** Interpretar físicamente los resultados obtenidos.	Competencia tipo II (resolución de problemas rutinarios de contexto realista)
4) La seguridad de los trabajadores es una cuestión primordial dentro de toda actividad laboral. Entre los distintos elementos de seguridad, el casco es uno de los más esenciales debido a que las lesiones en la cabeza son extremadamente peligrosas y potencialmente mortales. Una empresa decide comprar cascos de seguridad a una fábrica que vende cada uno de ellos a \$5000. Sin embargo, si se encargan más de 100 unidades, el precio disminuye. Así, el costo total está dado por la función: $C(x) = \begin{cases} 5000\,x & si \quad 0 < x \leq 100 \\ \sqrt{m\,x^2 + 5000000000} & si\ x > 100 \end{cases}$ donde x indica la cantidad de cascos que se compra. ***a)*** Determinar el valor de m para que la función $C(x)$ varie de forma continua. ***b)*** ¿A cuánto tiende el precio por unidad cuando se venden muchas unidades?	Competencia tipo II (resolución de problemas no rutinarios de contexto realista)

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La metodología que se aplicó tuvo un enfoque centrado en lo cualitativo pero sustentado en aportes cuantitativos. Si bien los métodos cuantitativos y cualitativos tienen sesgos diferentes, se empleó a cada uno para someter al otro a comprobación en una triangulación metodológica, enriqueciendo el conocimiento emergente de cada uno (Cook y Reichardt, 1986). Así, para determinar el desempeño de los estudiantes en cuanto al grado de avance en el proceso de resolución de cada una de las actividades propuestas, se utilizó una escala numérica. En la Tabla 2, se indica el significado de cada uno de los puntajes asignados en función del trabajo realizo por el alumno.

Tabla 2. Escala numérica para determinar el desempeño de los estudiantes

Puntajes	Grado de avance en el proceso de resolución
0	El estudiante no logra comenzar con el proceso de resolución del problema.
1	El estudiante inicia el proceso de resolución del problema, pero comete errores importantes que le impiden llegar a la solución.
2	El estudiante logra llevar adelante el proceso de resolución del problema, pero comete pequeños errores que no le permiten llegar a la solución correcta.
3	El estudiante logra llevar adelante el proceso de resolución del problema y obtiene la solución correcta.

Por último, para describir los errores cometidos por los estudiantes, se los clasificó teniendo en cuenta las características que presentaban cada uno de ellos.

Resultados obtenidos

Para poder sintetizar toda la información, se aplicaron herramientas provenientes de la estadística descriptiva. A continuación, se presenta la tabulación efectuada y una breve descripción de los resultados obtenidos.

Resultados vinculados con las competencias matemáticas

La Figura 2 muestra los resultados obtenidos al tabular la información recabada luego de corregir las actividades planteada a los estudiantes con la escala numérica descripta en la sección anterior. En ella, el color verde representa que el puntaje asignado al grado de avance en el proceso de resolución fue 3, el color azul, que la puntuación fue de 2, mientras que los colores amarillo y rojo indican que el puntaje que ese alumno obtuvo fue de 1 y 0, respectivamente.

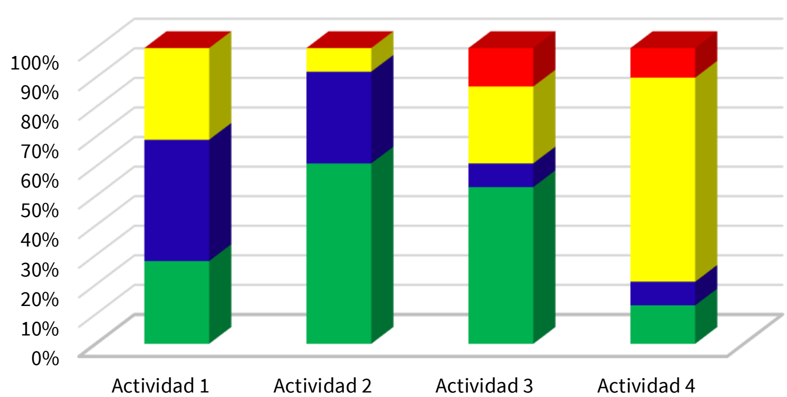


Figura 2. Gráfico del desempeño de los estudiantes en cada una de las actividades

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Como se puede ver en la Figura 2, aproximadamente, el 70% de los estudiantes logró resolver la Actividad 1 ya sea de forma correcta o con pequeños errores. Este elevado porcentaje demuestra que los alumnos tienen desarrollada la competencia matemática vinculada con los conocimientos y el desarrollo de procedimientos matemáticos. Con respecto a la resolución de problemas rutinarios de contexto puramente matemático (Actividad 2), sólo el 8% de los estudiantes no logra llegar a una solución. En cambio, en la Actividad 3 (vinculada con la resolución de problemas rutinarios de contexto realista), únicamente el 53% de los alumnos la pudo resolver correctamente. Esta situación, se agrava aún más en la actividad relacionada con la resolución de problemas no rutinarios de contexto realista (Actividad 4), donde el 10% de los estudiantes no logra comenzar con el proceso de resolución del problema y, el 69%, comete errores importantes que le impiden llegar a la solución.

Con el objetivo de poder comparar el desempeño de los estudiantes en cada una de las actividades, se calculó en cada una de ellas un promedio de las puntuaciones alcanzadas. La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 3. Promedios de las puntuaciones obtenidas en cada una de las actividades

	Actividad 1	**Actividad 2**	**Actividad 3**	**Actividad 4**
Promedio	1,97	2,54	2,03	1,23

A partir de la comparación de los valores calculados, se puede observar que el promedio en la Actividad 4 es menor que en las restantes. Esto significa que, en general, los alumnos tienen menos desarrollada la competencia matemática vinculada con la resolución de problemas no rutinarios.

Resultados vinculados con los tipos de errores

Los errores que cometieron los estudiantes al resolver cada una de las actividades se clasificaron según lo propuesto por Movshovitz-Hadar, Inbar y Zaslavsky (1987). Así, fue posible identificar cuáles fueron los más frecuentes. La Tabla 4 muestra los errores que se detectaron en cada una de las actividades junto con su correspondiente porcentaje.

Tabla 4. Clasificación de los errores cometidos por los estudiantes.

	Causa del error					
	Datos mal utilizados	**Interpretación incorrecta del lenguaje**	**Inferencias no válidas lógicamente**	**Uso de teoremas o definiciones deformadas**	**Falta de verificación de la solución**	**Técnicos**
Actividad 1	-	-	28%	-	-	44%
Actividad 2	-	39%	-	-	-	-
Actividad 3	-	8%	26%	-	-	-
Actividad 4		79%		23%		8%

Como se puede apreciar en la Tabla 4, el 28% de los alumnos empleó en la Actividad 1 un razonamiento lógico incorrecto que no le permitió identificar adecuadamente el tipo de límite propuesto para, posteriormente, aplicar el procedimiento que le permita calcular su solución. Mientras que, el 44% de los estudiantes, cometió errores técnicos, es decir, errores al factorizar polinomios, racionalizar o simplificar expresiones algebraicas.

En cuanto a la Actividad 2, el 39% de los alumnos escribió la ley de una función que no cumplía con la totalidad de las condiciones pedidas, no realizando así una correcta interpretación entre el lenguaje algebraico y gráfico.

El 26% de los alumnos, en la Actividad 3, no realiza inferencias lógicas correctas debido a que no logra interpretar u otorgar significado a las expresiones intervinientes para calcular, incluso, de una forma más sencilla los límites que son necesarios plantear para resolver el problema rutinario de contexto realista.

Finalmente, en la Actividad 4, el 23% de los estudiantes calcula incorrectamente el valor de la constante m por no tener bien el claro el concepto de continuidad y lo que ello implica. Un 79%, no logra plantear el límite que permite calcular el precio de cada casco cuando se venden muchas unidades por no poder traducir esa situación dada en lenguaje coloquial al algebraico.

Conclusiones

Las competencias matemáticas hacen referencia a la capacidad que tiene un estudiante para abordar con cierto éxito determinadas situaciones problemáticas. Los resultados obtenidos demuestran que los alumnos presentan menos inconvenientes cuando resuelven problemas rutinarios de contexto puramente matemático. En cambio, las dificultades surgen cuando se enfrentan a problemas no rutinarios. Una posible explicación de esta situación podría estar dada por el hecho de que los estudiantes, en su proceso de aprendizaje, están acostumbrados a realizar cálculos en forma mecánica, a aplicar procedimientos algorítmicos o a resolver problemas muy similares a los trabajados en clase.

En cuanto a los tipos de errores, se pudo determinar que los más frecuentes están relacionados con el trabajo algebraico básico, es decir, errores de tipo técnicos. No obstante, también se identificaron ciertos problemas en cuanto al manejos de los distintos tipos de lenguaje.

Según Goñi Zabala (2005), dos principios básicos deberían guiar la selección de actividades. Por un lado, debe existir una relación explícita e intencionada entre las tareas propuestas y las competencias a lograr, y por otro, el conjunto de las tareas propuestas debe aportar al desarrollo de las competencias deseadas. Por esta razón, sería interesante que el docente seleccione actividades que le permitan al estudiante afianzar la competencia vinculada con la resolución de problemas no rutinarios, sobre todo, teniendo en cuenta que esos alumnos serán en un futuro cercano ingenieros.

Por otra parte, conocer los tipos de errores que comenten los estudiantes es de suma importancia debido a que el docente, teniendo en cuenta esta información, puede seleccionar las estrategias adecuadas que faciliten su superación y así no permitir que estos errores se conviertan en un obstáculo en la construcción de nuevos aprendizajes.

Referencias

Cook, T. D. y Reichardt, Ch. S. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata.

Díaz, V. & Poblete, A. (2019). Competencias matemáticas: desempeño y errores en la resolución de problemas de límites. *Revista Paradigma*, *40* (1), 358 – 383.

Goñi Zabala, J. (2005). *El espacio europeo de educación superior, un reto para la universidad. Competencias, tareas y evaluación, los ejes del currículum universitario*. España: Editorial Octaedro.

Movshovitz-Hadar, N., Inbar, S & Zaslavsky, O. (1987). An empirical classification model for errors in hight school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *18* (1), 3 – 14.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Modelos: propósitos y representación matemática

Models: purposes and mathematical representation

Presentación: 25/03/2024

Jorge Paruelo
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Buenos Aires, Argentina
jparuelo@frba.utn.edu.ar

Silvina Cafferata Ferri
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Buenos Aires, Argentina
scafferataferri@frba.utn.edu.ar

Andrea Campillo
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Buenos Aires, Argentina
acampillo@frba.utn.edu.ar

Yalile Srour
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Buenos Aires, Argentina
ysrour@frba.utn.edu.ar

Resumen

La modelización es una de las capacidades que se espera desarrollen las/os futuras/os ingenieras/os durante su formación. Según el tipo de modelos con los que se opere, la Matemática juega un rol importante dentro del proceso de modelización. La enseñanza en esta línea debe tener en cuenta ese rol y evidenciarlo a lo largo de la formación matemática del futuro profesional. La Matemática aparece como recurso de representación: el tipo de conceptos matemáticos que se utilicen dependerá, entre otras cosas, del propósito que tenga el modelo. En el presente trabajo se proponen las características de una secuencia de actividades de enseñanza que apuntan, entre otros objetivos, a llamar la atención de los estudiantes sobre la relación entre los propósitos de los modelos y los recursos de representación matemática, colaborando de esa manera a establecer que hay una multiplicidad de modelos posibles de un mismo objeto o situación y que también existen múltiples representaciones matemáticas.

Palabras clave: modelización, representación matemática, enseñanza de la modelización, modelos.

Abstract

Modeling is one of the skills that future engineers are expected to develop during their training. Depending on the type of models used, Mathematics plays an important role in the modeling process. Teaching along this line must take this role into account and show it throughout the mathematical training of future professionals. Mathematics appears as a representation resource: the type of mathematical concepts used will depend, among other things, on the purpose of the model. In the present work, the characteristics of a sequence of teaching activities are proposed that aim, among other objectives, to draw the attention of students to the relationship between the purposes of the

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

models and the resources of mathematical representation, thus collaborating to establish that there are a multiplicity of possible models of the same object or situation and that there are also multiple mathematical representations.

Keywords: modeling, mathematical representation, modeling teaching, models.

Introducción

La modelización es una de las capacidades que se espera desarrollen las/os futuras/os ingenieras/os durante su formación según se establece en documentos del CONFEDI (2014) y es concebida en la literatura sobre el tema como una competencia a desarrollar en la formación científica de profesionales de diversas especialidades (Upmeier zu Belzen et al., 2019). En el marco de la enseñanza esta competencia se asocia con cierta línea de trabajo conocida como "enseñanza basada en la modelización".

Para focalizarnos en el problema que intentamos abordar en este trabajo vamos a tomar la caracterización de "modelo" dada por Gilbert et al. (2000), que es citada a menudo en la literatura sobre el tema, en la que se considera que modelo es una representación de una idea, objeto, acontecimiento, proceso o sistema creado con un objetivo específico. Aunque algo vaga, esta definición alcanza a los fines del presente trabajo.

Otro concepto que aparece es el referido por el término "modelización", y que lleva a dos líneas diferentes de "enseñanza basada en la modelización" como puede encontrarse en Oliva (2019) y Justi (2006). Una primera acepción del término es la que se liga a la progresión de modelos. La otra variante es la que entendemos que está más cerca de lo que se pretende lograr en la formación del/la ingeniero/a. Esta vertiente, que describimos resumidamente en lo que sigue, no es incompatible con el aprendizaje de modelos ya establecidos. Cuando se plantea una pregunta, un problema, sea científico o no, se elabora un modelo mental para operar con él y resolverlo, o para dar una respuesta posible. El modelo mental se representa mediante algún recurso y se va modificando a medida que se consigue mayor conocimiento sobre el objeto involucrado en el problema. En este proceso se generan nuevos modelos que resultan más útiles para el objetivo buscado. Esta caracterización del término "modelización" es considerarlo como una práctica similar a la científica, e involucra la creación, modificación, uso y evaluación de modelos. Dos elementos cruciales para diferenciarlo de la otra acepción se centran en la creación y el uso, entendido esto como aplicación en una nueva situación. Esta última variante es la que se sostiene en este trabajo, tanto cuando se hace referencia a la competencia de modelización como cuando se hace referencia a la enseñanza basada en la modelización.

Según el tipo de modelos con los que se opere, la Matemática juega un rol importante dentro del proceso de modelización. La enseñanza en esta línea debe tener en cuenta ese rol y evidenciarlo a lo largo de la formación matemática del/la futuro/a profesional.

La Figura 1 da una idea de la parte del proceso de modelización que nos interesa.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

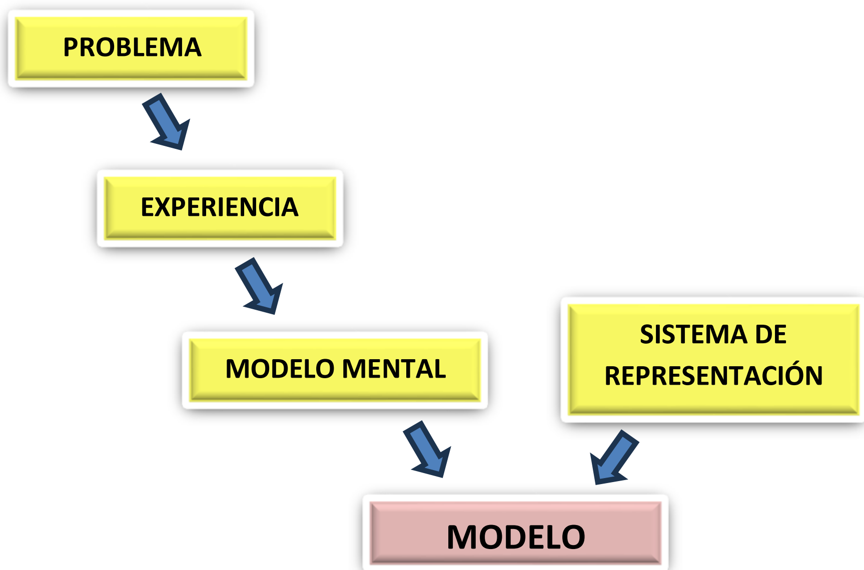


Figura 1: creación del modelo

En la Figura 1 se registra el inicio del proceso de modelización, con la formulación de un problema. Usamos "formulación" y no "identificación" porque en la determinación del problema hay un aporte que hace el agente que va a desarrollar el modelo. Esto es porque un modelo tiene algún propósito, se formula un modelo con alguna finalidad. Supongamos que estamos interesados en el diseño de envases de madera con la forma de una botella clásica de vino. Para trabajar con el envase desarrollamos un modelo, pero ¿qué queremos hacer con el modelo?, ¿queremos usarlo para analizar diferentes alternativas de sus dimensiones?, ¿queremos un modelo que nos permita desarrollar recursos de envasado o construcción? Las diferentes respuestas a estas preguntas indican que hay diferentes propósitos en el desarrollo del modelo y esos propósitos forman parte de lo que hemos identificado como problema en la Figura 1. Cuál es el problema condiciona la experiencia que vamos a recoger de nuestro objeto de estudio y también qué sistema de representación resulta más adecuado una vez ideado un primigenio modelo mental. La forma de plasmar tal modelo mental en algo comunicable y analizable objetivamente es desarrollando el modelo representado, que mencionamos como "modelo" en la Figura 1. Éste toma elementos del modelo mental y los expresa mediante un sistema de representación conveniente. En ese sistema de representación es donde aparece la Matemática. Este proceso de búsqueda de datos a partir de la experiencia, generación de modelos mentales y elección y aplicación de un sistema de representación, es un proceso integral. Más allá de que podamos separar sus partes para el análisis, es algo que ocurre conjuntamente. Una vez desarrollado el modelo comienza un proceso de evaluación y reformulación que mejora dicho modelo.

La Matemática aparece como recurso de representación: el tipo de conceptos matemáticos que se utilicen dependerá, entre otras cosas, del propósito que tenga el modelo. Los aspectos vinculados a los propósitos de los modelos no han sido muy analizados ni tenidos en cuenta en la enseñanza (Norström y Hallström, 2023). Vinculado con esto está la distinción entre modelos tecnológicos y modelos científicos. Una primera aproximación en este punto es que los primeros remiten a responder problemas particulares mientras que los segundos apuntan a problemas generales, aunque esta distinción es discutible y requiere un análisis que excede los límites de este trabajo (Yaghmaie, 2021). En el presente documento se proponen las características de una secuencia de actividades de

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

enseñanza que apuntan, entre otros objetivos, a llamar la atención de los estudiantes sobre la relación entre los propósitos de los modelos y los recursos de representación matemática, colaborando de esa manera a establecer que hay una multiplicidad de modelos posibles de un mismo objeto o situación y que también existen múltiples representaciones matemáticas y que la elección de cuál es la más conveniente depende del propósito.

La propuesta se enmarca en una forma, aún en desarrollo, de enseñanza de la modelización en carreras de Ingeniería que parte de dos premisas centrales:

- La modelización constituye un contenido transdisciplinar a enseñar, en el que pueden insertarse los contenidos disciplinares para su enseñanza integrada.
- Es conveniente enseñar los contenidos matemáticos asociándolos con representaciones de modelos fácticos.

Desarrollo

Las actividades que se propongan en la secuencia deben tener en cuenta una graduación creciente en la consideración de complejidades. Norström y Hallström (2023) proponen una serie de pasos involucrados en la creación de modelos que incluye entre ellos la simplificación. Dentro de la simplificación se seleccionan “cajas negras”, es decir partes de la situación que terminan siendo un solo objeto o un proceso de input y output. Por ejemplo, si un fabricante compra una máquina que fabrica tornillos poniendo alguna variante metálica como insumo, puede determinar cuál es su eficiencia tomando como datos sólo el material con que abastece la máquina, los tornillos que obtiene y los gastos de funcionamiento. En este caso, el modelo de funcionamiento considera la maquinaria interna como una caja negra. Pero si lo que se busca es tratar de mejorar la eficiencia, será necesario trabajar con un modelo diferente abriendo esa caja y, seguramente, trabajando con otras en su interior. El modelo será diferente. Claramente la diferencia en la elección del modelo se asocia con el cambio del propósito.

A esta complejidad en la simplificación del modelo se suma la del sistema de representación. En los casos donde se emplean recursos matemáticos, hay que tener en cuenta que tal recurso esté disponible para los/as estudiantes o que sea posible introducirlo para el caso particular que se está tratando. Esto es posible hacerlo como hemos mostrado en un trabajo anterior (Paruelo et al., 2023) en el que propusimos un recurso para introducir el tema de funciones continuas a partir de las necesidades de representación al desarrollar un modelo.

Para ejemplificar la secuencia tomemos un caso en el que involucramos un mismo objeto (o tipo de objeto), diferentes propósitos y diferentes sistemas de representación. Supongamos que se pide el diseño del packaging de una botella. Se pide un envase sencillo, una caja de base cuadrada en la que entre una botella dada. Para diseñar el packaging hace falta tener un modelo de la botella que se introduce en la caja. Más allá de las variantes que se le puedan ocurrir a los/as estudiantes, hay dos variantes que son simples: modelar la botella como un cilindro o como un paralelepípedo. En cualquiera de los dos casos utilizamos una representación geométrica que requiere solamente medir la altura de la botella y establecer el diámetro del cilindro o la medida de la base del paralelepípedo de manera que quede abarcada la totalidad de la botella. Si ahora se agrega que el envase debe copiar el pico en la parte superior, el modelo debe cambiarse. Ahora la botella requiere un modelo que registre las características del pico, tal vez haga falta superponer un cilindro, un cono recortado y otro cilindro de diámetro más pequeño sobre él, si la botella es del estilo de las clásicas botellas de vino. Cambian las características del tipo de envase y eso es un cambio en el propósito

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

del modelo, cambio menor, pero cambio al fin[1]. Cambia el modelo, pero usamos el mismo tipo de recurso de representación, el geométrico, aunque utilizando mayor cantidad de formas geométricas.

Podemos avanzar cambiando el propósito nuevamente, por ejemplo, queremos ahora un envase que reproduzca el formato de la botella en su parte exterior. En este caso, además de tener que cambiar el modelo de la botella, tal vez sea útil trabajar con otro recurso de representación. No parece necesario esto último si la botella fuese una clásica de vino, pero analicemos la situación si consideramos el envase de la Figura 2.

Figura 2: Envase no convencional

En este caso, probablemente nos convenga representar gráficamente el contorno y aproximarlo con una función porque eso nos serviría para, por ejemplo, programar un torno si lo que se desea es hacer el envase en madera. El gráfico de la función del contorno podría verse como la detallada en la Figura 3.

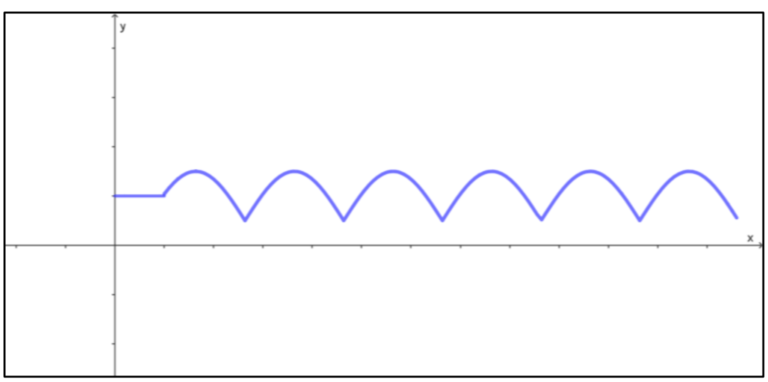


Figura 3: Función que representa el contorno de una botella no tradicional (elaboración propia)

[1] Esto llevaría a una distinción entre propósito tipo y propósito caso que excede los límites de este trabajo y se asocia con la discusión, ya mencionada, acerca de la distinción entre modelos científicos y modelos tecnológicos.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La forma de establecer la función podría hacerse, dependiendo de los recursos que manejen los/as estudiantes, mediante aproximaciones funcionales sucesivas, mediante aproximación por rectas tangentes o mediante recursos tecnológicos, por ejemplo, utilizando recursos de realidad virtual con GeoGebra.

En este caso, alumnos/as de una asignatura como Análisis Matemático I están en condiciones de proponer una función que permita modelizar el contorno y con la que se puede programar un torno para tallar un envase en madera. Los conceptos utilizados dependiendo de la forma como se trabaje la modelización matemática involucran los de función por tramos, funciones trigonométricas, composición de funciones, representación paramétrica de funciones y continuidad de funciones. La modelización funcional permite desarrollar, a lo largo de un curso de Análisis Matemático I, varios conceptos e inclusive introducir aplicaciones que resultan útiles para trabajar ciertos propósitos como superficie y volumen de revolución.

Lo relevante en el diseño de la actividad es llamar la atención sobre las relaciones que llevan a que distintos propósitos requieran distintos modelos y distintos sistemas de representación. Sumado a eso está la introducción de conceptos matemáticos a partir de su utilidad para resolver un problema recurriendo a modelos.

Conclusiones

El resumen presentado en la sección anterior está pensado para aplicar en los inicios de la formación del/la ingeniero/a y a lo largo de un año en el que los/as estudiantes trabajan recursos de análisis de funciones de variable real. Al inicio del proceso se utiliza la Geometría, que es un recurso que los estudiantes manejan desde la Escuela Media o que, de no ser así, no requiere gran esfuerzo para su aprendizaje. Más adelante se pasa al empleo de funciones y otros recursos que habitualmente se estudian en Análisis Matemático. Pueden pensarse representaciones desde la Geometría Analítica, sobre todo para la variante de fabricar el envase de madera.

Es posible generalizar este tipo de casos y luego apuntar a la metacognición llevando a cabo una discusión con los/as estudiantes sobre las actividades realizadas. Estas discusiones mejoran el aprendizaje de la modelización (Upmeier et al., 2019).

Respecto de la generalización del proceso, la secuencia se establece proponiendo un objeto o fenómeno que se va a modelizar, pero con diferentes propósitos y con diferentes recursos de representación, es decir, utilizando diferentes recursos matemáticos. Conviene, sin embargo, buscar casos visualizables para plantear la actividad, al menos si se está pensando en estudiantes ingresantes a las carreras de Ingeniería.

Se propone un formato de secuencia de actividades que apunta a tener en cuenta que, dentro de la enseñanza de la modelización, una parte fundamental de la actividad es el propósito que se persigue con el modelo. Además, asociado al propósito, está la representación matemática que se busca emplear. Se presentó a partir de un ejemplo cómo se lleva al aula la idea de que el propósito condiciona la elección del modelo y de la forma de representación. Es deseable establecer casos en los que se vea cómo la representación elegida condiciona el propósito, limitándolo, por ejemplo, pero eso excede los límites de este trabajo.

Se espera que con la propuesta de este trabajo se logre enseñar modelización en carreras de ingeniería con distintos niveles de complejidad, según se justifique, acorde al modelo escogido y los fines que se persigue en cada caso. También se espera lograr una mayor integración de contenidos de otras áreas temáticas en la formación del/la ingeniero/a.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Referencias

CONFEDI (2014). Competencias en Ingeniería. Recuperado de https://confedi.org.ar/download/documentos_confedi/Cuadernillo-de-Competencias-del-CONFEDI.pdf

Gilbert, J., Boulter, C. y Elmer, R. (2000). Positioning Models in Science Education and in Desing and Technology Education. En J. K. Gilbert y C. J. Boulter (Eds), *Developing Models in Science Education*. Springer Dordrecht. Países Bajos. 3-17.

Justi, R. (2006). La enseñanza de ciencias basada en la elaboración de modelos. *Enseñanza de las ciencias*, 24 (2), 173-184.

Norström, P. y Hallström, J. (2023) Models and modelling in secondary technology and engineering education. International Journal of Technology and Design Education (2023) 33:1797–1817. https://doi.org/10.1007/s10798-023-09808-y

Oliva, J. M. (2019). Distintas acepciones para la idea de modelización en la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 37 (2), 5-24.

Paruelo, J., Cafferata Ferri, S., Campillo, A. y Srour, Y. (2023). Enseñar Matemática a partir de la modelización. JEIN – IX Jornadas de Enseñanza de la Ingeniería. Facultad Regional Paraná de la Universidad Tecnológica Nacional. Septiembre de 2023.

Upmeier zu Belzen, A.; Krüger, D.; van Driel, J. (2019). *Towards a Competence-Based View on Models and Modeling in Science Education*. Springer. Cham, Suiza.

Yaghmaie, A, (2021) Scientifc Modeling Versus Engineering Modeling: Similarities and Dissimilarities. Journal for General Philosophy of Science. https://doi.org/10.1007/s10838-020-09541-3.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aprendizaje colaborativo en línea entre Argentina y Brasil: una experiencia en ciencias básicas

Online collaborative learning between Argentina and Brazil: an experience in basic sciences

Presentación: 22/03/2024

María Beatriz Bouciguez
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Argentina
boucigue@fio.unicen.edu.ar

Mariano Ferreyro
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Argentina
ferreryomariano@gmail.com

Juliana Martins Philot
Instituto Mauá de Tecnologia, Brasil
Juliana.philot@maua.br

Eloiza Gomes
Instituto Mauá de Tecnologia, Brasil
eloiza@maua.br

Resumen

El impacto de la pandemia de COVID-19 durante los años 2020 y 2021 aceleró la virtualización en las universidades, promoviendo la innovación y el uso masivo de las Tecnologías de la Comunicación y la Información (TIC). En este contexto, la integración de experiencias internacionales en la educación superior se ha vuelto relevante para la formación integral de los estudiantes. El Collaborative Online International Learning (COIL) ha surgido como una metodología innovadora que enriquece el aprendizaje y promueve la comprensión intercultural al permitir a los estudiantes participar en actividades colaborativas con sus pares de todo el mundo. Este trabajo se centra en la experiencia desarrollada en la cátedra de Matemática II de la Facultad de Ingeniería (FIO) de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN) en Olavarría, Argentina y de Cálculo Diferencial e Integral II del Instituto Mauá de Tecnologia (IMT) en São Paulo, Brasil. Se implementó una propuesta de aula que involucra la resolución conjunta de problemas en un contexto físico, iniciativa que buscaba fortalecer las habilidades matemáticas, fomentar la colaboración intercultural y aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales relacionadas con la ingeniería. Los resultados de esta experiencia COIL incluyeron mejoras en las habilidades de trabajo en equipo, comprensión intercultural y aplicación práctica de conceptos matemáticos. La iniciativa demostró ser valiosa para la formación académica y profesional de los estudiantes en un mundo globalizado y conectado. Se describen en detalle el diseño, la implementación y los aprendizajes obtenidos durante esta experiencia. Esta propuesta de trabajo colaborativo surge de la necesidad de formar ingenieros con un perfil internacional, capaces de comunicarse en diferentes idiomas, ser creativos, críticos, colaborativos y conscientes

globalmente, así como de enfrentar escenarios inciertos y resolver problemas utilizando las TIC y participando en co-creaciones en entornos remotos.

Palabras clave: Trabajo colaborativo, Internacionalización, Ciencias Básicas, Matemática

Abstract

The impact of the COVID-19 pandemic during the years 2020 and 2021 accelerated virtualization in universities, promoting innovation and the massive use of Communication and Information Technologies (ICT). In this context, the integration of international experiences in higher education has become relevant for the comprehensive training of students. Collaborative Online International Learning (COIL) has emerged as an innovative methodology that enriches learning and promotes intercultural understanding by allowing students to participate in collaborative activities with their peers from around the world. This work focuses on the experience developed in the chair of Mathematics II of the Faculty of Engineering (FIO) of the National University of the Center of the Province of Buenos Aires (UNICEN) in Olavarría, Argentina and of Differential and Integral Calculus II of the Institute Mauá de Tecnologia (IMT) in São Paulo, Brazil. A classroom proposal was implemented that involves joint problem solving in a physical context, an initiative that sought to strengthen mathematical skills, encourage intercultural collaboration, and apply mathematical concepts in real situations related to engineering. The results of this COIL experience included improvements in teamwork skills, cross-cultural understanding, and practical application of mathematical concepts. The initiative proved to be valuable for the academic and professional training of students in a globalized and connected world. The design, implementation and learnings obtained during this experience are described in detail. This collaborative work proposal arises from the need to train engineers with an international profile, capable of communicating in different languages, being creative, critical, collaborative and globally aware, as well as facing uncertain scenarios and solving problems using ICT and participating in co -creations in remote environments.

Keywords: Collaborative work, Internationalization, Basic Sciences, Mathematics

Introducción

El periodo excepcional vivido durante el año 2020 y parte del 2021 con la irrupción de la pandemia de COVID-19, provocó la aceleración de las dinámicas de virtualización impulsando procesos de innovación en las universidades, profundizando el uso masivo de las Tecnologías de la Comunicación e Información (TIC) y promoviendo la posibilidad del trabajo colaborativo.

Según un reporte de la Asociación Internacional de Universidades, la pandemia cambió repentinamente las condiciones en las que la educación superior tuvo que realizar procesos de formación e investigación y recurrir a una “educación remota de emergencia” reinventando su propio funcionamiento (Marotias, 2020), lo que, a su vez, abrió las puertas a la posibilidad de integrar modalidades de enseñanza y aprendizaje con estrategias vinculadas a la internacionalización. En este contexto, muchas Instituciones de Educación Superior (IES) han elaborado e implementado estrategias de internacionalización sencillas, innovadoras, con bajo costo, flexibles y adaptables a diversas realidades y con la posibilidad de implementarse con el uso de tecnologías básicas, para lograr mantener los procesos de aprendizaje y las relaciones entre estudiantes, docentes e instituciones y con el objetivo de que aquellos estudiantes que no puedan acceder a algún programa de movilidad, tuvieran la oportunidad de formarse

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

en competencias interculturales como una respuesta a la demanda creciente de profesionales con la capacidad de enfrentar los desafíos de la globalización educativa, en su futura práctica profesional (Meza Morón, 2020).

En el caso de Argentina para promover este tipo de acciones el Ministerio de Educación de la Nación, en el año 2021, puso en marcha el Programa de Internacionalización de la Educación Superior y Cooperación Internacional (PIESCI) con el objeto de fomentar el desarrollo de estrategias virtuales de internacionalización integral articulada en tres ejes: intercambios virtuales, internacionalización del currículo y reconocimiento académico

Dentro de los modelos de experiencias de aprendizaje colaborativo se encuentra el Aprendizaje Colaborativo Internacional en Línea (Collaborative Online International Learning, COIL). Esta metodología de enseñanza y aprendizaje, desarrollada por Jon Rubin en la Universidad Estatal de Nueva York (SUNY), combina cuatro dimensiones esenciales de la movilidad virtual: colaboración entre profesores y estudiantes, uso de tecnología e interacción en línea, potencial internacional y su integración en el proceso de aprendizaje (Rubin, 2017).

Así, la metodología COIL se ha convertido en una estrategia de internacionalización del currículo en la educación superior, en el que a través de la colaboración con otras redes, organizaciones e instituciones nacionales e internacionales que promueven este tipo de aprendizaje, se generan sinergias para desarrollar capacidades interculturales entre los estudiantes y docentes a través de entornos de aprendizaje colaborativos en línea.

En este marco nos propusimos llevar adelante una experiencia de trabajo conjunto entre dos instituciones preocupadas por una educación que permitiera el acceso igualitario a una formación profesional de calidad. Así, desarrollamos e implementamos estrategias virtuales de internacionalización entre la FIO-UNICEN (Argentina) y el IMT (Brasil), generando acciones de producción, reproducción y transferencia de conocimientos con la finalidad de favorecer los trayectos formativos de los estudiantes de Ingeniería, promoviendo la internacionalización del currículum y aspirando al reconocimiento académico de estas actividades.

Desarrollo

Para el desarrollo de la experiencia seleccionamos un contenido específico, común de Matemática II de la FIO-UNICEN y de Cálculo Diferencial e Integral II del IMT: “Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden” (EDO) por su relevancia en las aplicaciones de la ingeniería asociados a problemas dinámicos que involucran razones de cambio.

Además de la construcción conjunta de conocimientos asociados a la EDO nos abocamos al desarrollo de competencias (CONFEDI, 2018) vinculadas con: la resolución de problemas, el desarrollo del trabajo en equipo (a través de la conformación de grupos de trabajo mixtos), la comunicación efectiva (comunicación oral y escrita de manera eficaz entre estudiantes que hablan en distintos idiomas), el aprendizaje autónomo y las habilidades digitales de los participantes.

1. Diseño de la Experiencia

Los dos problemas planteados en esta experiencia COIL fueron cuidadosamente seleccionados y adaptados de fuentes académicas reconocidas en el campo de la Física y la Ingeniería, garantizando su rigor académico y relevancia para el aprendizaje de los estudiantes de Ingeniería.

El diseño de los problemas tuvo como objetivo principal proporcionar a los estudiantes un contexto real y aplicado en el cual pudieran emplear los conceptos y principios teóricos abordados en ambas asignaturas.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El primer problema tenía una demanda cognitiva menor respecto del segundo ya que la intención era hacer una prueba piloto para detectar con antelación posibles dificultades de comunicación y/o tecnológicas. Además, permitió ajustar la propuesta en cuanto a cuestiones metodológicas.

Es importante destacar que la relevancia de estos problemas va más allá de la resolución individual de ejercicios matemáticos, al trabajar en equipo para resolver problemas prácticos y aplicados, los estudiantes adquirieron habilidades claves para el trabajo en el campo de la Ingeniería, tales como la capacidad de análisis crítico y la resolución de problemas complejos, proporcionándoles una oportunidad para integrar conceptos teóricos con aplicaciones prácticas y trabajar de manera colaborativa en la resolución de desafíos ingenieriles reales.

2. Implementación

Durante el desarrollo de la experiencia, se llevaron a cabo diversas actividades diseñadas para promover la interacción entre los estudiantes y el intercambio de conocimientos. En primer lugar, se realizaron encuentros sincrónicos entre docentes y estudiantes de ambas instituciones para establecer los objetivos y las expectativas de la experiencia. Estos encuentros proporcionaron un momento propicio para conocerse mutuamente y establecer una base para la colaboración futura.

Posteriormente, se impartió una clase híbrida teórico-práctica a través de la plataforma Zoom, sobre el tema Ecuaciones Diferenciales a cargo de las profesoras responsables de ambas cátedras, brindando a los estudiantes los conocimientos necesarios para abordar los problemas matemáticos propuestos. Se les otorgó acceso a un aula virtual institucional donde se compartieron materiales teóricos y prácticos relacionados con el tema abordado, lo que permitió a los estudiantes familiarizarse con los conceptos y técnicas relevantes para la resolución de problemas.

Luego, se formaron grupos mixtos compuestos por estudiantes ambos países, y se les asignaron en distintos momentos dos problemas para resolver de manera colaborativa, los cuales requerían un sólido entendimiento de los conceptos matemáticos y su aplicación en situaciones prácticas de Ingeniería. Los estudiantes trabajaron en equipos para analizar, comprender y resolver los problemas, aplicando estrategias de resolución de problemas y comunicación efectiva. La entrega de las producciones que consistían en realizar una narrativa argumentativa sobre las resoluciones fueron entregadas a través de la plataforma. En tanto que, los docentes realizamos una devolución individual por plataforma y una grupal de manera híbrida.

La experiencia culminó con la realización de una encuesta por parte de los estudiantes, que proporcionó feedback y evaluación sobre la experiencia vivida.

3. Tarea docente

En cuanto a la tarea de los docentes, se trabajó en equipo para diversificar estrategias pedagógicas, didácticas y tecnológicas, y unificar criterios en la selección de problemas, metodología de trabajo implementada y evaluación. Esta colaboración entre argentinos y brasileños ha permitido enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la comparación de programas analíticos, activando redes de cooperación académica. Además, se ha fortalecido el uso adecuado de las TIC por parte de los profesores, fomentando la interacción entre grupos y el trabajo colaborativo, incluso en entornos interculturales y a distancia.

Resultados y evaluación

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Los resultados del COIL reflejan un éxito en diversos aspectos, a pesar de los desafíos idiomáticos. En tanto que, la colaboración interinstitucional entre ambas universidades fue fundamental para el desarrollo exitoso de la experiencia.

En primer lugar, los estudiantes demostraron un buen entendimiento de los conceptos matemáticos aplicados a situaciones físicas, así como una notable habilidad para aplicar estos conceptos en la resolución de problemas prácticos. Este buen desempeño académico evidencia la eficacia del enfoque colaborativo y la relevancia de la experiencia en el desarrollo de habilidades cognitivas. Aunque algunos estudiantes enfrentaron dificultades con el idioma, la comunicación constante a través de plataformas virtuales y de videoconferencia facilitó la coordinación de actividades y la gestión de recursos compartidos. Esta colaboración efectiva subraya la importancia del trabajo en equipo y la capacidad de adaptación intercultural en entornos académicos y profesionales globales.

Además, la interacción y participación activa de los estudiantes en las actividades propuestas fue otro aspecto destacado de la experiencia COIL. A pesar de las diferencias idiomáticas, participaron con entusiasmo en discusiones en línea y en la resolución de problemas en grupos mixtos, demostrando una disposición positiva para compartir conocimientos y experiencias entre estudiantes de diferentes contextos culturales.

A continuación destacamos algunas respuestas recibidas a través de la encuesta realizada:

1. ¿La experiencia del COIL cumplió con tus expectativas? Detalla cuáles sí y cuáles no.

La mayoría de los estudiantes afirma que sus expectativas fueron alcanzadas, principalmente en lo que se refiere al intercambio cultural, relacionarse con personas de otros países, trabajar en grupo y resolver problemas. Esto se puede observar en las palabras de dos de los estudiantes:

Alumno: *"Sí, mis expectativas eran poder interactuar y conocer gente de otros países, también poder llevar a cabo las actividades y entenderlas. Creo que se cumplió casi todo."*

Alumno: *"Atendeu muito as expectativas! Creio que foi uma experiência única na qual eu e meus colegas pudemos ter contato com alunos estrangeiros que aprendem a mesma coisa que nós, porém de uma forma diferente. Esse contato agregou muito, pois fomos capazes de enxergar diferentes pontos de vista para resolver o mesmo problema."*

Algunos mencionaron que sus expectativas sobre el trabajo en grupo no se cumplieron, ya que esperaban una mayor participación de sus compañeros para resolver las actividades propuestas:

Alumno: *"Por un lado sí, pero por otro lado no, porque en mi grupo éramos 5 y solo 2 hacían las cosas y se preocupaban por entregar, otros nunca hablaron en el grupo o no aportaron nada... haber agregado otra cosa más además de la materia también nos complicó mucho, porque no solo cursábamos esta materia... al principio era divertido, pero después no tanto, por ese tema."*

2. ¿Qué aprendizajes te llevas de esta experiencia?

Los estudiantes destacan la importancia del contacto con otro idioma, trabajar en grupos con alumnos de diferentes instituciones y culturas, organizarse en relación al tiempo destinado a los encuentros y el esfuerzo necesario para ser comprendidos y comprender a otros. Esto se corrobora con el siguiente fragmento: *"En esta experiencia aprendí a esforzarme por entender y escuchar al otro, y sobre todo a organizar mis tiempos para coordinar los horarios para hacer la actividad con los chicos de Brasil y de aquí."*

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

También señalan que existen diferencias en la forma de pensar sobre ciertos contenidos debido a una formación académica distinta entre brasileños y argentinos. Sin embargo, señalan que esto no perjudicó la resolución de los problemas propuestos, sino que benefició su formación, agregando otras formas de pensar sobre un mismo contenido. En este sentido, un estudiante expresa: *"Distintas formas de poder plantear la misma información o conocimiento al respecto de algo, para poder llegar al mismo resultado."*

Destacan que aunque no conocen muy bien el idioma, la comunicación fue eficiente debido a que el lenguaje matemático es universal, *"Aprendemos trabalhar em grupo e ver que matemática tem sua linguagem."*

3. ¿Qué aspectos favorables podrías compartirnos de esta experiencia?

Nuevamente, los estudiantes destacan como aspecto favorable el trabajo con personas de otro país, expresando lo siguiente: *"Interação internacional. Sem dúvidas, essa interação abriu muitas portas e trouxe uma perspectiva muito interessante sobre trabalhar com colegas de outras culturas e com hábitos de trabalho diferentes dos nossos. Acredito que foi um ótimo preparativo para o mercado de trabalho."*

Es importante mencionar que, uno de los estudiantes comenta que la conversación fue más allá del tema matemático específico, brindando una visión cultural de ambos países, *"o pouco que teve de conversa foi bem legal e conseguimos inclusive falar sobre outras coisas além da matéria."*

4. ¿Qué aspectos desfavorables notaste en el desarrollo de la propuesta?

El aspecto desfavorable más mencionado por los estudiantes fue la realización del trabajo en grupo, ya que algunos miembros de los equipos no participaron. En palabra de uno de ellos: *"Además, algunos integrantes no participaron, sentí que no todos tenían la misma predisposición para hacer el trabajo, y por ende, fuimos 3 los que lo hicimos."*

También destacan la dificultad de conexión y el momento en que se propuso el COIL, ya que muchos estudiantes, principalmente argentinos, estaban en el período de exámenes finales y con muchos trabajos por entregar: *"El tiempo, creo que la propuesta se realizó en unas semanas en las que quizás es complicado tener un poco de orden debido a que hay parciales, finales o entrega de actividades. Si la actividad se realizara más cerca del primer parcial sería más favorable."*

También hubo algunas críticas sobre la forma en que los estudiantes recibían los comentarios de los profesores para corregir la resolución presentada por los alumnos. Algunos alegaron que no eran claros, como se puede observar a continuación: "Problema de entendimiento de lo que se pidió para corregir."

Para algunos, un aspecto desfavorable fueron los problemas propuestos: *"Exercícios para a entrega muito simples e, alguns deles, com método de resolução muito mais simples do que por EDO, resolve-los por EDO, não seria um trabalho eficiente para a engenharia, seria realizar uma solução complexa para um problema simples."*

5. ¿Qué sugerencias nos harías para próximas implementaciones?

No dejar a cargo de cada grupo la definición de las fechas, los horarios y los métodos de interacción, proponiendo: *"Elaborar algum método para uma interação mais dinâmica e constante entre os alunos da Argentina e do Brasil"*; *"Uma conexão melhor no zoom, planejamentos mais bem definidos e maior frequência nos encontros."*; *"Creo que debería implementarse algún sistema para que sea obligatorio tener al menos una videollamada. Podría ser que los profesores realicen varias sesiones de Meet distintas y que los alumnos de cada grupo se conecten a cada enlace a una hora definida, y luego intercambien entre ellos sus números y organicen otra llamada. Aunque siento que es difícil para el* *profesor y depende de cada persona decidir unirse o participar."* y *"Una sugerencia podría ser tener más tiempo para resolver los ejercicios, ya que cada estudiante tiene tiempos distintos, y en el caso de nuestro grupo, muchas veces nos costaba organizarnos para las resoluciones."*

Conclusiones

La experiencia COIL desarrollada proporcionó un entorno educativo enriquecedor y altamente productivo. A través de esta iniciativa, se logró fomentar la colaboración interinstitucional y el aprendizaje colaborativo entre estudiantes de ambos países, con el objetivo de abordar problemas matemáticos en contextos físicos de relevancia ingenieril.

Se destacó la importancia de la colaboración interinstitucional en el desarrollo de habilidades clave, como el trabajo en equipo, la resolución de problemas y la comunicación, proporcionando a los estudiantes una oportunidad única de participar en un intercambio cultural y académico con sus pares de otro país, enriqueciendo su aprendizaje desde el principio del curso. Aunque la mayoría de los estudiantes expresaron que sus expectativas fueron cumplidas, algunos aspectos, como la participación desigual en el trabajo grupal y las dificultades técnicas, presentaron desafíos. En este sentido, las sugerencias para futuras implementaciones incluyen mejorar la planificación y la interacción entre los grupos, garantizar una participación equitativa y proporcionar más tiempo para resolver los ejercicios.

La oportunidad de trabajar con personas de otros países y la apertura para discutir temas más allá de la materia específica, son aspectos a destacar.

En conclusión, la experiencia COIL en la cátedra de Matemática II de la FIO – UNICEN y de Cálculo Diferencial e Integral II del IMT resultó ser una iniciativa exitosa y enriquecedora, promovió la colaboración internacional, el aprendizaje colaborativo y el desarrollo de habilidades clave en los estudiantes, preparándolos para enfrentar los desafíos del mundo globalizado actual.

La experiencia de colaboración internacional entre la Facultad de Ingeniería, UNICEN y el Instituto Mauá de Tecnologia demostró el valor de la educación superior colaborativa en el desarrollo de habilidades interculturales, trabajo en equipo y aplicación práctica de conocimientos matemáticos en contextos de Ingeniería. Este enfoque innovador en la enseñanza y el aprendizaje no solo fortaleció los lazos entre ambas instituciones, sino que también enriqueció la experiencia educativa de los estudiantes y los preparó para enfrentar desafíos globales con confianza y creatividad.

Referencias

CONFEDI (2018). *Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la república argentina - Libro rojo de CONFEDI*. Argentina: Universidad FASTA Ediciones. Disponible en https://confedi.org.ar/librorojo/.

Marotias, A. (2020). “La educación remota de emergencia y los peligros de imitar lo presencial.” *Revista Hipertextos,* 8(14), 173-177. https://doi.org/10.24215/23143924e025.

Meza Morón, O.P. (2020). “El Modelo COIL, una experiencia intercultural transformadora.” En J. Barajas (Coord.), Memoria del XX Encuentro de Formación Docente. Verano de 2020. pp. 401–428. Con-textos.

Rubin, J. (2017). “Embedding collaborative online international learning (COIL) at higher education institutions”. *Internationalisation of Higher Education*, 2, 27-44.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Sucesiones: Una experiencia con alumnos de redictado de Análisis Matemático 1

Secuences: an experience with mathematical analysis re-dictation students 1

Daniel Jorge Felizzia
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias (Villa Mercedes) - Universidad Nacional de San Luis – Argentina.
dfelizzia@gmail.com

Resumen

El presente trabajo se basa en una experiencia llevada a cabo en primer año de seis carreras de ingeniería. Se busca a partir del trabajo de modelización de un problema financiero sencillo observar su potencial como resolutores de problemas y advertir aquellos aspectos que se deben continuar reforzando al realizar actividades de este tipo. Además, nos permite observar la capacidad de los estudiantes establecer nexos entre la teoría y la práctica, ya que para establecer el modelo debían recurrir a sus conocimientos adquiridos acerca de sucesiones.

A continuación, se exponen porque es importante en la formación de ingenieros el trabajo con la modelización matemática. Y posteriormente, se menciona la consigna propuesta a los alumnos, cuál es el efecto que produjo en los estudiantes y qué aspectos sería bueno que desde el lugar de docentes reforcemos al hacer este tipo de trabajos, a partir de lo observado.

Palabras clave: Modelización, sucesiones, motivación

Abstract

The present work is based on and experience carried out in the first year of six engineering careers- The aim is, thougth the modeling work of a simple financial problem, to observe its potential as problem solvers and to identify those aspects that should be further reinforced when carrying out activities of this type. Additionally, it allows us to observe the students ability to establish connections between theory and practice, since to establish the model they had to resort to their acquired knowledge about sequences.

Next, the importance of mathematical modeling in the training of engineers is explained. Subsequently, the proposed assignment given to the students, the effect it had on the students, and aspects that it would be beneficial for us as educators to reinforce when conducting this type of works, based on what was observed, are mentioned.

Keywords: Modeling, sequences, motivation

Introducción

La instrucción de futuros ingenieros requiere la formación de profesionales que adquieran conocimientos de las disciplinas específicas de su carrera y de otras áreas de las ciencias, entre ellas la matemática, para

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

desenvolverse en su futuro laboral. Ahora bien, contar con compendio teórico expuesto por los docentes, o en apuntes, no es suficiente. Es necesario que los estudiantes y futuros profesionales sepan establecer los nexos necesarios entre lo aprendido de manera teórica con la práctica y los posibles problemas que deban enfrentar

Entendiendo la importancia de lo mencionado en el marco de la asignatura Análisis Matemático 1, durante su dictado en segundo cuatrimestre de las seis carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias (FICA), de la Universidad Nacional de San Luis (Argentina), se propuso a los estudiantes un problema que pusiera en juego sus conocimientos previos, los conocimientos brindados por la cátedra y la capacidad de modelizar la situación propuesta. A partir de las resoluciones efectuadas por los estudiantes se pudo observar sus habilidades y aspectos a revisar en dicho proceso, como así también su capacidad de establecer vínculos entre la teoría y la práctica.

Desarrollo

El punto de partida de la investigación se encuentra en la resolución de problemas. Ya que, como se ha manifestado en diversas investigaciones, habilita el desarrollo de habilidades cognitivas importantes para todo sujeto. Entre ellas la comprensión lectora, la capacidad de resolver situaciones con determinada complejidad, el trabajo colaborativo, la puesta en juego de conocimientos previos y teóricos, así como el pensamiento crítico. Tal como se menciona en el Informe de las evaluaciones PISA 2012 en Chile:

"La competencia para la resolución de problemas es la capacidad del individuo para emprender procesos cognitivos con el fin de comprender y resolver situaciones problemáticas en las que la estrategia de solución no resulta obvia de forma inmediata. Incluye la disposición para implicarse en dichas situaciones con el objetivo de alcanzar el propio potencial como ciudadano constructivo y reflexivo" (p. 7)

Además, se sostiene que la formación de los futuros ingenieros debe ser nutrida, tanto por el carácter formativo e informativo de la matemática. Pues, como afirma el matemático Santaló (1990), “la matemática tiene un valor formativo, que ayuda a estructurar todo el pensamiento y a agilizar el razonamiento deductivo, pero que también es una herramienta que sirve para el accionar diario y para muchas tareas específicas de casi todas las actividades laborales”. Se busca potenciar esto mediante el problema propuesto porque desde lo formativo colabora a que los estudiantes desarrollen el pensamiento deductivo, logrando establecer patrones, regirse por las reglas y ser capaces de vincular la teoría con la práctica. A la vez, les permite adquirir conocimientos financieros que les resultaran útiles tanto en lo laboral como en lo personal.

En particular, se puso el foco en problemas que requieren para su resolución la construcción de un modelo matemático. Entendiendo que “la modelación matemática es un intento de describir alguna parte del mundo real en términos matemáticos” (Brito Vallina, 2011). Lo que implica partir de un problema del mundo real para formular un modelo matemático, y luego, utilizar ese modelo para obtener conclusiones matemáticas e interpretarlos al realizar predicciones del mundo real, revisar su validez y vínculo con el problema original.

Se concibe que es importante iniciar con la modelización de problemas desde los primeros niveles de la formación de ingenieros porque como menciona Brito Vallina y otros (2011) algunas de las ventajas de esta forma de trabajo es que:

“Propicia en el alumno una mejor comprensión de los contenidos desarrollados e incrementa el grado de interés del alumno por las matemáticas, debido a la aproximación con el área afín y su aplicación. Posibilita que los futuros profesionales enfrenten problemas relacionados con su especialidad que potencien una visión de manera crítica, con el propósito de transformar la realidad circundante en aras de su mejoramiento, reforzando el desarrollo de uno de los modos de actuación de los profesionales de hoy en día que es la investigación”.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Presentación de la propuesta

Se les propuso a los alumnos de 1° año de las seis carreras de ingeniería que se dictan en la Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias de la Universidad Nacional de San Luis (Sede Villa Mercedes), que se encuentran cursando el redictado de Análisis Matemático 1, un problema financiero que pusiera en juego sus conocimientos previos, así como los adquiridos en la materia. El problema presentado pretende la modelización de una situación cotidiana de inversiones. Se presentó con una serie de preguntas que permitieran guiar de forma implícita los pasos para modelizar un problema porque se entiende que en algunos casos podría llegar a ser su primer encuentro con este tipo de problemas. Además, se considera que hacerlo de este modo permitiría advertir en qué paso los alumnos evidencian mayores dificultades.

La consigna del problema se les presentó luego de una clase teórica acerca de sucesiones y la misma fue:

En San Luis a los alumnos que se egresan de la escuela secundaria se les permite canjear sus estampillas de ahorro equivalentes a 1200 dólares en pesos argentinos al precio de venta oficial del dólar en un precio de $348 en 2022. Muchos estudiantes eligen depositar dicho dinero en plazos fijos a fin de que les genere un determinado interés mensual. En los bancos de la provincia la tasa de interés mensual fue de aproximadamente un 9%. Lo cual implica que al cabo de un mes el dinero que se recibirá será un 109% de lo que se depositó.

Si se coloca el dinero dado en las estampillas en un plazo fijo en pesos ¿Cuánto se recibiría al cabo de un mes?

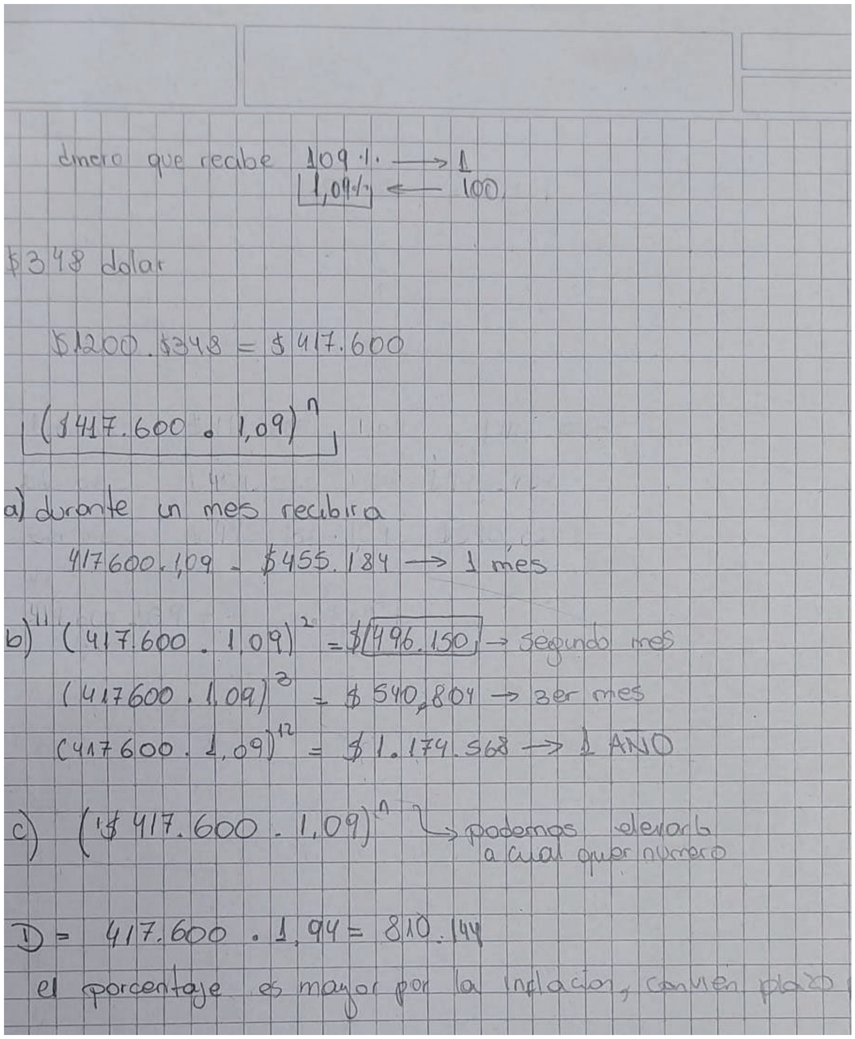
Si al mes siguiente no se extrae nada de ese dinero de la cuenta y se vuelve a colocar en plazo fijos. ¿Cuánto se recibiría el siguiente mes? ¿Al tercer mes? ¿Y en un año?

¿Cómo podría calcular la cantidad de dinero que recibirá dentro de x meses?

Comparado con una inflación del 94% anual en 2022, ¿es una buena decisión invertir en plazo fijo o no? Justificar tu respuesta.

A continuación, se presenta la respuesta de dos alumnos a modo de ejemplo.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024


dinero que recibe 109 % → 1
$\boxed{1,09\%}$ ← 100

$348 dolar

$1200 . $348 = $ 417.600

$\underbrace{(\$417.600 \cdot 1,09)^n}$

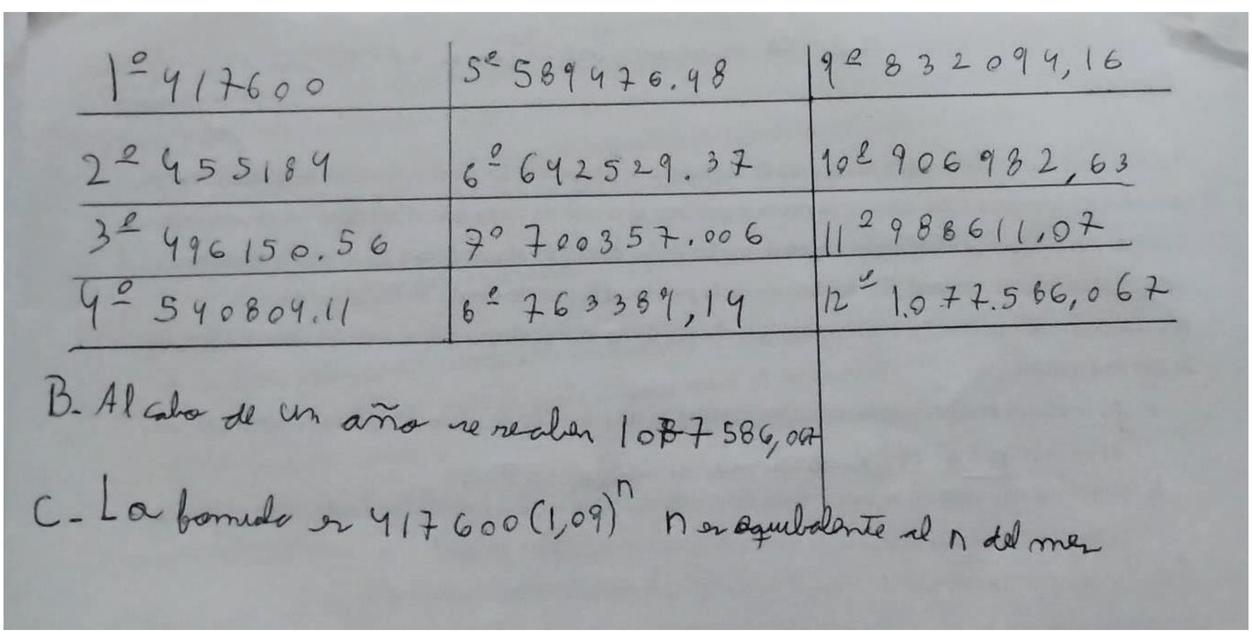
a) durante un mes recibira
417600 . 1,09 = $455.184 → 1 mes

b) $(417.600 \cdot 1,09)^2 = \$\boxed{496.150}$ → segundo mes
$(417600 \cdot 1,09)^3 = \$\,540,804$ → 3er mes
$(417600 \cdot 1,09)^{12} = \$\,1.174.568$ → 1 AÑO

c) $(\$417.600 \cdot 1,09)^n$ → podemos elevarlo a cualquier numero

D = 417.600 . 1,94 = 810.144
el porcentaje es mayor por la inflacion, con un plazo

Figura 1. Ejemplo de respuesta de un alumno.



1º 417600	5º 589476.48	9º 832094,16
2º 455184	6º 642529.37	10º 906982,63
3º 496150.56	7º 700357.006	11º 988611,07
4º 540804.11	6º 763389,14	12º 1.077.566,067

B. Al cabo de un año se reciben 1077586,067

C. La formula es $417600(1,09)^n$ n es equivalente al n del mes

Figura 2. Ejemplo de respuesta de un alumno.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Observaciones a partir de las resoluciones

En primera instancia, se hizo evidente el efecto positivo del problema propuesto a los alumnos. Debido a que, como se relaciona con un problema de inversiones vinculadas con el contexto inflacionario reciente se observa en la actitud de los estudiantes deseo e interés por resolverlo, al considerarlo útil en la toma de decisiones económicas para su vida cotidiana. Si se compara con el efecto que producen ejercicios rutinarios, como los que se han dado en otras ocasiones, se puede visualizar que los alumnos se encuentran más interesados en la actividad y realizan un trabajo matemático rico al analizar datos, elaborar conjeturas, probar distintas estrategias de resolución y revisar si estas son adecuadas.

Además, se observa que los estudiantes consiguen comprender el problema y logran expresar la situación en términos matemáticos. Y, en todos los casos, consiguen calcular de manera adecuada el dinero que se recibiría en la inversión al terminar el primer, segundo y tercer mes. Sin embargo, aunque todos dan una respuesta acerca del mes 12, no todos los resultados son correctos y exactos. De igual manera, al desarrollar la formula algebraica se evidencia que algunos estudiantes logran construir modelos matemáticos adecuados a la situación planteada mientras que, otros evidencian errores.

Por último, se destaca que la mayoría de los alumnos logra interpretar la información que les brindó el modelo en la situación real en que fue planteado y poder así tomar una decisión financiera sostenida sobre el mismo.

Análisis de los errores.

Al analizar las resoluciones de los estudiantes que no lograron calcular de manera adecuada el dinero obtenido en el mes 12, tal como se evidencia en la segunda imagen presentada, se observa que el error deriva de no considerar necesario la construcción de un modelo algebraico. Lo cual genera que para calcular el dinero obtenido en el mes duodécimo calculen cada uno de los meses que se encuentran entre el tercer mes y este. Esto produjo dos errores: algunos colocaron como primer mes al momento cero y entonces el dinero obtenido para el mes doce en realidad corresponde al mes once; mientras que otros, al realizar aproximaciones mes a mes, al calcular el último mes el resultado obtenido se desfaso en miles de pesos con respectos a quien construyeron una sucesión.

A partir de lo observado, se estima que el trabajo con problemas como este permite que los estudiantes adquieran la capacidad de identificar cuando es posible, necesario y óptimo construir un modelo matemático, que en este caso se corresponde con la fórmula de una sucesión. Ya que, al comparar las diferentes respuestas se puede advertir como el resultado es más exacto y se ahorra tiempo, pues se evita tener que calcular el dinero recibido en meses donde no es necesario hacerlo.

Con respeto a los errores en la construcción de la expresión algebraica y las dificultades para hacerlo de manera apropiada se advierte que algunos estudiantes en su formación secundaria o en otras carreras han adquirido algunos conocimientos de matemática financiera sobre capitalización compuesta. Por ello, vinculan las sucesiones numéricas con convenios de truncamiento en el marco de dicha ley financiera. Ahora bien, aunque recurren a dichos conocimientos previos que se vinculan con el problema, no revisan que lo recordado sea correcto pues, en su mayoría, la fórmula es inadecuada. Lo que merece atención teniendo en cuenta que podrían haber identificado esto sencillamente comparando si tenía sentido con los resultados previos que habían obtenido.

Por un lado, observar esto en los procesos de resolución evidencia el potencial de trabajar con la modelización como herramienta de revisión de los conocimientos previos, en este caso referido a matemática financiera. Así como también para verificar la comprensión de los estudiantes acerca de las sucesiones, al tener que utilizarlas en situaciones distintas a las brindadas durante la enseñanza de dicho contenido.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Por otra parte, reconocer este error permite al docente hacer foco en otra cuestión importante en la resolución de un problema: la validación del modelo. Al construir un modelo es necesario hacer pruebas que nos permitan advertir que lo que se propone es adecuado. Por ello, podemos afirmar que es importante reforzar en los estudiantes la actividad de verificar las generalizaciones de tipo algebraica para lograr que la resolución de problemas donde deban construir un modelo matemático sea correcta y los resultados los más aproximados posibles.

Conclusiones

Con base en lo expuesto se sostiene que es necesario iniciar desde la formación temprana de los futuros ingenieros el trabajo con la modelización matemática porque les brindaran recursos para desempeñarse de manera óptima en su futuro laboral y ser capaces de realizar mejoras que optimicen el trabajo adecuadamente. También, se considera que es necesario que los estudiantes reconozcan la importancia de la construcción de modelos, para lo cual no es suficiente con que los docentes solo lo digan, sino que deben brindar situaciones como la expuesta que evidencien su importancia. Y, por otro lado, es importante brindar a los alumnos un seguimiento a sus procesos de modelización que les permita razonar y advertir cuando los modelos construidos son inadecuados y por lo tanto, necesiten revisión.

El trabajo realizado por los estudiantes en la resolución del problema da evidencia de su potencial como resolutores y su capacidad para realizar modelización de problemas extramatemáticos. Ahora bien, es el docente quien debe colaborar en la mejora de estas competencias mediante enfatizar la importancia de cada parte de este proceso desde la introducción de los alumnos en la vida universitaria y así podrán acrecentar la dificultad de las situaciones que son capaces de resolver. De esta manera, se contará con ingenieros que sean capaces de dar soluciones adecuadas a los problemas que surjan en su desempeño laboral y que tengan saberes que les permitan optimizar el trabajo a realizar.

Referencias

PISA (2012), Resolución de problemas de la vida real, resultados de matemáticas y lectura por ordenador, informe en español, recuperado de: http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012-resolucionproblemas/pisa2012cba-1-4-2014.

Brito-Vallina, María Lucía, Alemán-Romero, Isidro, Fraga-Guerra, Elena, Para-García, José Luís, & Arias-de Tapia, Ruth Irene. (2011). *Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros*. Ingeniería Mecánica, 14(2), 129-139.

Santaló, Luis (1990). Matemática para no matemático*s*. En García, Mercedes (Ed.), I Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 1-12).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Estrategia para la clase de repaso con estudiantes de primer año de Ingeniería en Análisis Matemático I, así como en Álgebra y Geometría Analítica

Strategy for the review class for first-year Engineering students for partial exams in Mathematical Analysis I, as well as in Algebra and Analytical Geometry

Presentación: 20/03/2024

Stella Boutet
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
sboutet@fra.utn.edu.ar

Patricia Folino
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
pfolino@fra.utn.edu.ar

Nadia Beherens
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
nbeherens@fra.utn.edu.ar

Resumen

Este trabajo de revisión fue pensado para los alumnos de primer año de Ingeniería de la Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Empezaremos a aplicarlo en Análisis Matemático I, así como también en Álgebra y Geometría Analítica, ambas asignaturas homogéneas, es decir, pueden cursarlas en cualquier comisión. En la clase de revisión para los parciales, especialmente para el primer parcial y en alumnos de primer año, los estudiantes esperan que el profesor proponga los ejercicios, que lleve parciales tomados anteriormente y que los resuelva en el pizarrón. Pensamos entonces, en cambiar la estrategia, darles parciales resueltos con errores matemáticos, tanto de omisión, como de resolución o escritura. La propuesta consistirá en reforzar los conocimientos y que el alumno tenga un análisis crítico de sus resoluciones y desarrollos. Esta propuesta complementará el seguimiento realizado a nuestros estudiantes mediante tareas pedidas clase a clase, realizadas fuera del aula y en grupos. (experiencia documentada por las mismas autoras, Boutet, Folino, Beherens, 2020).

Palabras clave: Aprendizaje colaborativo, Aprendizaje autorregulado, Estrategias de enseñanza, Escritura Matemática.

Abstract

This review work was designed for first-year Engineering students. We will begin to apply it in Mathematical Analysis I and Algebra and Analytical Geometry, both subjects are homogeneous and therefore can be taken in any course. In the review class for the midterms, especially for the first midterm and in first-year students, the students expect the teacher to propose the exercises, to bring them previously taken midterms and to solve them on the blackboard, we thought about changing the strategy, give them partials solved with mathematical errors, errors of omission, resolution or writing. The proposal will consist of reinforcing knowledge and for the student to have a critical analysis of their resolutions and developments. This proposal will complement to the monitoring carried out on our students through tasks requested class by class, carried out outside the classroom and in groups (experience documented by the same authors, Boutet, Folino, Beherens, 2020).

Keywords: Collaborative learning, Self-regulated learning, Teaching strategy, Mathematical writing.

Introducción

A lo largo de todos estos años como docentes de la UTN FRA y en especial del primer año de la carrera de ingeniería, en las asignaturas Análisis Matemático I y Álgebra y Geometría Analítica nos hemos ocupado en observar y buscar soluciones a los errores cometidos por nuestros estudiantes en las evaluaciones. Fue así como desarrollamos una actividad muy sencilla, que dio origen a trabajos anteriores (Boutet, Folino, Beherens, 2020), en los cuales mostramos que obtuvimos resultados favorables. Dicha actividad consistió, básicamente, en dejar tareas con unos pocos ejercicios para que los estudiantes entregaran en la clase siguiente, en papel, en forma presencial, en forma individual o en grupos de no más de tres personas, no es obligatoria y la corregimos en la siguiente clase en la cual les brindamos una devolución indicando los errores cometidos. Con esta propuesta hemos conseguido que los estudiantes escriban formalmente, tengan mejores resultados en los exámenes y una disminución en las entregas en blanco.

A partir de estas actividades propuestas, nos enfocamos en los tipos de errores que solían cometer nuestros estudiantes y los separamos en dos grandes grupos: los que son del tipo operatoria, es decir, cuentas mal hechas, propiedades mal aplicadas o que no son tales, simplificaciones que no se corresponden, todo lo correspondiente a la parte algorítmica, incluso gráficos mal hechos de funciones elementales cuyo error tiene que ver con no recordar cómo es, y el otro grupo, aquellos en los que se corresponde con justificaciones, demostraciones, el saber y poder expresar el por qué de la resolución que están haciendo.

El marco teórico en el cual hemos basado los trabajos anteriores y el presente es el Enfoque Ontosemiótico, cuyos principios didácticos responden al tipo socio-constructivista. Bajo estas ideas el conocimiento y la competencia están relacionados por la conexión entre la práctica y el objeto; tenemos aquí situaciones problemáticas, elementos lingüísticos, enunciados y argumentos, y por otro lado la motivación para resolver la actividad. En esta teoría, cualquier acción, expresión o manifestación (lingüística o de otro tipo) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar la solución obtenida a otras personas, validar y generalizar esa solución a otros contextos, es una práctica matemática (Godino, Batanero, Font, 2009). De aquí surge la noción de significado, definido como el sistema de prácticas operativas y discursivas para resolver un cierto tipo de problemas. En los casos en que el significado se atribuye a un individuo, se considera un significado personal, mientras que, si el significado es compartido por un grupo de individuos en una institución, se lo considera un significado institucional.

En este contexto, el aprendizaje supone la apropiación de los significados institucionales por parte del estudiante, mediante su participación en las comunidades de prácticas (Godino, Batanero, Font, 2007). Se establece una tipología de objetos formada por:

- Situaciones-problemas: aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios.
- Elementos lingüísticos: términos, expresiones, notaciones, gráficos, en diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.)
- Conceptos- definiciones: introducidos mediante definiciones o descripciones (recta, punto, número, media, función)
- Proposiciones: enunciados sobre conceptos.
- Procedimientos: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo.
- Argumentos: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

También consideramos que, en línea con los trabajos anteriores, las actividades propuestas aportan al trabajo autorregulado y desde la perspectiva de Zimmerman, considerado como ‘Proceso en el cual los estudiantes activan y sostienen pensamientos, efectos y comportamientos que son planteados y cíclicamente adaptados a la consecución de sus metas’ (Zimmerman, 2000) Todo esto en un ambiente colaborativo, de intercambio, de respeto por la opinión del otro. Maldonado (2007) señala que más que una técnica, el trabajo colaborativo es considerado una filosofía de interacción y una forma personal de trabajo, que implica el manejo de aspectos tales como el respeto a las contribuciones individuales de los miembros del grupo. Esto nos conduce a repensar las competencias en ingeniería que se vienen trabajando hace más de una década, consideradas como la capacidad de articular esquemas y valores, permitiendo movilizar saberes en un contexto determinado con el fin de resolver situaciones profesionales. Puntualmente, consideramos que este trabajo se enmarca en las competencias sociales, políticas y actitudinales (CONFEDI, 2018):

- Desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.
- Comunicarse con efectividad.
- Actuar con ética, responsabilidad profesional y compromiso social, considerando el impacto económico, social y ambiental de su actividad en el contexto local y global.
- Aprender en forma continua y autónoma.
- Actuar con espíritu emprendedor.

Desarrollo

De acuerdo con lo expresado anteriormente, seguimos utilizando la estrategia de pedir tareas y sostenemos que la experiencia es positiva, consiguiendo mejoras en los estudiantes, incluso con buena disposición por parte de ellos, valorando esta actividad como algo que los ayuda. De todos modos, seguimos analizando y observando los errores que igual se siguen cometiendo y encontramos que aquellos que tienen que ver con la argumentación, la justificación o demostraciones son los que se siguen cometiendo en mayor medida.

Frente a esos errores de “justificación” decidimos hablar con los estudiantes y preguntarles qué los había llevado a esa conclusión. Dentro de estos errores, también encontramos distintas situaciones, tales como no saber que tenían que justificar, no saber cómo hacerlo, es decir, no se dan cuenta qué propiedad o definición justifica lo que están haciendo y en otras oportunidades la justificación es “incompleta”, por ejemplo, tienen que enunciar un teorema y no consideran todas las hipótesis. Un ejemplo de este tipo es cuando deben justificar por el Teorema de Bolzano que la función es continua en un intervalo cerrado y que las imágenes de los extremos de ese intervalo deben tener distinto signo, y ponen solamente lo de las imágenes y no justifican que es continua. De esta forma, separamos y agrupamos los errores cometidos por los estudiantes que tenemos en nuestros cursos actuales y pasados. Transcribimos aquí algunos de ellos, sin poner directamente la foto del examen para que nadie se sienta señalado.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Actividad. Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la siguiente función:

$$f: D \to \mathbb{R} / f(x) = \frac{x^2}{-3x+12}, siendo\ D\ el\ dominio\ de\ la\ función.$$

Resolución:

$$f'(x) = \frac{-3x^2+24x}{(-3x+12)^2}$$

	$-\infty,0$	0	$(0,4)$	4	$(4,8)$	8	$(8,+\infty)$
f	↘		↗		↗		↘
f'	$-$	0	$+$	$\nexists$	$+$	0	$-$

$f'(-1) = \frac{-}{+} = -$ $\quad f'(5) = \frac{+}{+} = +$

$f'(1) = \frac{+}{+} = +$ $\quad f'(9) = \frac{-}{+} = -$

Fig. 1: Resolución entregada a una actividad de intervalos de crecimiento y decrecimiento

En esta resolución podemos ver que sólo realiza un cuadro, que suponemos proviene del Corolario del Teorema de Bolzano, pero no está justificado, el/la estudiantes no analiza las hipótesis. Además, no establece una respuesta final a la pregunta del enunciado.

Actividad. Dada $g: D \to \mathbb{R} / f(x) = \frac{\sqrt{5x^2+2x^4}}{3x}$, $siendo\ D\ el\ dominio\ de\ la\ función,$

¿es posible redefinirla para que sea continua en $\mathbb{R}$? En caso afirmativo, mostrar cómo, y en caso negativo justificarlo.

Resolución:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{5x^2+2x^4}}{3x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2}\sqrt{5+2x^2}}{3x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{|x|\sqrt{5+2x^2}}{3x} = \longrightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{\cancel{x}\sqrt{5+2x^2}}{3\cancel{x}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{(-\cancel{x})\sqrt{5+2x^2}}{3\cancel{x}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

Fig. 2: Resolución entregada a una actividad sobre continuidad

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En esta resolución podemos ver que sólo se realizan los cálculos de un límite, sin explicar por qué y para qué se realiza. No se estudia la continuidad de la función en los reales, ni tampoco se da una respuesta a lo pedido

Actividad. Se dispone de un cartón de 10cm x 20cm, y se quiere realizar una caja sin tapa para que el volumen sea máximo, utilizando el siguiente modelo:

¿Qué dimensiones deberá tener la caja?

Resolución:

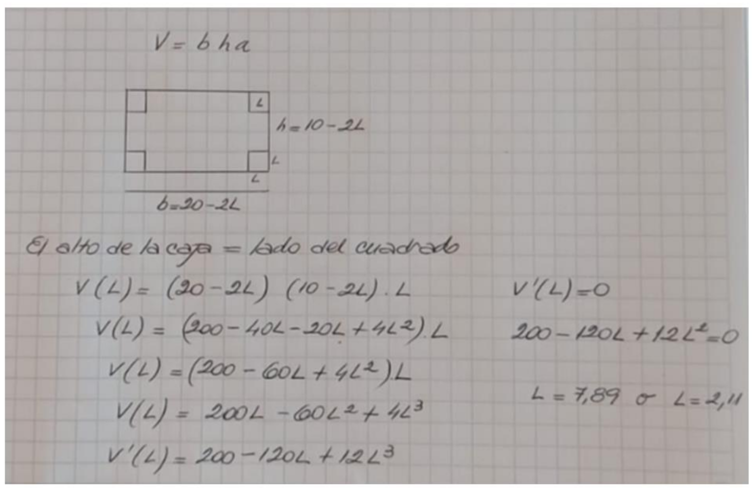


Fig. 3: Resolución de un problema de optimización

En este caso, se puede apreciar nuevamente que sólo se expone un planteo del problema y una derivada. No se explica por qué se hace la derivada, ni qué condiciones se deben cumplir para poder utilizarla. Se exhiben cálculos y no se da una respuesta a la pregunta de la actividad.

Para la primera cuestión que es enseñarles qué deben justificar y cómo hacerlo, desarrollamos las actividades más tradicionales que resuelven en grupos o en forma individual. Sin embargo, a pesar de que esta actividad es muy fructífera porque trabajan colaborativamente y discuten entre ellos, pensamos que es insuficiente.

Decidimos entonces proponer la siguiente actividad para este ciclo lectivo: Sacar de los parciales los ejercicios que estén mal resueltos, pedirles que digan por qué están mal y qué hay que cambiar para que estén correctamente resueltos y entre todos formalizar lo que se pretende. Por ejemplo, se presentará el ejercicio y resolución de la Fig. 1, y se propondrán preguntas como: ¿Qué se utiliza en esa resolución? Si es algún teorema, ¿se cumplen las hipótesis? ¿Por qué es fundamental determinar el cumplimiento de las hipótesis en un teorema? Supongamos que está realizando un informe en su trabajo como ingeniero, ¿considera que esta resolución da respuesta a lo solicitado?

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Para la Fig. 2 se preguntará: ¿La resolución del límite es correcta, es pertinente para este ejercicio? ¿Considera que se está dando respuesta a lo pedido? ¿Por qué? ¿Qué significa que una función sea continua para todos los reales? ¿Se pueden redefinir todas las funciones para que resulten continuas? ¿Qué debemos tener en consideración?

En la Fig. 3: ¿Es correcto el planteo realizado? ¿Por qué el alumno ha decidido realizarlo de esta forma? ¿Qué cuestiones ha considerado para realizarlo de esta forma? Una vez más, si esto fuese un informe que debe entregar como ingeniero, ¿responde a lo solicitado? ¿Qué cambios haría o qué agregaría?

El objetivo de estas preguntas es generar un análisis crítico por parte de los estudiantes a partir del error en un entorno diverso en el que podemos aprovechar una gran cantidad de conocimiento, habilidades y perspectivas que pueden ayudarnos a superar los desafíos y encontrar soluciones creativas. Cuando pensamos en el error en el contexto de la diversidad, estamos reconociendo que las experiencias y perspectivas de cada persona son únicas. Este enfoque inclusivo permite un entorno más colaborativo y de apoyo en el que los errores se ven como oportunidades de aprendizaje, crecimiento e innovación.

Finalmente, luego de la actividad pensamos realizar una encuesta que nos permitirá conocer cómo se sienten los estudiantes frente a la propuesta, según se muestra a continuación:

	Si	No	No sabe/No contesta	
¿Fue útil la corrección en la clase de revisión?				
Es tranquilizador saber que otras personas también se equivocan				
Es gratificante saber que soy capaz de detectar errores				
Me sirvió para saber cómo seré evaluado				

Fig. 4. Encuesta posterior

Conclusiones

Consideramos, de acuerdo con lo que hemos observado, que, si bien la experiencia aún no ha sido llevada a cabo, servirá a los estudiantes para prestar atención en la escritura y justificación, como así formar un criterio y afianzarlo.

En general, suelen ser bastante críticos al momento de detectar errores de otras personas, por lo que suponemos que la experiencia será positiva y complementará la corrección de tareas. Esta actividad será distinta a la revisión clásica, consideramos que servirá para que comprendan que la evaluación es parte del aprendizaje, que no es exclusiva del docente, sino que es también para los estudiantes, y que también servirá para generar confianza en los estudiantes en las distintas instancias de evaluación. También creemos que este tipo de actividad contribuirá al desarrollo de competencias sociales y de expresión de los futuros ingenieros.

En conclusión, consideramos que trabajar con el error en el contexto de la diversidad e incorporarlo a las prácticas cotidianas conducirá a un desarrollo personal y profesional más enriquecedor y satisfactorio.

Referencias

Boutet, S., Folino, P., Beherens, N. (2020). Estrategia para la Mejora en la Escritura Matemática de Alumnos del Primer Año de Ingeniería mediante Evaluación Continua. VII Jornadas Nacionales y III Latinoamericanas de Ingreso y Permanencia en Carreras Científico – Tecnológicas, 6 al 8 de mayo de 2020,

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Godino, J.D., C. Batanero, y V. Font. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. (2009). Versión ampliada del artículo, Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, Vol. 39 (1-2), 127-135.

Godino, J.D., C. Batanero, y V. Font: (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM - Int. J. Math. Educ. vol. 39, no. 1–2, pp. 127–135,

Maldonado, P.M., (2007). El trabajo colaborativo en el aula universitaria. Laurus. vol. 13, no. 23, pp. 263–278.

Zimmerman, B.J. (2000). Attaining self-regulation: a social cognitive perspective. Pp. 13-39 in M.Boekaerts, P. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.). Handbook of Self-Regulation. New York: Academic Press,

CONFEDI. (2018). Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de Ingeniería en la República Argentina: Libro Rojo de CONFEDI. Mar del Plata: FASTA Ediciones.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Imanes: Caracterización en forma simple y económica

Magnets: Simple and Economical Characterization

Presentación: 25/03/2024

Jorge Lasave
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario - Argentina
lasave@fceia.unr.edu.ar

Dirce Braccialarghe
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario - Argentina
dirce@fceia.unr.edu.ar

Mariela Olguin
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario - Argentina
mcolguin@fceia.unr.edu.ar

Eduardo Santillan Marcus
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario - Argentina
edus@fceia.unr.edu.ar

Resumen

Nuestro trabajo se enmarca en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, que pone énfasis en la generación de conocimiento a partir de prácticas sociales situadas, proporcionando contextos para resignificar los conceptos y promoviendo una comprensión más profunda de los fenómenos físicos y matemáticos involucrados.
Durante el segundo semestre de 2022, desde la cátedra Cálculo III, asignatura de segundo año de las carreras de Ingeniería, propusimos trabajar con docentes de Física el concepto matemático campo vectorial.
La experiencia se realizó en el aula de clase con imanes. Como instrumentos de medición de campo magnético se utilizaron aplicaciones gratuitas para smartphones. El objetivo principal de la propuesta fue introducir a las y los estudiantes a la metodología del trabajo científico experimental. Específicamente pretendimos que verificaran las leyes que rigen al campo magnético, que exploraran y entendieran el comportamiento del mismo de manera práctica y visual, trabajando en equipo y en forma colaborativa.

Palabras clave: campo vectorial, campo magnético, matemática educativa, smartphone.

Abstract

Our work is framed in the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics, which places emphasis on the generation of knowledge from situated social practices, providing contexts to re-signify concepts and promoting a deeper understanding of the physical and mathematical phenomena involved.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

During the second semester of 2022, from the Calculus III chair, a second-year subject of the Engineering courses, we proposed working with Physics teachers on the mathematical concept of vector fields.

The experience was carried out in the classroom using magnets. Free smartphone applications were used as magnetic field measuring instruments. The main objective of the proposal was to introduce students to the methodology of experimental scientific work. Specifically, we intended for them to verify the laws governing the magnetic field, to explore and understand its behavior in a practical and visual manner, working in teams and collaboratively.

Keywords: vector field, magnetic field, educational mathematics, smartphone.

Introducción

Los autores y las autoras de este trabajo nos desempeñamos como docentes en asignaturas de Matemática del Ciclo Básico de carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (FCEIA) de la Universidad Nacional de Rosario (UNR). Nuestro trabajo se enmarca en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013), que pone énfasis en la generación de conocimiento a partir de prácticas sociales situadas, proporcionando contextos para resignificar los conceptos y promoviendo una comprensión más profunda de los fenómenos físicos y matemáticos involucrados. Entendemos a la Matemática como un medio o herramienta que permite entender la realidad de otras áreas del conocimiento y que adquiere sentido en tanto tenga que ver con la problemática específica de las y los estudiantes de Ingeniería.

Uno de los contenidos abordados en la asignatura Cálculo III del segundo año de las carreras de Ingeniería es campos vectoriales. Para introducirlo, en el año 2019, junto a la profesora Patricia Fernández coordinadora de la asignatura Física III, organizamos una actividad para trabajar con un campo vectorial particular: el campo magnético. La propuesta tuvo como objetivo que las y los estudiantes pudieran visualizar líneas de campos magnéticos generados por distintas fuentes. Para ello se coordinó una visita al laboratorio de Física donde los grupos de estudiantes pudieron observar cómo se organizaban las limaduras de hierro alrededor de un conductor rectilíneo o de un solenoide y, mediante brújulas, detectar el sentido del campo magnético generado por la misma. El trabajo interdisciplinario, interesante y enriquecedor, fue muy valorado por las y los estudiantes. Sin embargo, para llevar a cabo experiencias como éstas es necesario contar con horarios libres de laboratorio para que puedan concurrir las distintas comisiones de Cálculo III y esto resulta ser una tarea utópica. Esta limitación nos impulsó a pensar cómo diseñar una actividad similar pero que pudiese realizarse en el aula habitual de clase y es así que surgió la propuesta que es motivo de este trabajo. ¿Qué elementos sencillos podíamos llevar al aula para poder estudiar campos magnéticos? Fueron dos: imanes y teléfonos celulares.

La mayoría de nosotros estamos familiarizados con objetos magnéticos cotidianos. Comprendemos que los imanes tienen dos polos y que dependiendo de su orientación se atraen (polos opuestos) o se repelen (polos iguales), y sabemos que existe una región alrededor de ellos donde esto sucede. El campo magnético describe esta región. Por otro lado, el uso de los teléfonos celulares es algo habitual en el aula por lo que decidimos utilizarlos como herramienta de medición de intensidad de campo magnético a través de aplicaciones gratuitas desarrolladas para tal fin.

En el trabajo de Escobar (Escobar et al., 2015) se propone una práctica para laboratorio de Física utilizando celulares. Inspirada en este trabajo, nuestra propuesta tuvo, entre sus objetivos principales, los de introducir a las y los estudiantes a la metodología del trabajo científico experimental, incorporando al trabajo en clase tecnología disponible en los celulares. Específicamente pretendimos que verificaran las leyes que rigen al campo magnético, exploraran y entendieran el comportamiento del mismo de

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

manera práctica y visual, creando así condiciones de trabajo propias de la labor profesional: trabajar en equipo y en forma colaborativa, buscar información, analizarla, obtener datos y ajustarlos, tomar decisiones, presentar informes escritos.

Desarrollo

La experiencia se llevó a cabo durante el segundo semestre del año 2022, en las cuatro comisiones de Cálculo III de aproximadamente 60 estudiantes cada una, en un bloque de tres horas reloj.

Previo al encuentro, en el campus virtual de la asignatura, pusimos a disposición de las y los estudiantes las consignas del TPG (Trabajo Práctico Grupal, 2022). En el mismo les pedimos que instalaran en sus teléfonos inteligentes (smartphones) las aplicaciones gratuitas 3D Compass and Magnetometer y/o Physics Toolbox Suite que serían utilizadas como instrumentos de medición de campo magnético. Además, les pedimos que llevaran al aula objetos magnéticos cotidianos como por ejemplo imanes de heladera.

El día del encuentro las y los estudiantes se dispusieron a trabajar organizados en grupos. La actividad en el aula tuvo dos momentos principales: el de la calibración del instrumento de medición al comienzo y el de la caracterización del imán junto al ajuste de la ley de decaimiento del campo magnético a continuación.

Caracterización del instrumento de medición

Se dispuso de un tiempo para que los grupos pudieran entender la información que brindan las aplicaciones instaladas sobre el campo magnético terrestre y sobre los imanes que llevaron al aula: dirección del campo, puntos cardinales, módulo y componentes x, y, z del campo $\vec{B}$. Luego se les pidió que buscaran la opción que presentan las mismas para cambiar la calibración del magnetómetro con el objetivo de eliminar la medición del campo magnético de la Tierra.

A continuación, se solicitó que determinasen la localización del magnetómetro en el teléfono celular. Para eso se les explicó que fueran desplazando un imán pequeño lentamente sobre la pantalla del teléfono y que marcaran en la pantalla el punto donde el módulo del campo magnético fuera máximo. En ese punto exactamente, dentro del smartphone, se encuentra situado el sensor magnético. En la Figura 1 se muestra, como ejemplo, la posición del detector magnético en un teléfono celular. Definir la ubicación en cada celular es importante a la hora de realizar las mediciones del campo magnético que se quiere estudiar.

Figura 1: Posición del detector magnético,

Caracterización del imán y ajuste de la ley de decaimiento del campo

En la asignatura Física III se estudió que, fijado un sistema de coordenadas en el plano xy, el campo magnético producido por un imán de longitud d (despreciable) ubicado en el origen de coordenadas, con momento dipolar $\vec{m}$ y con el polo norte orientado a lo largo del eje x puede expresarse mediante la fórmula

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2\, \vec{m}}{r^5} \qquad (1)$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

donde $\vec{r} = (x, y)$ es la posición del punto de observación con respecto al imán, $r = |\vec{r}\,|$ y $\mu_0$es una constante llamada permeabilidad del espacio libre. Esta fórmula permite conocer el módulo, dirección y sentido del campo magnético en cada punto del plano de coordenadas (x, y).

De esta manera, un imán queda descrito por su momento magnético $\vec{m}$ que es proporcional a la intensidad del campo magnético $\vec{B}$ que produce. Es sencillo comprobar que sobre el eje *x* (siempre dentro de la aproximación *d* pequeña) la fórmula **(1)** puede expresarse como

$$B = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3} \qquad (2)$$

donde $B = |\vec{B}\,|$ y $m = |\vec{m}\,|$.

En este trabajo práctico propusimos que las y los estudiantes traten de verificar esta ley de decaimiento y calcular el valor de *m* para el imán elegido. Para ello se les solicitó que dispongan en una tabla el valor medido *B* (la magnitud del campo) en función de la distancia al origen de coordenadas teniendo en cuenta la disposición que muestra la Figura 2.

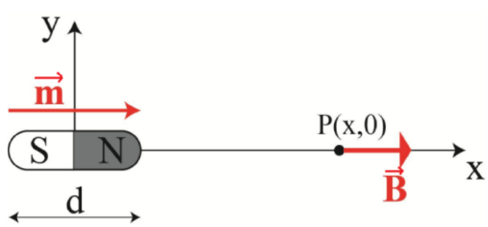


Figura 2: Disposición del imán en el sistema de referencia (Escobar et al., 2015)

A partir de estas mediciones los grupos pudieron observar que la intensidad del campo decaía con la distancia al origen.

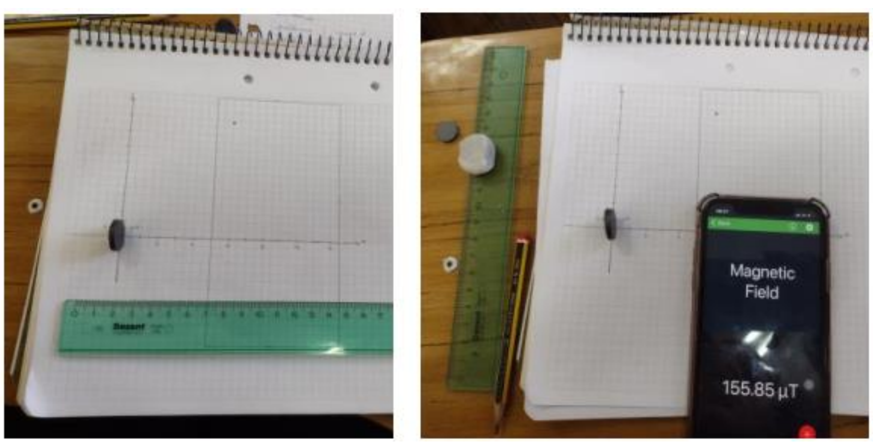


Figura 3: Elementos de trabajo en el aula

Con la intención de que obtengan la ley de este decaimiento se les propuso que utilizaran la siguiente fórmula para la intensidad del campo:

$$B = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^n}. \qquad (3)$$

Para determinar los valores experimentales de *m* asociado al imán y de *n*, cada grupo trabajó con los datos obtenidos en la medición tomando $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ T\ m\ A^{-1}$.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Dada las características de los datos, decidimos sugerirles aplicar la función logaritmo a la expresión de B (escala logarítmica). De esta manera resultó que $ln(B) = a - n\ ln(x)$ donde $a = ln(\frac{\mu_0\ m}{2\pi})$. Observaron que la relación entre $ln(B)$ y $ln(x)$ es lineal y utilizando una planilla de cálculo, realizaron el ajuste lineal por mínimos cuadrados de los datos. Observando que la pendiente de esta recta es igual a $-n$ y que la ordenada al origen es igual a a, obtuvieron los valores requeridos para m y n

x	Bx
0,03 m	$2{,}256\text{x}10^{-3}$ T
0,05 m	$5{,}75\text{x}10^{-4}$ T
0,07 m	$1{,}52\ \text{x}10^{-4}$ T
0,10 m	$4{,}13\ \text{x}10^{-5}$ T
0,15 m	$1{,}15\ \text{x}10^{-5}$ T

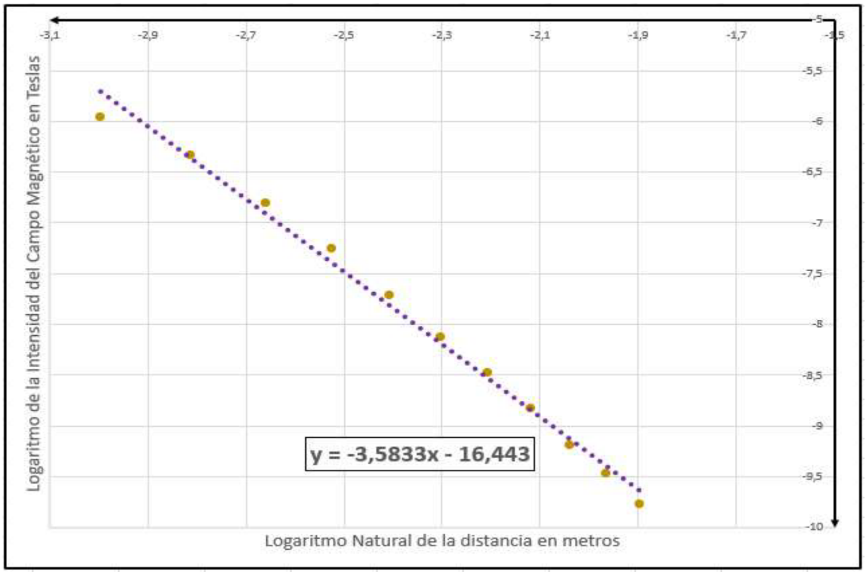


Figura 4: Tabla de datos y ajuste lineal

Cuando un grupo terminaba de realizar el trabajo, anotaba en el pizarrón el valor experimental obtenido para n. Al socializar estos resultados se pudieron ir comparando los distintos valores encontrados cuyo valor teórico es 3 como muestra la fórmula (2). El interés por mejorar la estimación hizo que varios grupos repitieran la experiencia poniendo especial cuidado en la forma de medir la intensidad del campo y en las unidades con las que trabajaron.

Como última actividad en el aula, para visualizar las líneas de campo magnético generado por un imán potente, pedimos a las y los estudiantes que ubiquen los teléfonos alrededor del mismo. En la imagen siguiente puede verse el imán y los celulares utilizados para visualizar las líneas del campo vectorial generado por éste.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

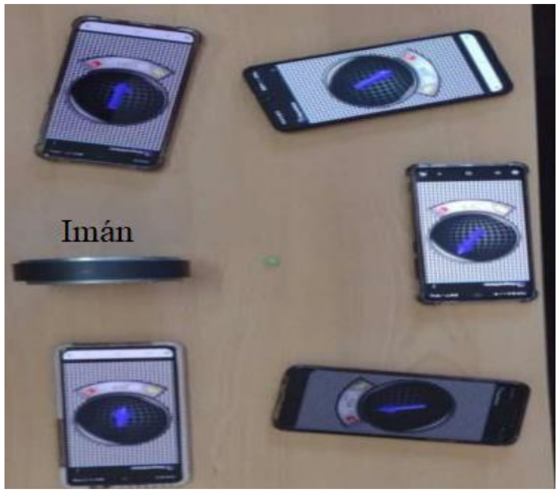


Figura 5: Vista superior del imán y los celulares utilizados para visualizar las líneas del campo vectorial generado por éste.

Una vez finalizada la actividad en el aula, cada grupo presentó un informe para su evaluación. Las imágenes correspondientes a las figuras 1, 3, 4 y 5 de este trabajo fueron extraídas de esos informes. Además, a fin de continuar con la sociabilización de lo realizado, cada grupo publicó en el Foro del campus virtual imágenes que mostraron la actividad en el aula, la tabla de datos y el ajuste realizado y los valores de m y n encontrados. También, en la misma publicación, compartieron información sobre desarrollos tecnológicos relacionados con el magnetismo.

Conclusiones

Con esta experiencia incorporamos otro marco de referencia para resignificar el concepto matemático campo vectorial, abordado en la asignatura Cálculo III, haciendo énfasis en la aplicación del conocimiento matemático en distintos contextos y promoviendo otros tipos de argumentaciones como la intuitiva o la visual. La experiencia subraya la importancia de combinar actividades prácticas y colaborativas en la enseñanza. Este enfoque no sólo fomenta la investigación y el interés científico entre las y los estudiantes, sino que también proporciona una aplicación directa y tangible de lo aprendido, facilitando así, creemos, una comprensión más profunda y duradera.

Destacamos además que el trabajo realizado en el aula con materiales fácilmente obtenibles permite a las y los estudiantes aprender la metodología experimental de una manera completa y económica sin la necesidad de tener acceso a un laboratorio específico. Las y los estudiantes participan activamente en todas las etapas del proceso científico: desde la calibración del instrumento hasta el diseño del experimento, la recolección y el tratamiento de datos mediante métodos numéricos y la evaluación crítica de los resultados en comparación con la teoría establecida hasta la presentación de los resultados mediante informes escritos.

Una revelación sorprendente que surgió de la experiencia fue notar que, en un determinado momento, la dinámica del trabajo en el aula comenzó a mostrar una faceta lúdica. Al ir compartiendo en el pizarrón los resultados que fueron obteniendo para el valor de n, los grupos tomaron como un desafío el obtener valores más cercanos al valor teórico, lo que llevó a que se esforzaran por mejorar la caracterización del instrumento y por repetir las mediciones buscando la fuente de error y tratando de minimizarla.

Además, el trabajo en equipo fomentado durante la actividad mejoró significativamente la comunicación y colaboración entre las y los estudiantes, elementos esenciales para el trabajo académico y profesional. Finalmente, consideramos que alentar a otras

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

y otros docentes a adoptar métodos similares en cualquier año de la carrera puede enriquecer la experiencia de aprendizaje de las y los estudiantes, y promover una educación científica y matemática más interactiva y participativa.

Referencias

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. Barcelona: Gedisa

Arribas, E., Escobar, I., Suarez Rodriguez, C. y Nájera Lopez, A. (2015). Measurement of the magnetic field of small magnets with a smartphone: a very economical laboratory practice for introductory physics courses. European Journal of Physics. 36. 10.1088/0143-0807/36/6/065002.

Aplicaciones para teléfonos móviles:

3D-Compass and Magnetometer.
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.plaincode.magnetmeter&pcampaignid=web_share

Physics Toolbox Suite.
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.chrystianvieyra.physicstoolboxsuite&pcampaignid=web_share

Trabajo Práctico Grupal (2022) TPG - 2022-Campo magnético .pdf

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Transformando el Aprendizaje Práctico: Desafío CardioBio en la Cátedra de Probabilidad y Estadística

Transforming Practical Learning: The CardioBio Challenge in the Probability and Statistics Course

Presentación: 25/03/2024

Nanci Odetti
Universidad Nacional de Entre Ríos – Facultad de Ingeniería, Argentina
nanci.odetti@uner.edu.ar

Facundo Sabater
Universidad Nacional de Entre Ríos – Facultad de Ingeniería, Argentina
facundo.sabater@uner.edu.ar

Marisa Battisti Arduin
Universidad Nacional de Entre Ríos – Facultad de Ingeniería, Argentina
marisa.battisti@uner.edu.ar

Resumen

El presente artículo propone una innovación en el enfoque de un Trabajo Práctico Integrador (TPI) en la cátedra de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Entre Ríos. El tradicional método de problemas guiados se reemplaza por el denominado "Desafío CardioBio", un enfoque realista que fomenta el aprendizaje profundo y competencias de comunicación y colaboración. Se sugiere introducir el TPI al inicio del curso para mayor profundización y autonomía. La evaluación incluye retroalimentación personalizada y presentación oral. Esta innovación busca un aprendizaje más participativo y centrado en problemas reales, desarrollando habilidades prácticas para futuros ingenieros. Aunque algunos estudiantes encontraron dificultades en cambiar su mentalidad, se destaca la participación exitosa de grupos comprometidos con el Desafío CardioBio, mostrando procesos de análisis y búsqueda de información relevantes.

Palabras clave: Innovación, Trabajo Práctico Integrador (TPI), Desafío CardioBio, Aprendizaje Profundo, Competencias en Ingeniería Innovación

Abstract

This article proposes an innovation in the approach to an Integrative Practical Work (TPI) in the Probability and Statistics course at the Faculty of Engineering of the National University of Entre Ríos. The traditional method of guided problem-solving is replaced by the "CardioBio Challenge," a realistic approach that fosters deep learning and communication and collaboration skills. It is suggested to introduce the IPW at the beginning of the course for greater depth and autonomy. Evaluation includes personalized feedback and oral presentation. This innovation aims for a more participatory and problem-centered learning, developing practical skills for future engineers. Although some students faced challenges in shifting their mindset, the successful participation of groups committed to the CardioBio Challenge is highlighted, demonstrating relevant analysis processes and information retrieval

Keywords: Innovation, Integrative Practical Work (TPI), CardioBio Challenge, Deep Learning, Engineering Competencies

Introducción

La cátedra de Probabilidad y Estadística, pertenece al ciclo básico de las carreras de Bioingeniería, Ingeniería en Transporte y Licenciatura en Bioinformática, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Entre Ríos (FIUNER), más específicamente en el segundo cuatrimestre del segundo año de las tres carreras. Dentro de las condiciones de regularidad para la asignatura, se encuentra la realización y aprobación de un Trabajo Práctico Integrador (TPI), en el cual a partir de una base de datos “reales” y el empleo del software estadístico R, se busca la resolución de una serie de preguntas que abarcan todos los temas que se desarrollan durante el cursado de la asignatura.

El mismo consiste básicamente en una actividad extra-áulica, realizada en grupos de trabajo, de no más de 4 integrantes por cada grupo, que se arman libremente entre los estudiantes. Se disponen de horarios de consulta particulares para la realización de esta actividad, además de tutoriales sobre el uso del software y sobre conceptos básicos de estadística descriptiva. Está estructurado en tres partes y se evalúa a través de la presentación de dos informes escritos más un coloquio integrador final. En el coloquio final cada equipo de trabajo presenta los resultados obtenidos y la evaluación se realiza a través de una rúbrica por parte de los docentes, la cual es presentada a los estudiantes días antes de la realización del mismo.

Esta forma de trabajo se venía desarrollando desde hace ya algún tiempo, con buenos resultados generales, pero nos propusimos, como equipo de cátedra, revisar la forma de desarrollarlo. Esto nos llevó a repasar los contenidos y competencias que se enseñaron, cuales propuestas llevaron o por lo menos intentaron llevar a los estudiantes a un conocimiento profundo y cuales redundaron en un conocimiento inerte. Nos planteamos entonces los siguientes interrogantes:

- ¿El formato en el que se presenta el TPI es el adecuado para lograr un aprendizaje profundo de los conocimientos básicos necesarios? ¿ayuda este formato a desarrollar las competencias necesarias para su futura práctica profesional?

- ¿El momento del cuatrimestre en el cuál se presenta el TPI, es el correcto? ¿no debería presentarse antes o después?

- ¿El tiempo dado para su resolución y los espacios destinados a los mismos, favorecen el aprendizaje o sobrecargan al estudiante y terminan en la búsqueda de una entrega de “algo” para alcanzar simplemente la regularidad de la asignatura?

- Y con respecto al formato de evaluación ¿se podría mejorar? ¿Cómo?

A partir de este tiempo de reflexión, surge esta propuesta de innovación y de modificación del TPI que se desarrolló por primera vez el pasado cuatrimestre.

Desarrollo

Los objetivos que se plantearon con esta propuesta innovadora fueron:

- Aprendizaje a partir de una pregunta real: buscando simular al máximo posible las condiciones con las que el estudiante se va a encontrar en su actividad profesional.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

- Llevar al estudiante a hacerse preguntas: "El principal defecto de los docentes es dar respuestas a preguntas que nadie hizo" (Meirieu, 2018). Acompañar a los estudiantes, a qué a partir de una situación real, se planteen ellos mismo interrogantes. Que tengan el deseo de aprender

- Aprendizaje profundo: que el esfuerzo realizado por los estudiantes durante el cursado, no este orientado simplemente a aprobar los exámenes y quede todo en un aprendizaje inerte, sino que puedan ser capaces, de "actuar con el conocimiento de manera flexible" (Perkins, 1999:70).

Teniendo en cuenta las preguntas que nos surgieron al revisar la práctica docente del equipo de cátedra, surge esta propuesta de modificación del TPI de la asignatura. Se plantean modificaciones en cuanto al formato, momento de la presentación a los estudiantes, tiempo de resolución y formato de evaluación.

Formato

¿El formato en el que se presenta el TPI es el adecuado para lograr un aprendizaje profundo de los conocimientos básicos necesarios? ¿ayuda este formato a desarrollar las competencias necesarias para su futura práctica profesional?

Para la realización del TPI, se partía de una base de datos "reales" con datos de 480 pacientes que asistieron a un centro de enfermedades cardiovasculares manifestando dolor (vascular, sensitivo, etc.) en los miembros inferiores. Los datos que se presentan de cada paciente son: código identificatorio, género, edad, peso, altura, Índice de Masa Corporal, resultados de análisis de laboratorio de nivel de glucosa en ayunas y de creatinina, y si es diabético o no.

A partir de esto datos se pedía responder 18 preguntas, guiadas y con un formato típico de los problemas que se encuentran en los libros de estudio. La Figura 1 muestra a modo de ejemplo algunas de las actividades que se solicitaban resolver:

Parte 1. Estadística descriptiva.

Descargue la base de datos que se encuentra en la plataforma Moodle de la cátedra bajo el nombre *Basededatos2021.xls*, para poder cargarla en R Commander.

1) Liste las variables que observa, y clasifiquelas en: cuantitativa continua, cuantitativa discreta o cualitativa. Obtenga para cada una el rango de valores para los cuales está definida, en el caso de ser numérica, y si es cualitativa, detalle las modalidades de la misma.
2) Complete la tabla de resumen para todas las variables cuantitativas de la base de datos, colocando una fila por variable.

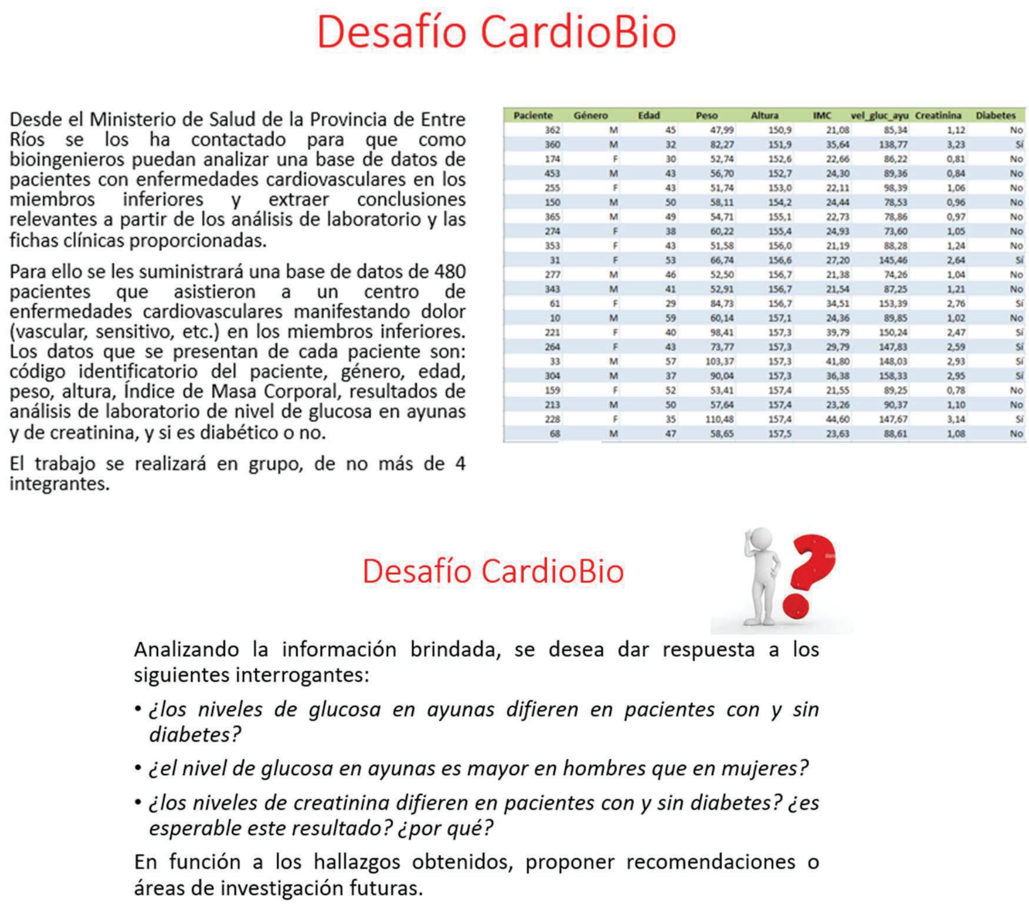
Variable	Media ± DS	Mínimo	Cuartil 1	Mediana	Cuartil 3	Máximo
...						

Figura 1. Algunas de las preguntas a responder en el TPI

Este formato seguía una secuencia lineal clásica: explicación – aplicación. Se parte de la explicación en la clase de teoría de conceptos, en la clase de práctica se resuelven problemas de un libro de texto y luego se les solicitaba a los estudiantes trabajar con esta base de datos y seguir respondiendo problemas a través del TPI, en el hogar, solo que ahora un poco más aplicados, tratándose en este caso de un problema aplicado de tarea para el hogar.

La propuesta consistió es invertir esta secuencia, partiendo ahora del problema real y utilizarlo para construir juntos el conocimiento. Se propuso cambiar estas 18 actividades a resolver, por un desafío, al que se denominó Desafío CardioBio (Figura 2), con preguntas concretas a responder, como, por ejemplo: ¿los niveles de glucosa en ayunas en pacientes con y sin diabetes difieren? ¿el nivel de glucosa en ayunas es mayor en hombres que en mujeres? ¿los niveles de creatinina en pacientes con y son diabetes, difieren? ¿es esperable este resultado? ¿por qué?

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024



Desafío CardioBio

Desde el Ministerio de Salud de la Provincia de Entre Ríos se los ha contactado para que como bioingenieros puedan analizar una base de datos de pacientes con enfermedades cardiovasculares en los miembros inferiores y extraer conclusiones relevantes a partir de los análisis de laboratorio y las fichas clínicas proporcionadas.

Para ello se les suministrará una base de datos de 480 pacientes que asistieron a un centro de enfermedades cardiovasculares manifestando dolor (vascular, sensitivo, etc.) en los miembros inferiores. Los datos que se presentan de cada paciente son: código identificatorio del paciente, género, edad, peso, altura, Índice de Masa Corporal, resultados de análisis de laboratorio de nivel de glucosa en ayunas y de creatinina, y si es diabético o no.

El trabajo se realizará en grupo, de no más de 4 integrantes.

Paciente	Género	Edad	Peso	Altura	IMC	vel_gluc_ayu	Creatinina	Diabetes
362	M	45	47,99	150,9	21,08	85,34	1,12	No
360	M	32	82,27	151,9	35,64	138,77	3,23	Sí
174	F	30	52,74	152,6	22,66	86,22	0,81	No
453	M	43	56,70	152,7	24,30	89,36	0,84	No
255	F	43	51,74	153,0	22,11	98,39	1,06	No
150	M	50	58,11	154,2	24,44	78,53	0,96	No
365	M	49	54,71	155,1	22,73	78,86	0,97	No
274	F	38	60,22	155,4	24,93	73,60	1,05	No
353	F	43	51,58	156,0	21,19	88,28	1,24	No
31	F	53	66,74	156,6	27,20	145,46	2,64	Sí
277	M	46	52,50	156,7	21,38	74,26	1,04	No
343	M	41	52,91	156,7	21,54	87,25	1,21	No
61	F	29	84,73	156,7	34,51	153,39	2,76	Sí
10	M	59	60,14	157,1	24,36	89,85	1,02	No
221	F	40	98,41	157,3	39,79	150,24	2,47	Sí
264	F	43	73,77	157,3	29,79	147,83	2,59	Sí
33	M	57	103,37	157,3	41,80	148,03	2,93	Sí
304	M	37	90,04	157,3	36,38	158,33	2,95	Sí
159	F	52	53,41	157,4	21,55	89,25	0,78	No
213	M	50	57,64	157,4	23,26	90,37	1,10	No
228	F	35	110,48	157,4	44,60	147,67	3,14	Sí
68	M	47	58,65	157,5	23,63	88,61	1,08	No

Desafío CardioBio

Analizando la información brindada, se desea dar respuesta a los siguientes interrogantes:

- *¿los niveles de glucosa en ayunas difieren en pacientes con y sin diabetes?*
- *¿el nivel de glucosa en ayunas es mayor en hombres que en mujeres?*
- *¿los niveles de creatinina difieren en pacientes con y sin diabetes? ¿es esperable este resultado? ¿por qué?*

En función a los hallazgos obtenidos, proponer recomendaciones o áreas de investigación futuras.

Figura 2. Nuevo formato del TPI

Esta reproducción de situaciones reales, resultan mucho más interesantes para resolver como ingenieros, ya que se tratan de preguntas típicas de la vida laboral, que conducirán a los estudiantes a construir el conocimiento necesario para poder dar respuestas, que claramente no podrán hacerlo a comienzo del cuatrimestre. Esto los conducirá a un aprendizaje profundo de lo estudiado, ya que podrán aplicar todo lo aprendido en algo real y concreto. (actuar con el conocimiento de manera flexible). Por supuesto que serán necesario desarrollar temas de forma “tradicional” para luego poder aplicarlos, pero tendrán un incentivo mucho mayor en el aprendizaje inclusive de estos temas.

Las investigaciones actuales (Mastache, 2022; Martin; 2020; Litwin, 1997) llegan a la conclusión de que las clases poco motivadoras llevan a aquellos estudiantes, que incluso tienen una tendencia al aprendizaje profundo, solo logren un aprendizaje superficial. Por otro lado, las clases en las que se propone resolver problemas complejos, abiertos, realizar diseños, etc., presentan una mayor cantidad de estudiantes que logran llegar a un aprendizaje profundo, capaz de ser movilizado.

De esta manera, se promueve también el desarrollo de competencias de comunicación y colaboración en el equipo de trabajo. Con el formato anterior, donde se trataba de preguntas a responder, sin demasiada conexión inclusive unas con otras, se favorecía, que cada integrante del grupo pueda responder de manera individual alguna pregunta y luego “unirla”

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

con el resto del trabajo. Al tratarse de preguntas más amplias será necesario el trabajo en equipo, para debatir, investigar y concluir juntos. Se favorecerá también el desarrollo del pensamiento crítico, ya que, si, por ejemplo, se concluye que el nivel de creatinina es el mismo en pacientes con y sin diabetes, es un resultado, por lo menos en un primer análisis no esperable, y será necesario el cuestionamiento de lo que se obtuvo: ¿estamos concluyendo bien a partir de los resultados obtenidos? ¿tenemos algún error de cálculo? ¿si no nos equivocamos en el proceso de cálculo y estamos concluyendo bien, puede haber algún otro factor que esté afectando y no lo veamos?

Momento de presentación

¿El momento del cuatrimestre en el cuál se presenta el TPI, es el correcto? ¿no debería presentarse antes o después?

Si bien al comienzo del cuatrimestre, cuando se dan a conocer las condiciones de regularidad, se informa a los estudiantes del requisito de elaboración y aprobación de este TPI, el mismo no se presenta como tal hasta avanzadas unas semanas en el cursado.

Las consignas solían ser entregadas en la semana 10 de cursado. Teniendo en cuenta que la duración del cuatrimestre es de 14 semanas, claramente el momento de la presentación no es el adecuado. Por un lado, se les da un tiempo de solo 4 semanas para su elaboración, tiempo qué, si bien es suficiente para que lleguen a presentar los informes, no lo es para alcanzar un aprendizaje profundo. Por otra parte, no se puede dejar de considerar que las últimas semanas del cuatrimestre siempre son aquellas en las que los estudiantes cuentan con más exámenes, presentaciones, cierres, lo cual claramente no favorece el proceso de aprendizaje.

La propuesta de cambio, consistió en presentarlo desde el comienzo del cursado (semana 4), permitiéndole a los estudiantes, "jugar el juego completo" (Perkins, 2010: 47) desde el principio, evitando la "elementitis", jugar a ser ingenieros desde el principio. Si bien no podrán, hasta el final del cursado, encontrarles una respuesta a las preguntas, esto motivará a los estudiantes, ya que las preguntas buscadas por ellos, están ahí en la práctica, y el conocimiento adquirido no se transformará en conocimiento inerte.

Por otro lado, les permitirá a los estudiantes desarrollar autonomía, convertirse en un estudiante activo, que pueda identificar lo que necesita aprender para poder dar respuesta a la situación problemática presentada. Los estimulará a realizar una reflexión personal acerca de las propias cogniciones, a reconocer que es lo que saben actualmente y que les falta aprender, a plantearse preguntas que permitan pensar en sus propios procesos de aprendizaje. Pasar como proponen Brown y Atkins (2002), de una participación y control del docente a una participación y control por parte del estudiante.

Tiempo de Resolución

¿El tiempo dado para su resolución y los espacios destinados a los mismos, favorecen el aprendizaje o sobrecargan al estudiante y terminan en la búsqueda de una entrega de "algo" para alcanzar simplemente la regularidad de la asignatura?

Anteriormente, se trataba de un trabajo realizado íntegramente fuera del aula, sin la presencia del docente como apoyo, contando únicamente con clases de consultas destinadas especialmente a cuestiones relacionadas al TPI. En esta forma de trabajo, se pueden reconocer al menos dos grandes dificultades. La primera que se sobrecarga al estudiante con más tareas en su casa y la segunda que si tiene alguna duda o inquietud que no pueden responder, deben contar con más tiempo para asistir a una clase de consulta en la facultad, o en el mejor de los casos, coordinar con el docente para que la misma sea de formato virtual.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La propuesta de modificación consistió en dedicar momentos específicos en las clases prácticas y teóricas para trabajar el TPI, tiempos destinados a un trabajo autónomo, pero dentro del aula. Usar este tiempo por ejemplo para leer tutoriales, ver videos, instalar el software con el que deberán trabajar, debatir acerca de las respuestas que se esperan obtener, etc.

En cuanto a la información disponible para trabajar, hay mucho material ya elaborado por parte de los docentes de la cátedra y también algunas "clases" genéricas en diferentes formatos, que se iban "habilitando" en el campus a medida que como docentes consideramos los estudiantes iban necesitándola.

Con respecto a este punto, también se realizó un cambio, que consistió en dejar todo el material disponible, todo el tiempo ("on demand") (Maggio, 2018). Esto es más representativo del entorno de trabajo como profesional, donde sea cuenta con una mucha información que no está pre seleccionada, elegida ni organizada, simplemente está y como profesionales debemos saber qué hacer con ella.

<u>Formato de evaluación</u>

¿Se podría mejorar? ¿Cómo?

Como se presentó en la introducción, el formato de evaluación consistía en la presentación de dos informes escritos más un coloquio integrador final donde cada equipo de trabajo presentaba los resultados obtenidos y la evaluación se realizaba través de una rúbrica por parte de los docentes, la cual era presentada a los estudiantes días antes de la realización del mismo.

A partir del pasado cuatrimestre se comenzó a solicitar la presentación de un solo informe final escrito, luego de la presentación oral, ya que al ser pocos estudiantes en el aula (generalmente en las clases prácticas son unos 25 alumnos) se puede ir haciendo una evaluación continua de cada uno de ellos, viendo sus fortalezas, sus necesidades y acompañarlos de manera individual durante todo el proceso de aprendizaje.

Se proporcionó a cada estudiante una retroalimentación personal durante las clases prácticas, siguiendo el enfoque propuesto por Anijovich y Cappelletti (2017:11), quienes enfatizan que la evaluación debe ser una oportunidad tanto de enseñanza como de aprendizaje. Esta instancia de retroalimentación, facilita la evaluación para el aprendizaje y no solo la evaluación del aprendizaje, les permite a los estudiantes identificar sus errores, encontrar el sentido de los mismos y al docente proponer estrategias para subsanarlos en una próxima instancia, no solo de evaluación, sino más importante aún, de uso en la vida profesional de los conocimientos adquiridos. También permite poner foco en las fortalezas de cada estudiante, en lo que se ha destacado, en lo que ha sido bueno, buscando motivarlos e influir en su autoestima. Es a partir de este feedback que los estudiantes reciben que pueden regular su autoaprendizaje, trabajar más autónomamente.

En cuanto a la presentación oral, se alteraron los espacios y se les propuso a los estudiantes "jugar" a que el docente y los compañeros son quienes les encargaron realizar este trabajo como profesionales y ellos deberán ser capaces de venderlo. El objetivo de este tipo de evaluación fue intentar integrar las distintas capacidades que se buscan desarrollar durante el cursado, comunicacionales, de intercambio con otras personas, perspectivas éticas y no menos importarte, poder defender lo que decidieron. En el ámbito de la estadística los resultados obtenidos son solo eso, números que nos dan información, qué por supuesto se debe poder saber interpretar, pero lo más importante es saber qué hacer con ella, tomar decisiones justificadas y fundadas. Muchas veces, como profesionales, se encontrarán con situaciones ambiguas, llenas de incertidumbre, análisis parciales, información incompleta y deberán decidir. Esta es una buena oportunidad para darles las herramientas necesarias para poder desarrollar estas capacidades.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

Durante el proceso de reflexión y modificación del Trabajo Práctico Integrador (TPI) de la cátedra de Probabilidad y Estadística, se plantearon importantes cambios con el objetivo de mejorar el aprendizaje de los estudiantes y su preparación para la práctica profesional. A partir de esta revisión, se identificaron varios aspectos a considerar:

Se lograron grandes aportes a las competencias necesarias en la formación de un ingeniero.:

- Aportes a las competencias genéricas; promoción del autoaprendizaje, desarrollo y fortalecimiento del trabajo grupal y desarrollo del pensamiento crítico ya que los estudiantes tuvieron que tomar decisiones en funciones de los resultados obtenidos.

- Aportes a las competencias disciplinares: pasando de un aprendizaje inerte a un aprendizaje profundo de la disciplina, utilizando recursos que estimularon en los estudiantes el deseo de lograrlo.

- Aporte a las competencias laborales y profesionales: desarrollando procesos de toma de decisiones, pensamientos críticos y también creativos, ya que los estudiantes tuvieron que pensar cómo lograr presentar el producto final para poder “venderlo” a sus compañeros que ocuparon el rol de quien solicitó el trabajo.

En cuanto a la respuesta de los estudiantes frente a la propuesta, se observaron diferentes posturas. Algunos estudiantes tuvieron dificultades para salir del enfoque tradicional de la actividad, mientras que otros asumieron el desafío de jugar el papel de profesionales desde el inicio. Se identificaron casos donde los estudiantes mostraron un enfoque más metacognitivo al abordar el problema, lo cual refleja una comprensión más profunda de los conceptos.

Consideramos es un buen primer paso, para pasar del paradigma de la enseñanza tradicional a una enseñanza más centrada en el alumno, con la firme intencionalidad de la formación de las competencias necesarias para su futuro desarrollo profesional.

Referencias

Anijovich, R., & Cappelletti, G. (2017). *La evaluación como oportunidad*. Buenos Aires: Paidós

Atkins, M., & Brown, G. (2002). Effective teaching in higher education. New York: Routledge.

Litwin, E. (1997). Enseñanza e innovaciones en las aulas para el nuevo siglo. Buenos Aires: El ateneo.

Maggio, M. B. (2018). Reinventar la clase en la universidad. Buenos Aires: Paidós.

Martín, H. R. (2020). ¿Cómo aprendemos?: una aproximación científica al aprendizaje y la enseñanza (Vol. 1). Barcelona: Graó.

Mastache, A. (2022). El desplazamiento del saber más allá de la intencionalidad de la docente.

Meirieu, P. (2019) Encontrar en el aula el placer de aprender juntas y juntos. ICIEC UEPC. https://www.youtube.com/watch?v=sFBIaiRe1oY

Perkins, D. N. (2010). El aprendizaje pleno: principios de la enseñanza para transformar la educación. Buenos Aires: Paidós.

Perkins, D. (1999) ¿Qué es la comprensión? En Wiske, M. S. (Compil.) La enseñanza para la Comprensión. Buenos Aires: Paidós, p- 69 – 92

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Un enfoque práctico para la enseñanza del análisis de Fourier de señales y sistemas de tiempo continuo

A practical approach to teaching Fourier analysis of continuous-time signals and systems

Presentación: 27/03/2024

Luciano Savoie
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Paraná, Argentina
lucianosavoie@frp.utn.edu.ar

Ernesto Klimovsky
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Paraná, Argentina
ernestoklimovsky@frp.utn.edu.ar

Resumen

En este trabajo presentamos una propuesta educativa que venimos desarrollando en los últimos años desde la asignatura "Análisis de Señales y Sistemas", centrándonos en un tema crucial como el análisis de Fourier de señales y sistemas en tiempo continuo. Buscamos consolidar la comprensión teórica de los conceptos involucrados, en particular, mediante simulaciones, el uso de instrumentos de medición y la ejecución de un ensayo sobre un circuito electrónico elaborado por los alumnos.

Se presentan los conceptos matemáticos abordados en la asignatura, se detallan los trabajos prácticos propuestos, se describe el método de evaluación y se comparten los resultados, conclusiones y observaciones elaboradas por los estudiantes. También, destacamos la contribución fundamental de este tipo de trabajos al desarrollo de competencias comunicativas en los estudiantes, debido a que exponen los métodos empleados para resolver problemas y explicar detalladamente los resultados obtenidos.

Palabras clave: Análisis de Fourier - Señales y Sistemas - Estrategias didácticas

Abstract

In this paper, we present an educational proposal that we have been developing over the past years within the course "Signals and Systems Analysis", focusing on a crucial topic such as Fourier analysis of continuous-time signals and systems. We aim to consolidate the theoretical understanding of the concepts involved, particularly through simulations, the use of measurement instruments, and the execution of an essay on an electronic circuit elaborated by the students.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

We introduce the mathematical concepts covered in the course, detail the proposed practical work, describe the evaluation method, and share the results, conclusions, and observations made by the students. We also highlight the fundamental contribution of these types of assignments to the development of communicative competencies in students, as they expose the methods used to solve problems and explain the results obtained in detail.

Keywords: Fourier Analysis - Signals and Systems - Didactic Strategies

Introducción

El análisis de Fourier en tiempo continuo es una herramienta poderosa que nos permite descomponer una señal en sus componentes de frecuencia, y que cuenta con aplicaciones destacadas en comunicaciones, procesamiento de imágenes y teoría de circuitos, entre otras.

Su dominio es esencial para cualquier estudiante de ingeniería electrónica, ya que posibilita la comprensión y el diseño de una amplia variedad de sistemas electrónicos utilizados en diversos ámbitos de aplicación.

Estos conocimientos se dictan en la asignatura "Análisis de Señales y Sistemas", la cual forma parte del tercer año de la carrera de ingeniería electrónica, y está estrechamente relacionada con los contenidos de las asignaturas de matemáticas del ciclo básico.

El dominio de esta herramienta representa un desafío para el estudiante debido a la complejidad del tema y a la necesidad de un esfuerzo de abstracción, ya que estos contenidos constituyen la base de otros que verán en años posteriores de la carrera y, lógicamente, en su desarrollo profesional.

Con el objetivo de facilitar la incorporación de estos conocimientos y de realizar un abordaje integral que relacione los conceptos matemáticos dictados junto con una práctica vinculada al desarrollo electrónico, desde la cátedra venimos realizando una serie de trabajos prácticos relacionados con la teoría, denominados *Trabajos Prácticos de Hardware* (T.P.H.). Estos T.P.H. están centrados en el desarrollo de una placa electrónica para ensayos y mediciones, como así también en la realización de simulaciones.

Es relevante subrayar que estos trabajos prácticos, además de contribuir a la comprensión de los temas mencionados, ofrecen a los estudiantes la oportunidad de adentrarse en el ámbito de las simulaciones, familiarizándose con un software probablemente desconocido para ellos. Asimismo, les brinda la posibilidad de fortalecer el uso de instrumentos de medición y la habilidad de interpretar hojas de datos de componentes electrónicos.

Desarrollo

La representación de señales periódicas de tiempo continuo mediante *serie de Fourier* es una herramienta matemática fundamental del análisis de Fourier. Decimos que una señal de tiempo continuo $x(t)$ es periódica de período T si, para algún valor positivo de T, se cumple que:

$$x(t) = x(t+T) \quad \forall \ t \qquad (1)$$

El *período fundamental* T_0 *de* $x(t)$ es el valor mínimo positivo de T diferente de cero para el cual la ecuación (1) se satisface, y el valor $\omega_0 = 2\pi/T_0$ se conoce como *frecuencia fundamental de* $x(t)$.

En particular, en la asignatura nos enfocamos en aquellas señales reales donde t representa el tiempo medido en segundos. Por lo tanto, es común expresar la *frecuencia fundamental* f_0 *de* $x(t)$ en ciclos por segundo o Hertz (Hz), dada por $f_0 = 1/T_0$.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La *serie trigonométrica de Fourier*, permite expresar una señal periódica como una suma de funciones seno y coseno cuyas frecuencias son múltiplos de su frecuencia fundamental. La expresión matemática para una señal de tiempo continuo *x(t)* es:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \tag{2}$$

Donde ω_0 es la frecuencia fundamental descripta anteriormente; y a_0, a_n y b_n son los coeficientes de la *serie de Fourier* y están determinados por las siguientes expresiones:

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt \tag{3}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos(n\omega_0 t)dt \tag{4}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin(n\omega_0 t)dt \tag{5}$$

También podemos emplear la *serie compleja de Fourier* haciendo uso de la *identidad de Euler*:

$$e^{jn\omega_0 t} = \cos(n\omega_0 t) + j\sin(n\omega_0 t) \tag{6}$$

Quedando entonces:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{jn\omega_0 t} \tag{7}$$

Donde:

$$a_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-jn\omega_0 t}dt \tag{8}$$

En la ecuación (7), el término para *n = 0* es una constante. Los términos para *n = +1* y *n = - 1* tienen una frecuencia fundamental igual a ω_0 y se conocen en conjunto como *componentes fundamentales* o *componentes de la primera armónica*. Los dos términos para *n = +2* y *n = - 2* son periódicos con la mitad del período (o, de manera equivalente, el doble de la frecuencia) de la componente fundamental y se conocen como *componentes de la segunda armónica*. De manera más general, las componentes para *n = +N* y *n = -N* se conocen como las *componentes de la Nésima (enésima) armónica* (Oppenheim and Willsky, 1997).

El conjunto de coeficientes a_n de la ecuación (8) se conocen a menudo como *coeficientes de la serie de Fourier* y ponderan la porción de la señal $x(t)$ que está en cada armónica de la componente fundamental. Es importante destacar el término a_0, el cual representa el valor promedio de $x(t)$ sobre un período (componente de continua).

Por otro lado, la *transformada de Fourier* de señales de tiempo continuo es una herramienta matemática que permite extender los conceptos anteriores a señales de tiempo continuo que no sean periódicas. Esto se debe a que una señal aperiódica puede considerarse como una señal periódica con un período infinito. De manera más precisa, en la representación en *serie de Fourier* de una señal periódica, conforme el período se incrementa, la frecuencia fundamental disminuye y las componentes relacionadas armónicamente se hacen más cercanas en frecuencia. A medida que el período se hace infinito, las componentes de frecuencia forman un continuo, y la suma de la *serie de Fourier* se convierte en una integral . La representación resultante de esto se denomina *transformada de Fourier* $X(\omega)$ de una señal de tiempo continuo $x(t)$, y se define como:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt \tag{9}$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Esta transformada proporciona una representación en el dominio de la frecuencia de una señal $x(t)$, esto resulta completamente novedoso para los alumnos ya que resulta incursionar en otro dominio que es el frecuencial (a diferencia del temporal, que es en el que venían trabajando).

Análogamente, puede reconstruirse la señal original $x(t)$ a partir de su representación en el dominio de la frecuencia $X(\omega)$, calculando lo que se conoce como *transformada inversa de Fourier*:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{10}$$

Estas dos ecuaciones componen lo que denominamos *par de transformadas de Fourier* y son fundamentales en una amplia gama de aplicaciones.

La *transformada de Fourier* de una señal se puede expresar en coordenadas rectangulares como la suma de una parte real $R(\omega)$ y una parte imaginaria $I(\omega)$:

$$X(\omega) = R(\omega) + jI(\omega) \tag{11}$$

Como así también en términos de amplitud $|X(\omega)|$ y fase $\phi(\omega)$, lo que equivale a emplear coordenadas polares:

$$X(\omega) = |X(\omega)|.e^{-j\phi(\omega)} \tag{12}$$

Estas expresiones se vinculan a través de:

$$|X(\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \tag{13}$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1}\left[\frac{I(\omega)}{R(\omega)}\right] \tag{14}$$

A $|X(\omega)|$ generalmente se le conoce como el *Espectro de Fourier* o *Módulo de la transformada de Fourier*, mientras que $\phi(\omega)$ se denomina *Ángulo de Fase* o simplemente *fase de la transformada de Fourier*.

Aunque hemos definido la *transformada de Fourier* considerando señales aperiódicas, es importante mencionar que esta herramienta también puede aplicarse a señales periódicas. En este caso, la *transformada de Fourier* se representa como un tren de impulsos $\delta(\omega)$ cuyas frecuencias son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental ω_0 de la señal $x(t)$, cuyos pesos están dados por los coeficientes a_k del desarrollo de la *serie de Fourier* de dicha señal multiplicados por 2π.

Específicamente, si $x(t)$ es una señal de tiempo continuo de período fundamental T_0, su *transformada de Fourier* $X(\omega)$ se expresa como:

$$X(\omega) = 2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_k\,\delta(\omega - n\omega_0) \tag{15}$$

Los conceptos enumerados proporcionan las bases teóricas del análisis de Fourier y son esenciales para entender la naturaleza y el procesamiento de las señales. La comprensión de estos representa un desafío importante para los estudiantes. Como también sucede con las asignaturas del ciclo básico, una de las dificultades radica en lograr la conexión entre la teoría y su aplicación práctica en el ámbito profesional, como así también su relación con las asignaturas del ciclo superior que se nutren de estos temas.

Por esto, y para motivar a los alumnos, desde la cátedra venimos proponiendo desde hace 11 años que los trabajos prácticos de la asignatura incorporen una parte que involucre el desarrollo de pequeños circuitos electrónicos relacionados con los temas dictados en clase. Esto implica que los alumnos se enfrenten a la tarea de armar un circuito (en placa de pruebas o en placa impresa), realicen ensayos de puesta en marcha y pruebas de funcionamiento, así como ensayos de medición relacionados con los temas del análisis de Fourier. A esta tarea la denominamos *Trabajos Prácticos de Hardware* (T.P.H.), siendo el relacionado con el análisis de Fourier uno de los tres

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

que hemos llevado a cabo hasta la fecha (los dos restantes están vinculados con el tratamiento básico de señales y el diseño de filtros).

A modo de introducción, y en línea con los ejercicios realizados en las clases de prácticas, en la primera parte del T.P.H. se les presenta a los alumnos un problema analítico que implica calcular y visualizar la expansión en serie de Fourier (hasta el cuarto armónico no nulo) de un tren de pulsos con un ciclo de trabajo del 50%, como el de la **Figura 1** (Craiem y Armentano, 2015). Se recomienda a los alumnos que utilicen un periodo fundamental de 1 [ms] (milisegundo) para la señal $x(t)$.

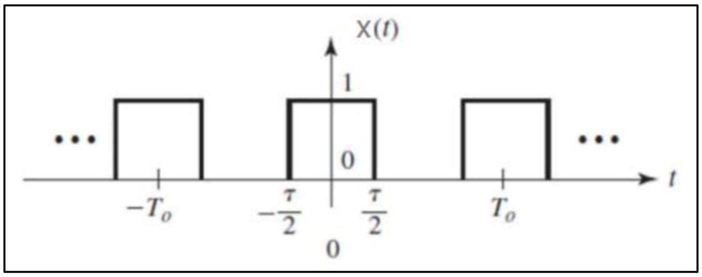


Figura 1: Señal $x(t)$ con ciclo de trabajo del 50% planteada a los alumnos

Los estudiantes rápidamente descubren que el desarrollo en *serie de Fourier* solo incluye componentes impares debido a que se trata de una señal impar, es decir, se cumple $x(-t) = -x(t)$. Por lo tanto, la representación en *serie de Fourier* se expresa como:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=impar} a_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{1}{2} + \sum_{n=impar} \frac{\sin(\pi n 0{,}5)}{\pi n} e^{jn\omega_0 t} \tag{16}$$

Y por lo tanto, los primeros cuatro coeficientes toman los siguientes valores:

$$a_0 = \frac{1}{2} \tag{17}$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \tag{18}$$

$$a_3 = -\frac{1}{3\pi} \tag{19}$$

$$a_5 = \frac{1}{5\pi} \tag{20}$$

$$a_7 = -\frac{1}{7\pi} \tag{21}$$

Un aspecto interesante es que muchos alumnos eligen verificar estos resultados utilizando GeoGebra y luego incorporarlos en el informe, a pesar de que no sea una consigna explícita del T.P.H. Esto demuestra la importancia de enseñarles este software desde el primer año de la carrera, ya que continúan utilizándolo y relacionándolo con temas más avanzados en años posteriores. Esto se debe también a que en la segunda parte del T.P.H. deben contrastar los resultados empleando un software de Diseño Asistido por Computadora (CAD, por sus siglas en inglés) para el diseño de circuitos electrónicos, como Proteus, KiCad, u otros que ellos escojan y tengan acceso. Estos programas son utilizados por ingenieros electrónicos, diseñadores de circuitos y aficionados para diseñar, simular y analizar circuitos eléctricos y electrónicos.

Independientemente del programa que elijan, deben seleccionar un generador de funciones que les permita replicar la señal de la **Figura 1** y así poder comprobar efectivamente los resultados de las ecuaciones (16) a (20).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Además, para determinar la *transformada de Fourier*, su inversa y los armónicos de la señal, al igual que los osciloscopios digitales, estos programas utilizan un algoritmo conocido como *Transformada Rápida de Fourier* (*FFT*, por sus siglas en inglés). Este método implica un considerable ahorro en la cantidad de cálculos y en el tiempo de procesamiento, razón por la cual es ampliamente utilizado en simulaciones e instrumentación. Algunas de las simulaciones realizadas por los alumnos se ilustran en la **Figura 2**. La *FFT* es una herramienta innovadora para los estudiantes, quienes toman conocimiento de que seguirán utilizándola en asignaturas avanzadas relacionadas con el tratamiento de señales, como Sistemas de Comunicaciones y Procesamiento Digital de Imágenes.

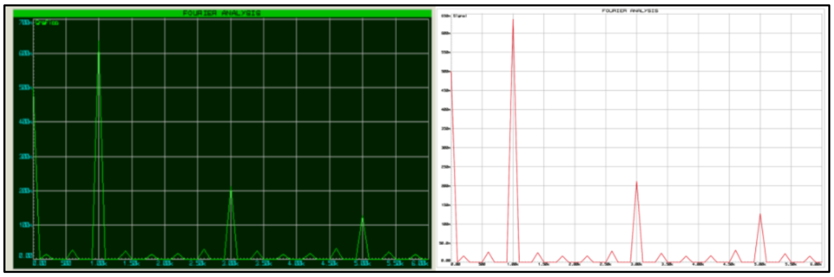


Figura 2: Simulaciones realizadas por alumnos

En la tercera y última parte del T.P.H., se asigna a los alumnos la tarea de implementar un circuito elemental sugerido por la cátedra. En este caso, hemos escogido un Amplificador Derivador (también conocido como diferenciador), el cual se construye utilizando un amplificador operacional (Boylestad and Nashelsky, 1997), tal como se ilustra en la **Figura 3**. Para la entrada del circuito, se pide utilizar un conector tipo jack de audio, similar al que se encuentra en los teléfonos celulares o las computadoras (*Jack 3.5mm*). Respecto a la salida, se indica conectar un osciloscopio para facilitar la visualización de la señal obtenida (*Vo*).

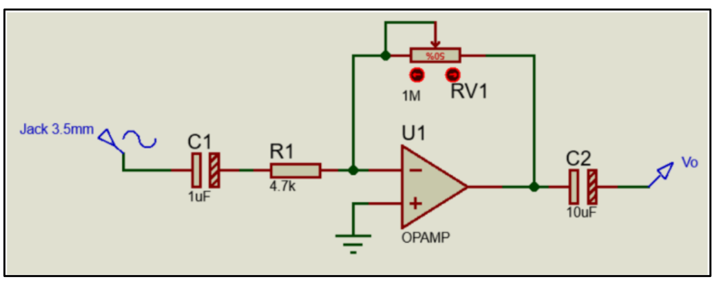


Figura 3: Amplificador Derivador

Los componentes que integran el circuito son elementales: resistencias, capacitores y un amplificador operacional. Estos componentes son abordados por los estudiantes en asignaturas del mismo año académico, como Teoría de Circuitos I y Electrónica Aplicada I, fortaleciendo así la comprensión y aplicación de los conceptos estudiados.

La señal de entrada, suministrada a través del conector jack, es un archivo de audio proporcionado por la cátedra. Al pasar por el circuito derivador, los estudiantes pueden observar en el osciloscopio una señal similar a la representada en la **Figura 1**. Además, gracias a la función de *FFT* disponible en el osciloscopio, los estudiantes pueden visualizar y comparar los resultados de esta tercera parte con los resultados analíticos de la primera y los resultados de la simulación de la segunda parte del trabajo práctico.

En la **Figura 4** se exhibe una de las mediciones realizadas por los alumnos, mostrando la correspondiente representación en el dominio frecuencial mediante el uso de la función *FFT* del osciloscopio.

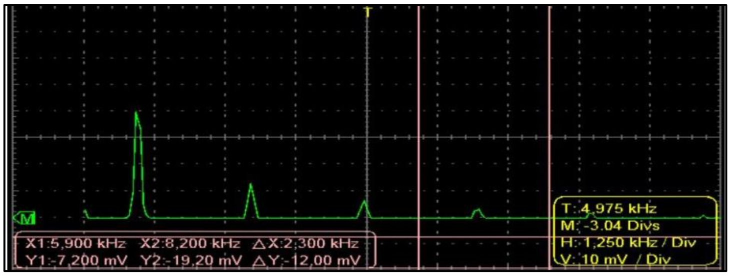


Figura 4: Medición de los armónicos en un osciloscopio realizada por un alumno

Esta última parte suele generar muchos comentarios por parte de los alumnos, ya que comprueban de manera concreta que no siempre es posible replicar de forma idéntica los resultados obtenidos de manera analítica y/o a través de simulaciones. Esto se debe a que en ambos casos no se tienen en cuenta ciertos factores como el ruido eléctrico y la calidad de los instrumentos de medición, entre otros. Los estudiantes a menudo comparan los resultados mediante una tabla, donde contrastan los datos del cálculo analítico, la simulación y los ensayos de laboratorio.

Para finalizar, presentamos en la **Figura 5** algunos de los comentarios y conclusiones recopilados por los alumnos al concluir el T.P.H.

En el presente trabajo desarrollamos una visión más amplia de cómo se emplean y como se presentan en un circuito los coeficientes de Fourier para expresar la señal en frecuencia, teniendo en cuenta lo realizado y nuestra experiencia, tenemos para decir que nos llamó la atención el funcionamiento en sí del circuito, que en principio lo notamos "ilógico", seguido de diversos problemas de interpretación como tal de lo que estábamos obteniendo tanto en el FFT del osciloscopio como en la simulación, pero finalmente pudimos realizar una síntesis correcta y efectiva que se hace notar en la tabla que compara las diferentes pruebas, tanto la algebraica como la simulada y la realizada en Protoboard.

El presente práctico nos fue de ayuda para comprender mejor los temas relacionados llevándolos a un aspecto mas práctico y visual. Logramos mejorar nuestra comprensión sobre las series de Fourier al comparar los resultados obtenidos entre los cálculos teóricos, la simulación y lo medido en el laboratorio. No se nos presentaron grandes dificultades y logramos cumplir con lo solicitado. Desde nuestra perspectiva no hay ninguna crítica constructiva para aportar sobre el trabajo.

Este trabajo nos permitió acercarnos a una mejor comprensión de lo que comprende el paso de la línea temporal a la línea frecuencial, junto con todas las grandes ventajas que nos permite el paso de una variable a otra. Además, nos permite entender que la Serie de Fourier fue y es una herramienta super útil y mega utilizada por profesionales alrededor del mundo.

Respecto a los cálculos, no obtuvimos una buena aproximación. Esto suponemos que se debe a los componentes que utilizamos y a la forma no correcta de manipulación de las herramientas de medición que nos proporciona nuestra facultad

Este trabajo práctico nos ha proporcionado una comprensión más profunda de los temas relacionados a la serie de Fourier, incluyendo cálculos matemáticos, gráficas y la implementación en software y laboratorio. Estas habilidades son fundamentales para el procesamiento de señales y el análisis de datos, y nos aportan herramientas muy útiles para abordar problemas complejos.

Figura 5: Algunos comentarios recogidos de los alumnos

Conclusiones

La estrategia desarrollada muestra una integración efectiva de conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas en el campo del Análisis de Señales y Sistemas en Ingeniería Electrónica. Esta metodología de enseñanza interdisciplinaria estimula el interés y la participación de los estudiantes, enriqueciendo su experiencia de aprendizaje y desarrollando competencias fundamentales para su formación como futuros ingenieros.

Con la estrategia seguida conseguimos motivar a los estudiantes, haciendo que indaguen por su cuenta en el uso de instrumental de laboratorio y relacionándolos con los tópicos desarrollados en teoría y práctica.

Continuaremos desplegando y fortaleciendo la metodología interdisciplinaria y la articulación de contenidos. Actualmente estamos incorporando tanto temas emergentes en el área de Trabajos Prácticos de Hardware como de Software, fomentando la creatividad y colaboración en equipo entre los y las estudiantes.

Referencias

Oppenheim, A.; Willsky, A. (1997). "Señales y Sistemas". México: Prentice-Hall, pp. 190-192 y 285-289.

Craiem, D.; Armentano, R. (2015). "Análisis de Sistemas Lineales". Buenos Aires: Ediciones Nuevos Tiempos, pp. 241.

Boylestad, R.; Nashelsky, L. (1997). "Electrónica: Teoría de Circuitos". México: Prentice-Hall, pp. 669-673

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo en serie de potencias de la curva normal estándar

Power series development of the standard normal curve

Presentación: 25/03/2024

Sebastián Fantini
Facultad Regional Reconquista – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
sfantini@comunidad.frrq.utn.edu.ar

Héctor Martín
Facultad Regional Reconquista – Universidad Tecnológica Nacional – Argentina
hmartin@comunidad.frrq.utn.edu.ar

Resumen

La distribución normal es la distribución de probabilidad continua más importante de todo el campo de la estadística, teniendo aplicaciones en muchos otros campos del saber.

El presente trabajo pretende determinar la ecuación de la distribución normal a partir de la resolución de su ecuación diferencial gobernante, utilizando para ello las series de potencias.

Motiva este trabajo la búsqueda de actividades interdisciplinares. En este caso, el desarrollo de dicha ecuación permite que los alumnos de las cátedras Estadística y Análisis Matemático desarrollen contenidos integradores.

Palabras clave: series de potencias, distribución normal, ecuaciones diferenciales.

Abstract

The normal distribution is the most important continuous probability distribution in the entire field of statistics, having applications in many other fields of knowledge.

The present work aims to determine the equation of the normal distribution from the resolution of governing differential equation, using power series for this purpose.

This work is motivated by the search for interdisciplinary activities. In this case, the development of said equation would allow the students of Statistics and Mathematical Analysis classes to develop integrative content.

Keywords: power series, normal distribution, differential, equations

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

La distribución de probabilidad continua más importante de todo el campo de la estadística es la distribución normal. Dicha distribución es utilizada para describir de manera aproximada muchos fenómenos, tanto naturales como artificiales. Por ejemplo, los errores en las mediciones científicas se aproximan muy bien mediante una distribución normal. En 1733, Abraham DeMoivre desarrolló la ecuación matemática de dicha distribución. Por su parte Karl Friedrich Gauss (1777-1855) también derivó su ecuación a partir de un estudio de errores en mediciones repetidas de la misma cantidad, por lo que es común denominar a dicha distribución como distribución gaussiana en su honor.

En el presente trabajo se determina la ecuación de la distribución normal a partir de resolver la ecuación diferencial que la gobierna. Para ello se desarrollará la solución a partir las series de potencias.

Se pretende que dicho desarrollo motive un trabajo conjunto entre las cátedras de Estadística y de Análisis Matemático. Fomentando de esta manera un estudio integral de los contenidos, aportando conocimientos desde ambos campos del saber para lograr integrarlos.

Desarrollo

La distribución normal surge a partir de la observación de que, en los experimentos binomiales, al tomar muestras de tamaño cada vez mayor se describe una curva con características invariantes con respecto a la elección de la probabilidad de éxito del ensayo.

Tomando la fórmula de la distribución normal cuyo surgimiento es anterior:

$$P(X=k)=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k} \tag{1}$$

Donde n es el tamaño de la muestra y p es la proporción de éxitos.

Al realizar un gráfico con distintos valores de n, podemos observar que a medida que n crece, la distribución se aproxima a una curva que es la que deseamos describir, como se muestra en las figuras 1 y 2.

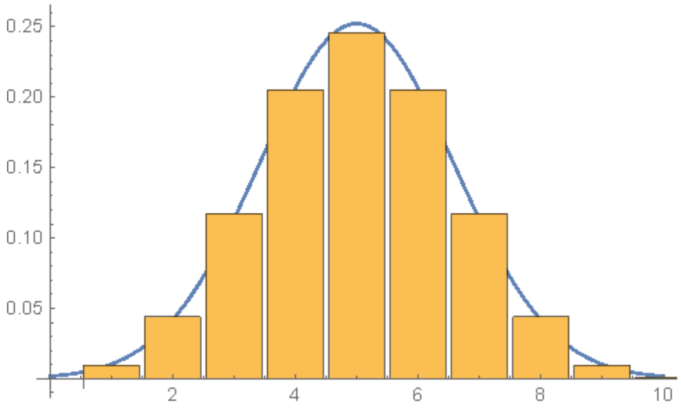


Figura 1:Curva normal estándar (azul) y distribución binomial con n=10 y p=0.5 (amarillo)

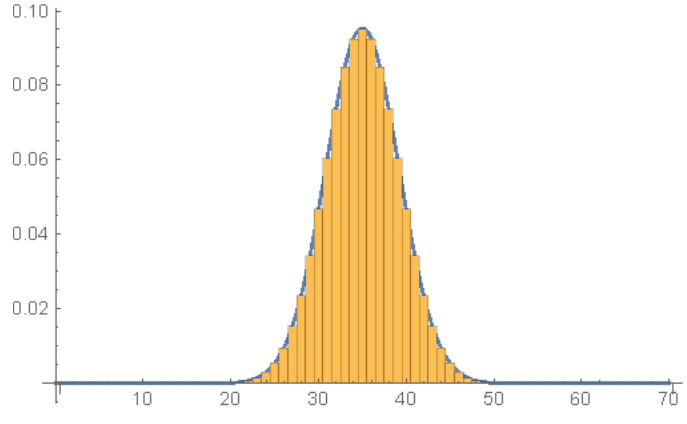


Figura 2: Curva normal estándar (azul) y distribución binomial con n=70 y p=0.5 (amarillo)

Suponiendo que la variable aleatoria X tiene una función de densidad de probabilidades, f, tal que su valor esperanza matemática es nula y su varianza vale uno.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = np = 0 \tag{2}$$

$$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = np(1-p) = 1 \tag{3}$$

Además, observando la gráfica de la distribución normal podemos deducir que f es positiva para todo su dominio, es derivable y posee una clara simetría respecto al eje de las ordenadas.

$$f(x) > 0, \forall x \tag{4}$$

$$f(x) = f(-x), \forall x \tag{5}$$

Una muestra aleatoria $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ podría llamarse “ideal” si las estimaciones de la media y la varianza coincidieran con los valores esperados.

$$g_1(x_1, \dots, x_n) = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = 0 \tag{6}$$

$$g_2(x_1, \dots, x_n) = \frac{(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2)}{n-1} = 1 \tag{7}$$

Una propiedad deseable de X, para ser considerada normal, es que para cada posible muestra de tamaño n, esta sea la más probable.

Esta característica equivale a que la probabilidad de sacar esa muestra sea máxima. Esta propiedad puede expresarse como el máximo de la expresión $\prod_{i=1}^{n} f(x_i)$ o equivalentemente a la de su logaritmo, resultando:

$$h(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} \ln{(f(x_i)} \tag{8}$$

De esta manera queda planteado un problema de extremos condicionados con n incógnitas. A las n incógnitas se les agregan las condiciones descriptas en las ecuaciones (6) y (7).

Planteando el problema con el método de Multiplicadores de Lagrange de la siguiente manera:

$$\nabla h = \lambda_1 \nabla g_1 + \lambda_2 \nabla g_2 \tag{9}$$

Derivando nos queda:

$$\frac{f'(x_i)}{f(x_i)} = \frac{\lambda_1}{n} + \frac{2\lambda_2}{n-1} x_i, \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{10}$$

Se realizan las siguientes sustituciones:

$$a_1 = \frac{\lambda_1}{n} \; ; \; a_2 = \frac{2\lambda_2}{n-1} \tag{11}$$

Al sustituir (11) en la (10), queda la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = a_1 + a_2 x \tag{12}$$

Que se puede expresar convenientemente:

$$y' - a_1 y - a_2 xy = 0 \tag{13}$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Resolución por serie de potencias

Se propone para la resolución de la ecuación diferencial (13), un desarrollo en series de potencias para la función buscada con la siguiente expresión:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n \tag{14}$$

En donde, su correspondiente derivada, se escribe de la siguiente forma:

$$y' = \sum_{n=1}^{\infty} n C_n x^{n-1} \tag{15}$$

Utilizando la solución propuesta en serie de potencias podemos escribir la ecuación diferencia (13) como:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n C_n x^{n-1} - a_1 \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n - a_2 x \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = 0 \tag{16}$$

Sustituyendo en la ecuación (16), $n = k + 2$ en el primer término, $n = k + 1$ en el segundo término y $k = n$ en el tercero, nos queda:

$$\sum_{k=-1}^{\infty} (k+2) C_{k+2} x^{k+1} - \sum_{k=-1}^{\infty} a_1 C_{k+1} x^{k+1} - \sum_{k=0}^{\infty} a_2 C_k x^{k+1} = 0 \tag{17}$$

Desarrollando algunos términos de las dos primeras sumatorias y agrupando convenientemente la ecuación (17) nos queda:

$$C_1 - a_1 C_0 + \sum_{k=0}^{\infty} [(k+2) C_{k+2} - a_1 C_{k+1} - a_2 C_k] x^{k+1} = 0 \tag{18}$$

Igualando los coeficientes de igual potencia en la ecuación (18) obtenemos las ecuaciones de recurrencia:

$$C_1 - a_1 C_0 = 0 \Rightarrow C_1 = a_1 C_0 \tag{19}$$

$$(k+2) C_{k+2} - a_1 C_{k+1} - a_2 C_k = 0 \Rightarrow C_{k+2} = \frac{a_1 C_{k+1} + a_2 C_k}{k+2} \tag{20}$$

Se puede apreciar en la ecuación (19), que el coeficiente C_1 se vincula con el coeficiente C_0, y en la ecuación (20), se vincula cada coeficiente con los dos anteriores. Por lo que es posible deducir que todos los coeficientes se vincularán con C_0.

A partir de la serie

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + C_4 x^4 + \cdots \tag{21}$$

Al sustituir en la ecuación (21) las ecuaciones de recurrencia (19) y (20) obtenemos el siguiente desarrollo:

$$y = C_0 + a_1 C_0 x + \frac{1}{2}(a_1^2 + a_2) C_0 x^2 + \frac{1}{6}(a_1^3 + 3a_1 a_2) C_0 x^3 + \frac{1}{24}(a_1^4 + 6a_1^2 a_2 + 3a_2^2) C_0 x^4 + \cdots \tag{22}$$

Organizando convenientemente la ecuación (22) podemos observar la recurrencia:

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

$$y = C_0\left[1 + \left(a_1x + \frac{1}{2}a_2x^2\right) + \frac{1}{2}(a_1^2x^2 + a_1a_2x^3 + a_2^2x^4) + \frac{1}{6}\left(a_1^3x^3 + \frac{3}{2}a_1^2a_2x^4 + \frac{3}{4}a_1a_2^2x^5 + \frac{1}{8}a_2^3x^6\right) + \cdots\right] \quad (23)$$

Y reescribir la serie como:

$$y = C_0\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(a_1x + \frac{a_2}{2}x^2\right)^n \quad (24)$$

Recordando que

$$k.e^{f(x)} = k\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}[f(x)]^n \quad (25)$$

Comparando la ecuación (24) con la (25) podemos determinar que la ecuación buscada es:

$$f(x) = C_0e^{a_1x+\frac{a_2}{2}x^2} \quad (26)$$

El siguiente paso es determinar el valor de las constantes, para ello utilizaremos las condiciones vistas al inicio.

Según la ecuación (2) la esperanza debe valer cero, planteando y resolviendo la ecuación nos queda:

$$\int_{-\infty}^{\infty} xC_0e^{a_1x+\frac{a_2}{2}x^2}\,dx = \frac{\sqrt{2\pi}C_0a_1e^{-\left(\frac{a_1^2}{2a_2}\right)}}{(-a_2)^{\frac{3}{2}}} = 0 \quad (27)$$

Como C_0 no puede ser nulo, entonces debe ser $a_1 = 0$.

Planteando la condición de la ecuación (3), nos queda:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2C_0e^{a_1x+\frac{a_2}{2}x^2}\,dx = \frac{\sqrt{2\pi}C_0}{(-a_2)^{\frac{3}{2}}} = 1 \quad (28)$$

Además, sabemos por propiedad de las funciones de densidad de probabilidad que el área debajo de dichas funciones debe ser 1, por lo que podemos plantear:

$$\int_{-\infty}^{\infty} C_0e^{a_1x+\frac{a_2}{2}x^2}\,dx = \frac{\sqrt{2\pi}C_0}{(-a_2)^{\frac{1}{2}}} = 1 \quad (29)$$

Resolviendo el sistema compuesto por las ecuaciones (28) y (29) obtenemos que $C_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ y $a_2 = -1$.

De este modo podemos expresar la función buscada como

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{x^2}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(-\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{x^{2n}}{n!}\right) \quad (30)$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Determinación de la cantidad mínima de términos de la serie

A partir de la función encontrada y de su desarrollo en serie de potencias se desea determinar la cantidad mínima de términos que asegure la misma precisión que se tiene al utilizar la tabla de la distribución normal estándar.

Para ello debemos tener en cuenta que dicha tabla posee 4 decimales así que esa es la precisión buscada. También tendremos en cuenta que las tablas de las distribuciones normales en general dan valores de probabilidad para valores de x entre -3 y 3.

Como primer paso se realiza una gráfica comparativa entre la función buscada y su desarrollo en serie para distintas cantidades de términos, figuras 3 y 4:

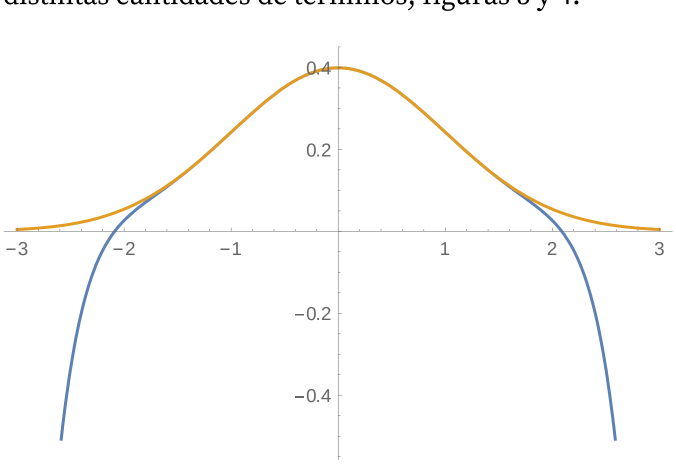


Figura 4: Distribución normal (amarillo) y serie de potencias con 5 términos (azul)

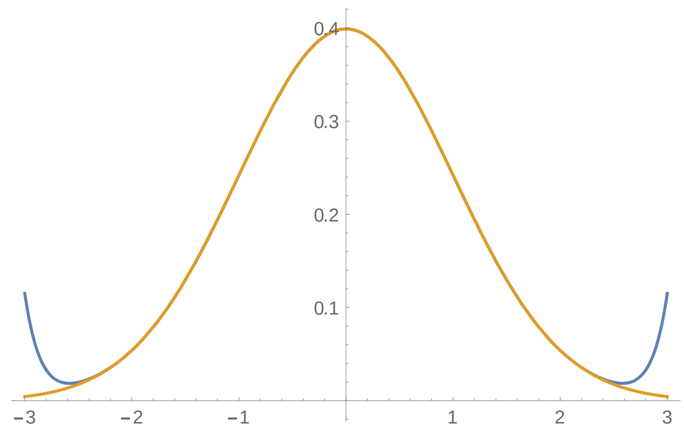


Figura 3:Distribución normal (amarillo) y serie de potencias con 10 términos (azul)

Observando las gráficas se concluye que las máximas diferencias se dan en los valores más alejados de la media que es cero.

Para determinar la cantidad de términos del desarrollo en serie que minimice el error se utilizará la siguiente ecuación:

$$\epsilon = \left| \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx - \int_0^3 \sum_{n=0}^{m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{x^{2n}}{n!}\right) dx \right| \qquad (31)$$

Donde m corresponde a la cantidad de términos del desarrollo en serie y ϵ nos indica el error absoluto entre la probabilidad de que x tome valores entre 0 y 3, calculando con la función de densidad de la distribución normal y su desarrollo en serie.

Observando la tabla 1, que se obtiene al variar el valor de m, se puede ver que para un grado de 15 (m=15) la diferencia absoluta es menor a 10^{-4}, que es la precisión buscada. Por lo que se concluye que el desarrollo debe tener 15 términos como mínimo.

La función de densidad de probabilidad normal en series de potencias se podría aproximar como:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{x^{2n}}{n!}\right) \qquad (32)$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

m	ϵ	m	ϵ	m	ϵ	m	ϵ
1	1.09706	6	0.390603	11	0.0051972	16	$9.87x10^{-6}$
2	1.32651	7	0.200955	12	0.0016941	17	$2.36x10^{-6}$
3	1.27018	8	0.09264	13	0.0005146	18	$5.35x10^{-7}$
4	1.00192	9	0.0390603	14	0.0001464	19	$1.15x10^{-7}$
5	0.671168	10	0.0147777	15	0.0000391	20	$2.37x10^{-8}$

Tabla 1: Valores de cantidad de términos (m) y su correspondiente error absoluto.

A partir de la ecuación (32) podemos determinar la función de distribución de probabilidades acumuladas que es la que se utiliza para calcular las probabilidades en una variable aleatoria normal como:

$$F(x) = 0,5 + \int_0^x \sum_{n=0}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{t^{2n}}{n!}\right) dt \; = 0,5 + \sum_{n=0}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{x^{2n+1}}{n!\,(2n+1)}\right) \qquad (33)$$

Conclusiones

La ecuación (33) permite el cálculo de probabilidades de una variable aleatoria normal a partir de operaciones matemáticas sencillas y obtener una aproximación con una precisión aceptable.

Este tipo de actividades pone en juego distintos conocimientos que el alumno debe integrar para lograr la resolución del problema que se plantea. La búsqueda de actividades que interrelacionen distintas cátedras de la carreta de ingeniería se fundamenta en la necesidad de que el estudiante logre una apropiación holística del conocimiento y supere las asignaturas como conocimientos estancos y separados.

Por otra parte, se espera que los alumnos a partir de este desarrollo tengan presente que los valores de probabilidad que se encuentran en las tablas de la distribución normal provienen de este tipo de cálculos.

Se desea continuar con un desarrollo similar con otras distribuciones de probabilidad como la T de Student y la Chi cuadrado.

Referencias

Walpole, R., Myers, R., Myers, S., Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (9ª ed.). México: Pearson.

Zill, G. (2006). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado (8ª ed.). México: Thomson

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Informe Nº 0: Observaciones y conclusiones de un trabajo práctico de apestamiento en Cálculo I

Report #0: Observations and conclusions from a preparatory assignment in Calculus I

Presentación: 04/04/2024

Alberto Miyara
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura – Universidad Nacional de Rosario
ajmiyara@fceia.unr.edu.ar

Resumen

Se describe una actividad de apestamiento para la competencia de modelización matemática de fenómenos físicos asignada a estudiantes de Cálculo I en una facultad de ingeniería. En ella se presenta la situación de dos personas que se ejercitan, una caminando y la otra corriendo, en un parque. Se pide a los alumnos que, conocida la relación de velocidades entre ambas y un punto en que la que corría pasa a la que caminaba, establezcan cuál será el punto en que la rebase por la vez siguiente. Las respuestas evidenciaron una rica paleta de recursos puesta en juego por los distintos grupos. Pero también quedaron manifiestas una cantidad de insuficiencias que afectaron básicamente a la comunicación de sus procedimientos y resultados, lo cual derivó en recomendaciones que desde la cátedra se bajaron al área ingreso y que también podrían ser aprovechadas en la articulación con el nivel medio.

Palabras clave: modelización matemática, alumnos ingresantes, comunicación de procedimientos y resultados

Abstract

This article describes a preparatory activity for developing the skill of mathematical modeling of physical phenomena assigned to Calculus I students at an engineering school. The activity presents a situation in which a man runs and a woman walks in a park. Given the ratio of speeds between the two, and given a point at which the runner passes the walker, the students are asked to indicate the point at which he will pass her again for the next time. The answers evidenced a rich palette of resources displayed by the different student teams. However, several shortcomings, particularly affecting the student's ability to communicate their procedures and results, surfaced in the experience, which resulted in recommendations forwarded by the teaching team to the Entrance to the University area within the engineering school, and which might also be useful to manage the transition of students between high school and the university.

Keywords: mathematical modeling, first-year students, communication of procedures and results

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

La competencia de modelización de una solución tecnológica debe formar parte de las capacidades de un graduado de ingeniería (Giordano Lerena, 2016). Por ello es esencial que desde las primeras materias de matemática se propongan a los alumnos situaciones que requieran la aplicación de las herramientas que van adquiriendo al planteamiento y resolución de problemas de cariz real.

Desde la asignatura de Cálculo I de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (FCEIA-UNR) hemos intentado adherir a este principio proponiendo a lo largo de la materia trabajos prácticos (llamados informes) que incluyen al menos un problema de modelización. Al comienzo mismo del cursado se les presenta el llamado Informe Nº 0, en el cual no deben aplicar nada nuevo, sino las herramientas que ya dominan o deberían dominar del nivel medio, para resolver una situación sencilla pero desafiante.

El presente trabajo describe una experiencia de ese cariz desarrollada en marzo de 2023 con un curso de unos 90 estudiantes, los cuales fueron agrupados en 16 equipos de hasta 5 alumnos cada uno. Se lo planteó como un trabajo práctico de evaluación formativa —según la definición canónica propuesta por Scriven (1967)— en el cual el único requisito era hacer un intento razonado de resolución para una posterior discusión grupal de manera de poder determinar dónde estaban parados los alumnos en el manejo de las herramientas de su formación matemática previa. Con esto se pretendía —y, a tenor de los resultados, se logró— que los alumnos se sintieran con "libertad para equivocarse", planteando sin temor sus ideas en algunos casos intuitivas y en otros casos matemáticamente fundamentadas para llegar a la solución.

Para lograr que este tipo de trabajo sea motivador, es esencial que la consigna propuesta a los estudiantes reúna determinadas condiciones. En primer lugar debe involucrar alguna de las etapas del proceso de modelización (Vila Ochoa, 2007): formulación del problema, sistematización, matematización, análisis del sistema matemático, interpretación-evaluación o validación. En segundo lugar, debe conectar de algún modo con la realidad (Freudenthal, 1968), plantear situaciones cercanas a las vivencias de los estudiantes e inscribirse en la lógica social de su entorno. Finalmente, debe estar inscrita en la zona de desarrollo próximo de los alumnos (Aguilar y Ramos, 2009); esto es, no debe plantear un desafío que requiera saltos conceptuales inalcanzables para educandos que apenas acaban de acceder a una carrera de ingeniería.

Con estas líneas maestras en mente, se planteó la consigna que se describe a continuación.

Desarrollo

Consigna planteada y análisis previo

La situación planteada en el informe se puede observar en la Figura 1. Como se ve, se trata de un enunciado sencillo, ambientado en un parque situado a dos cuadras de la FCEIA-UNR, en el cual dos personas se ejercitan en un circuito cerrado, una corriendo y la otra caminando, ambas en el mismo sentido. Se conoce la relación entre *rapideces* (*no* velocidades; la rapidez es el módulo del vector velocidad) y un punto en que el corredor pasa a la caminante; la consigna es, entonces, determinar en qué punto se cruzarán nuevamente por vez siguiente.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El profesor Omar Yribaleta, de la Facultad de Ciencias Extrañas, Inútiles y Absurdas, es conocido por correr diariamente en el Parque Urquiza. La profesora Valeria Zbitt, de la misma unidad académica, también se ejercita en ese espacio verde, pero en lugar de correr camina. Omar se desplaza 1,8 veces más rápido que Valeria, y ambos recorren en sentido antihorario el circuito integrado por segmentos de línea recta mostrado en la figura, de unos 3359 pies (1,02 km) de longitud, dando numerosas vueltas.

Si Omar pasa a Valeria en el punto rojo indicado en la figura, indique en qué punto estarán la siguiente vez que la vuelva a pasar.

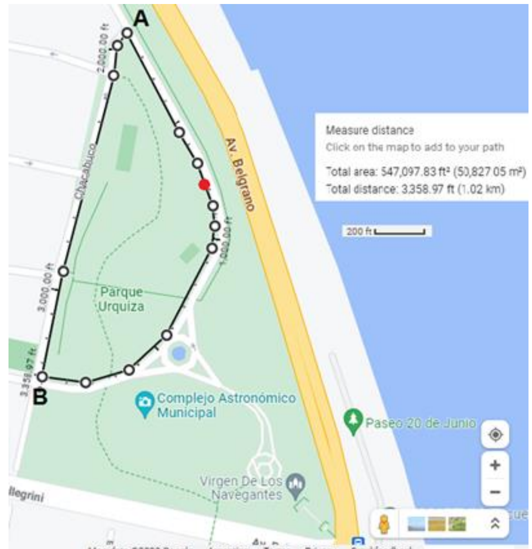


Figura 1. Enunciado del problema planteado a los estudiantes.

En un análisis previo, se puede pronosticar que la mayor dificultad que plantea este problema es la de cómo hacer intervenir el carácter cíclico del movimiento, ya que si bien es un movimiento uniforme (rapidez constante) debido al carácter irregular del circuito no puede ser resuelto por alguna ecuación física estandarizada.

Dificultades detectadas

En contra de lo que podría esperarse, pocos grupos (7 de 16) se sintieron compelidos a ilustrar sus razonamientos con un dibujo, lo cual entorpeció la interpretación de sus resoluciones por parte de los docentes.

Similarmente, solamente 8 grupos identificaron inequívocamente sus variables. En algunos casos usaban una variable, pero sin darle un nombre; en otros casos usaban un mismo nombre para diferentes magnitudes (velocidades, distancias, tiempos); en todavía otros casos usaban un nombre de variable pero sin especificar qué significaba. En el ejemplo de la izquierda de la Figura 2, introducen una variable y que no es la distancia total recorrida por una persona (que es lo que intuitivamente se asociaría a una variable en este contexto), sino la distancia recorrida por la persona más lenta luego de que termina su 1ª vuelta, lo cual nunca es aclarado. En el ejemplo de la derecha, mezclan símbolos (x) con conceptos coloquiales (“punto rojo”).

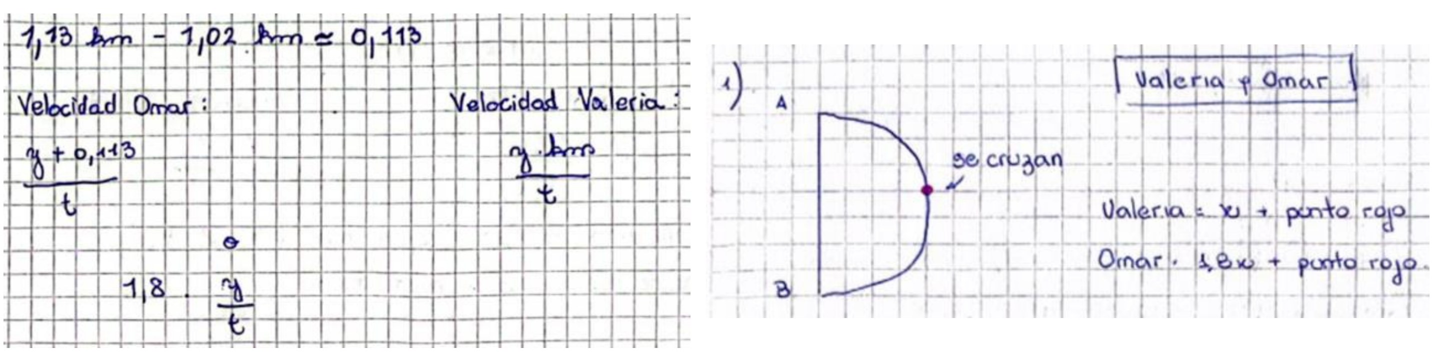


Figura 2. Ejemplos de variables no identificadas (izq.) y de mezcla de símbolos con conceptos coloquiales (der.).

Otro problema surgió de la aplicación errónea de conceptos instilados por vía de repetición en alumnos que no llegaron a dominar su significado, pero los intentan recuperar para la resolución del problema. En la imagen superior de la Figura 3 se observa el intento de aplicar la lógica de puntos vacíos y rellenos, que se usa habitualmente

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

para indicar intervalos abiertos y cerrados, a segmentos que no son subconjuntos de la recta real, y en donde los puntos vacíos y rellenos son una arbitrariedad del dibujo sin significado. En la imagen inferior de la misma figura se observa un intento de resolución de un grupo que plantea el inicio del movimiento de ambas personas en el punto B de la figura, lo cual interpretamos como la superposición de dos conceptos mecánicamente incorporados: (a) que el punto de abajo a la izquierda de cualquier figura es un “origen de coordenadas”; y (b) que todo movimiento parte del origen. Enredado en esa confusión, dicho grupo no pudo llegar a una solución.

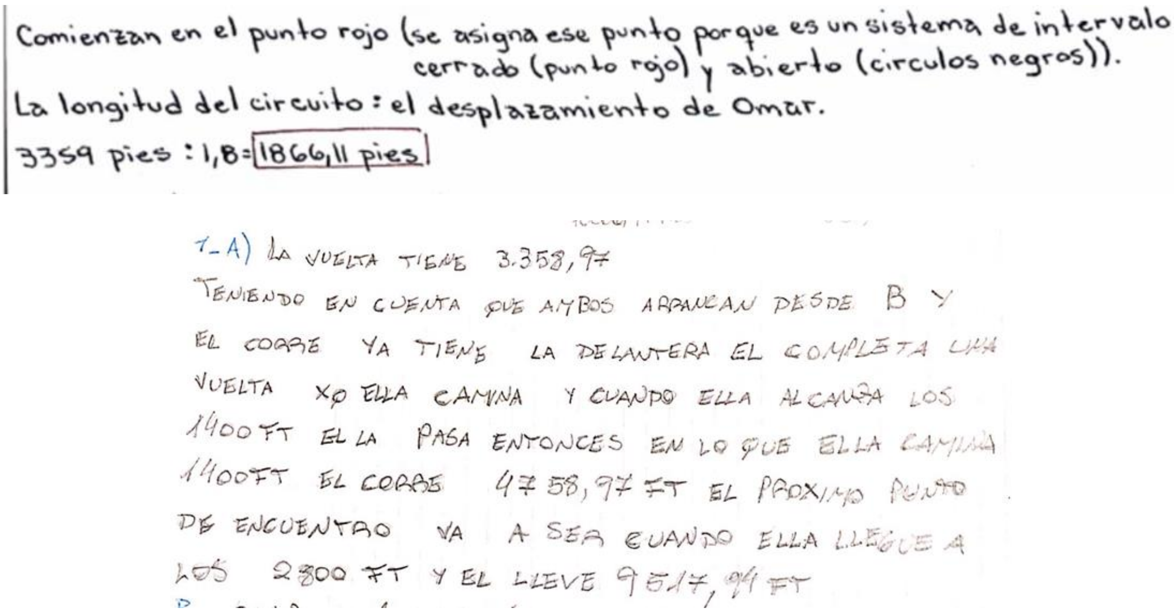


Figura 3. Ejemplos de aplicación mecánica y errónea de conceptos matemáticos ajenos al problema.

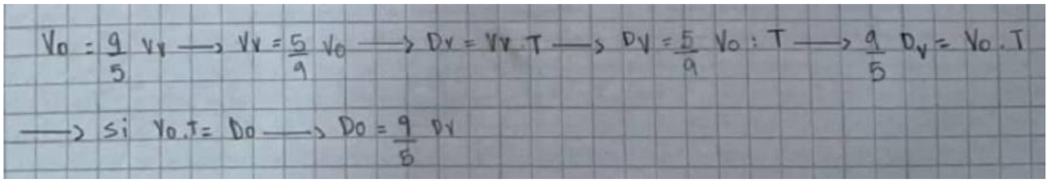
Resoluciones canónicas (por planteo de una ecuación)

La mitad de los grupos resolvieron el problema de la manera esperada, es decir planteando una ecuación. En ella se iguala la distancia recorrida por la caminante (x) con la cubierta por el corredor $(1{,}8x)$ menos una vuelta, dado que si este último la vuelve a encontrar es porque recorrió una vuelta más (Figura 4).

Figura 4. Resolución del problema por planteo de una ecuación.

Como se ve, en este caso el grupo supone, pero no argumenta, que la relación entre distancias es la misma que la que hay entre velocidades. Otro grupo sí se percató de que esto debe ser demostrado, y lo hace (Figura 5).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

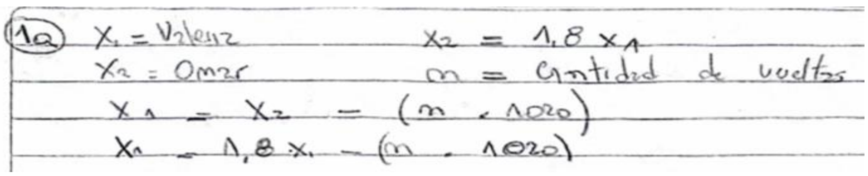


$V_0 = \frac{9}{5} V_V \longrightarrow V_V = \frac{5}{9} V_0 \longrightarrow D_V = V_V . T \longrightarrow D_V = \frac{5}{9} V_0 . T \longrightarrow \frac{9}{5} D_V = V_0 . T$

$\longrightarrow$ si $V_0.T = D_0 \longrightarrow D_0 = \frac{9}{5} D_V$

Figura 5. Argumentación de que las relaciones entre distancias y entre velocidades son las mismas.

Otro grupo planteó una ecuación válida para cualquier vez n-ésima en que se volverán a encontrar, y luego obtuvo el valor para $n = 1$ (Figura 6).



1a) $X_1 = V$aleria $\quad X_2 = 1,8\, X_1$

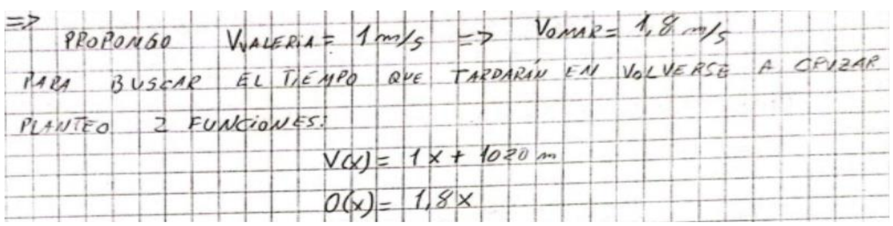
$X_2 = O$mar $\quad m =$ Cantidad de vueltas

$X_1 = X_2 - (m . 1020)$

$X_1 = 1,8\, X_1 - (m . 1020)$

Figura 6. Solución general para la vez n-ésima en que el corredor vuelva a pasar a la caminante.

Finalmente, otros grupos supusieron valores para las velocidades. Llegaron al resultado, pero sin demostrar su generalidad; es decir, su validez para cualesquiera velocidades que respetaran la relación del enunciado (Figura 7).



=> PROPONGO $V_{VALERIA} = 1\, m/s$ => $V_{OMAR} = 1,8\, m/s$

PARA BUSCAR EL TIEMPO QUE TARDARÁN EN VOLVERSE A CRUZAR

PLANTEO 2 FUNCIONES:

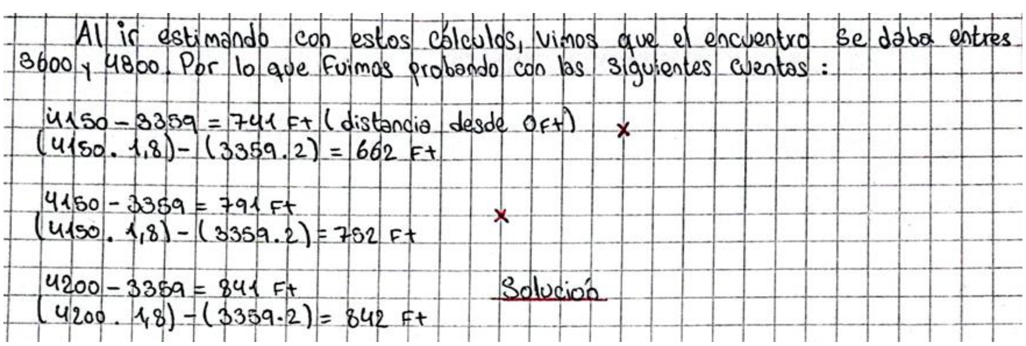
$V(x) = 1x + 1020\, m$

$O(x) = 1,8x$

Figura 7. Solución basada en asignar valores arbitrarios a las velocidades.

Resoluciones por prueba y error

Tres grupos resolvieron el problema por prueba y error. Suponían una distancia recorrida por la caminante, la multiplicaban por 1,8 y obtenían la cubierta por el corredor (Figura 8).



Al ir estimando con estos cálculos, vimos que el encuentro se daba entre 3600 y 4800. Por lo que fuimos probando con las siguientes cuentas:

4100 − 3359 = 741 Ft (distancia desde 0 Ft) ✗
(4100 . 1,8) − (3359 . 2) = 662 Ft

4150 − 3359 = 791 Ft ✗
(4150 . 1,8) − (3359 . 2) = 752 Ft

4200 − 3359 = 841 Ft Solución
(4200 . 1,8) − (3359 . 2) = 842 Ft

Figura 8. Resolución del problema por prueba y error.

Cada vez que uno de ellos superaba un número entero de vueltas, restaban a su distancia ese número de veces la longitud del circuito. De esa manera obtenían no la distancia total recorrida, sino la distancia a la cual estaban del

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

punto de encuentro inicial dentro del circuito. Cuando esa distancia coincidía aproximadamente para ambos, ese era considerado el punto de encuentro.

Resoluciones por inteligencia artificial

Dos grupos resolvieron el problema formulándoselo a una aplicación de inteligencia artificial (IA). Como se ve en la imagen de arriba de la Figura 9, uno de los grupos formuló una pregunta correcta, aunque con errores tipográficos y de distracción que la IA entendió. Sorprendentemente, la IA no dio una resolución numérica, sino una expresada en términos de la velocidad de la caminante y el tiempo de encuentro. Los estudiantes pidieron entonces un ejemplo concreto, que la IA proporcionó suponiendo valores para las velocidades, calculando el tiempo de encuentro y multiplicándolos para obtener la distancia recorrida. Los estudiantes comprendieron, pero no demostraron, que este resultado era generalizable para cualesquiera velocidades que respetaran la proporción del enunciado. Tampoco explotaron al máximo a la IA pidiéndole que ella les brindara dicha demostración.

El otro grupo que apeló a IA entendió que el resultado sería el mismo con un circuito irregular que con una circunferencia, y formuló la pregunta acordemente. Sin embargo, usó el impreciso término “se cruzan” (Figura 9, abajo), sin aclarar que iban en el mismo sentido. La IA interpretó sentidos opuestos y la respuesta fue incorrecta.

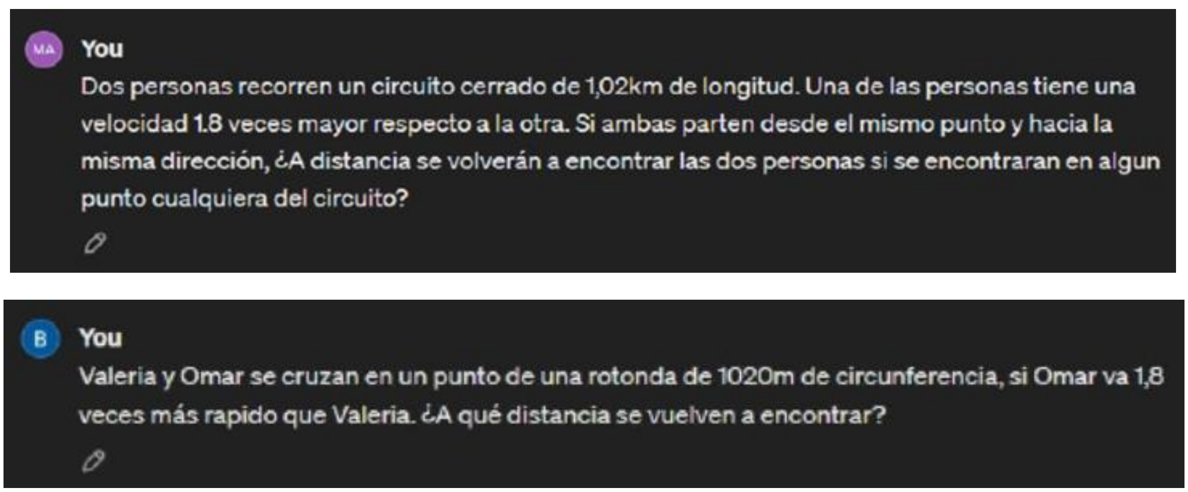


Figura 9. Resolución del problema por IA formulando una pregunta correcta (arriba) e incorrecta (abajo).

Resolución por GeoGebra

Un grupo resolvió el problema usando dos deslizadores de GeoGebra (Figura 10). El deslizador rojo representaba a la caminante y el verde al corredor, y los configuraron de manera que las velocidades de los deslizadores estuvieran en la relación indicada por el enunciado, y que cada cursor volviera al principio luego de alcanzar el fondo de escala, con lo cual lograron introducir el carácter cíclico del movimiento. Activaron los cursores simultáneamente y detuvieron el proceso cuando volvieron a coincidir.

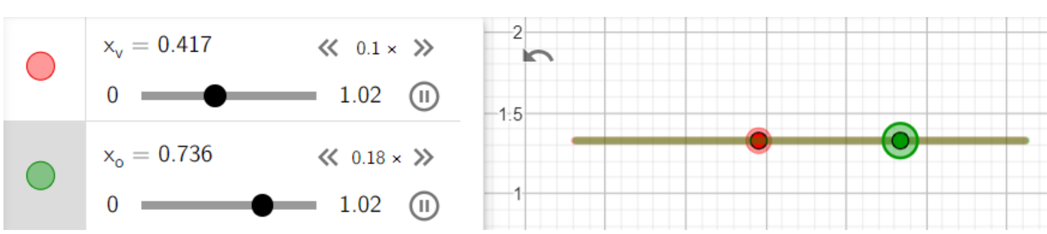


Figura 10. Resolución del problema por GeoGebra

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Los estudiantes tuvieron en cuenta que les convenía utilizar velocidades de deslizador relativamente bajas para poder apreciar mejor el momento en que los cursores se cruzan, y también para que el proceso fuera más lento y por lo tanto no incidiera tanto la pequeña diferencia de tiempo que se incorpora cuando ambos cursores son puestos en marcha en rápida sucesión en la pantalla táctil. Debido a que la identificación del momento de encuentro involucró estimaciones visuales que comportan una cierta incerteza, el resultado que obtuvo este grupo difirió en un 5% del que se obtenía resolviendo una ecuación.

Conclusiones

La actividad que se propuso a los estudiantes reveló una saludable actitud de priorizar la obtención de una respuesta al enigma planteado, por más que los medios puestos en juego no fueran matemáticamente elegantes. Los distintos grupos comprendieron que no hay nada de intrínsecamente incorrecto en usar métodos numéricos (prueba y error) o apelar a tecnología (IA, GeoGebra) para resolver un problema cuando no se es capaz de llegar a una modelización algebraica rigurosa. Sin embargo, la experiencia también puso en evidencia dificultades bastante generalizadas a la hora de expresar y justificar procedimientos y resultados, por lo que se trasladaron al área Ingreso de la Facultad las siguientes recomendaciones para los cursos introductorios:

- se debe incorporar un mayor número de problemas de carácter modelizatorio, en los cuales no se sirva a los alumnos una ecuación para resolver, sino que se les presente una situación en que ellos mismos deben identificar la ecuación que los modeliza (y de paso resolverla);
- se debe trabajar con mayor profundidad la competencia de comunicación de procedimientos y resultados, de manera de propender a que el discurso matemático de los estudiantes sea claro e inequívoco;
- se debe adiestrar a los estudiantes en el aprovechamiento de la inteligencia artificial, entrenándolos en la capacidad de trasladar a las distintas aplicaciones de IA enunciados que requieran una cuidadosa reformulación (por ejemplo a la hora de describir dibujos que la aplicación no admite como parte de una consulta sin pagar una funcionalidad prémium), así como la de explotar la IA al máximo de sus posibilidades.

De esa manera se espera que los estudiantes lleguen a la crítica asignatura de Cálculo I imbuidos de la capacidad de trasladar un problema “del texto a la ecuación”, y de la de expresar claramente su línea de razonamiento, tanto para comunicar resultados como para solicitar y obtener ayuda cuando lleguen a un punto muerto.

Referencias

Aguilar, A.; Ramos, R. (2009). “La zona de desarrollo próximo en el aprendizaje del método de descomposición LU, como actividad en el aula de clases”. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 971-978). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Freudenthal H. (1968). “How to Teach Mathematics so as to Be Useful”, *Educational Studies in Mathematics,* Vol. 1, 1/2, pp. 3-8.

Giordano Lerena, R. (Compilador) (2016). *Competencias y perfil del Ingeniero Iberoamericano, formación de profesores y desarrollo tecnológico e innovación*. Bogotá: ASIBEI, p. 27.

Scriven, M. (1967). “The methodology of evaluation”. En: Tyler, R. W.; Gagné, R.M.; Scriven, M. (Eds.) (1967). *Perspectives of curriculum evaluation*. Chicago, IL: Rand McNally, Vol. 1, pp. 39-83.

Villa-Ochoa, J. A. (2007). “La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo”, *TecnoLógicas*, 19, pp. 63-86.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Actividades interdisciplinarias en la enseñanza de Matemática para el desarrollo de competencias

Interdisciplinary activities in mathematics teaching for competence development

Presentación: 05/04/2024

Eduardo Gago
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario – Argentina
eagago@gmail.com

Caren Brstilo
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario – Argentina
brstilocaren@gmail.com

Vanina Amaya
Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Rosario – Argentina
va_amaya@hotmail.com

Carolina Pozzebon
Universidad Nacional del Comahue – Facultad de Ingeniería – Argentina
cgpozzebon@gmail.com

Resumen

La utilización de la tecnología informática en la enseñanza de Matemática ha cambiado los modos y las estrategias de aprendizaje; el concepto de modelo matemático se ha ampliado y comprende la representación de procesos mediante entornos virtuales. En el presente trabajo se relata el diseño de actividades de aprendizaje para el desarrollo de competencias que se han llevado a cabo en algunas asignaturas del área Matemática de la UTN FRRo. Dichas actividades se desarrollan en el Laboratorio Informático y Multidisciplinar de Ciencias Básicas con la utilización de recursos informáticos. El desarrollo de los contenidos contempla el aspecto interdisciplinario e integrador que debe darse como puente hacia las aplicaciones de matemática, articulando con problemas sencillos de Ingeniería y la utilización de las tecnologías en la enseñanza.

Palabras clave: Interdisciplina, modelos matemáticos, visualización, competencias.

Abstract

The use of computer technology in the teaching of mathematics has changed the ways and strategies of learning; the concept of mathematical modelling has expanded to include the representation of processes through virtual environments. This paper describes the design of learning activities for the development of competences that have been carried out in some subjects in the area of Mathematics at UTN FRRo. These activities are carried out in the

Basic Sciences Multidisciplinary Computer Laboratory with the use of computer resources. The development of the contents contemplates the interdisciplinary and integrating aspect that must be given as a bridge towards mathematical applications, articulating with simple engineering problems and the use of technologies in teaching.

Keywords: Interdiscipline, mathematical modelling, visualisation, competences.

Introducción

Los procesos de enseñanza aprendizaje en Educación Superior son permeables no sólo a los requerimientos que demanda la sociedad, sino también a una amplia gama de herramientas digitales que se pueden utilizar en beneficio de la ingeniería y la matemática. Actualmente, en las carreras de Ingeniería se plantea una concepción humana del profesional que se quiere formar, entendiendo que es un sujeto que orienta su actuación mediante una formación con independencia, ética, creatividad y responsabilidad. “Además de la adquisición de conocimientos, se pretende una formación integral del alumno que incluya no solo el desarrollo y evaluación de diferentes tipos de competencias, sino que se apuesta a algo más, que es la educación en valores. Aunque el conocimiento matemático y los procesos son prerrequisitos necesarios para alcanzar la competencia matemática, no son suficientes” (Niss, 2003).

La educación universitaria se encuentra abocada a la revisión y análisis de sus procesos mediante la articulación del plan de la carrera para alcanzar las competencias profesionales requeridas, la selección de contenidos y actividades acordes a dichas competencias; como así también las políticas y gestión que deben acompañar la evaluación y construcción curricular.

“Con estas ideas que, de acuerdo a lo expresado en el Nuevo Diseño Curricular, tienen como objetivo: mejorar la formación de los futuros ingenieros para favorecer su capacidad de actualización continua frente a una tecnología rápidamente cambiante, de la que depende cada vez más, el bienestar material de la sociedad” (Rectorado, 2008), se realizan cambios en la metodología de enseñanza en de algunas asignaturas del Ciclo Básico y se comienza a capacitar docentes en el desarrollo de competencias.

Es posible resaltar un conjunto de contenidos mínimos indispensables, para la formación básica del ingeniero que vienen siendo trabajadas en las asignaturas de Matemática en la búsqueda de integrar las disciplinas dentro de la carrera, lo que implica por parte de los docentes el conocimiento de los programas de enseñanza de las demás materias paralelas, no solo las del Tronco Integrador, sino de materias básicas y de la especialidad, a fin de organizar prácticas coordinadas o de coordinar los problemas básicos con las situaciones problemáticas que se desarrollan en asignaturas del Ciclo Superior.

Contexto institucional y académico

En los cursos de primer año de las carreras de Ingeniería son diversas las cuestiones que obstaculizan el proceso enseñanza aprendizaje, entre ellas la insuficiente formación básica con la que los alumnos ingresan a la universidad por lo que se hace imprescindible formular modelos sencillos que conduzcan hacia la adquisición de nuevas formas de pensamiento y razonamiento, y sean disparadores de situaciones motivadoras.

En el presente trabajo se describe el diseño de una serie de actividades propuestas para las asignaturas del área Matemática en la Facultad Regional Rosario (FRRo) de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN), donde se pretende que los alumnos integren conocimientos en su formación básica para adquirir competencias genéricas. Se

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

proponen situaciones mediante las cuales se induce a desarrollar un procedimiento analítico para relacionar los conceptos teóricos y potenciar las competencias que puedan desarrollar los estudiantes.

La pretensión es salir del status quo vigente en la clase desterrando la modalidad de clase magistral, y una práctica aislada como si fueran compartimentos estancos. “Por ello es importante hacer énfasis en que el hecho de que esta propuesta defienda la transposición del modelo a la planificación y puesta en práctica de la enseñanza de las ciencias no implica que creamos que los alumnos deban pensar como científicos o que se deban convertir en científicos” (Justi, 2006).

Las actividades que se describen en el presente trabajo se desarrollan en el Laboratorio Informático y Multidisciplinar de Matemática disponible en el ámbito de la FRRo, donde la mediación entre el contenido de la asignatura y las aplicaciones concretas de modelos ingenieriles sencillos son el eje para desarrollar los temas propuestos.

El Laboratorio Informático y Multidisciplinar de Ciencias Básicas

La clase que se describe se desarrolla en el Laboratorio Informático y Multidisciplinar de Matemática de la UTN FRRo, donde se realizan actividades que brindan apoyo a las cátedras del área Matemática para cumplimentar los aspectos del cálculo numérico, simbólico y gráfico de las asignaturas del área. El equipo docente está involucrado en la implementación de nuevas estrategias metodológicas para el desarrollo de los contenidos curriculares, generando el material didáctico necesario para la realización de talleres de carácter teórico-práctico tecnológico.

En función de esto, y gracias a la inclusión de los continuos avances en informática, hemos implementado la utilización de nuevas metodologías pedagógicas y diversas estrategias didácticas, apuntando al trabajo interdisciplinario que se considera necesario en el área de la Ingeniería y que debe abordarse desde las Matemáticas. “Porque todos los ángulos, dimensiones, perspectivas de cualquier cuestión, problema, idea o concepto pueden ser contemplados desde diferentes áreas disciplinares y presentados de manera inmediata a través de los enlaces hipertextuales y buscadores” (García Aretio, 2009).

Metodología

El aprendizaje basado en el desarrollo de situaciones ingenieriles, aunque sean ideales y sencillas, constituyen una metodología de enseñanza que permite a los alumnos adquirir los conocimientos y capacidades básicas claves (competencias) mediante la elaboración de proyectos que dan respuesta a problemas de la especialidad.

El diseño preliminar del tema teórico que se quiere desarrollar en los primeros años de la carrera se implementa mediante una serie de actividades donde los alumnos trabajan en la mayor parte de la clase (no en toda la clase) en forma independiente y son artífices de su propio aprendizaje por lo que desarrollan autonomía y responsabilidad. “Entender cómo el estudiante es capaz de almacenar, procesar y utilizar los conocimientos didácticos que se le presentan, en el nuevo modelo de enseñanza de las ciencias que está aprendiendo” (García Rovira y Angulo Delgado, 2003).

Si bien los docentes son los encargados de planificar y estructurar el trabajo en la clase, la labor de ellos en la enseñanza se circunscribe a ser una guía en el proceso enseñanza aprendizaje y de brindar contención a lo largo de la experiencia. “Es importante que se distinga, en el contexto escolar, los modelos curriculares de los modelos para la enseñanza. Estos últimos son representaciones creadas con el objetivo específico de ayudar a los alumnos a aprender algún aspecto de un modelo curricular” (Justi, 2006).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

"Por otra parte, la resistencia al cambio de un concepto por otro, hace pensar a los docentes que los alumnos se encuentran con algo más que simples conceptos: posiblemente, desde el punto de vista psicológico, estos conceptos se representaban en la memoria del sujeto formando unidades coherentes más complejas, en las que los conceptos están relacionados según los contextos que les dan significación" (Gutiérrez, 2004).

Además, la disponibilidad generalizada de las nuevas tecnologías interactivas de la información y la comunicación abren una inmensa cantidad de posibilidades que se concretan con el desarrollo de nuevos modelos de enseñanza aprendizaje y dado que el trabajo de análisis ingenieril se asienta en un sistema y comunicación mediada por ordenador se considera importante generar un espacio en el que se produzca un conjunto de actividades, intercambios y relaciones comunicativas como el eje fundamental del proceso educativo.

Las actividades que se diseñan en este trabajo incorporan estrategias de enseñanza aplicadas a sistemas físicos que involucran, dentro de un enfoque sistémico de la enseñanza, nuevos esquemas de pensamiento. Las estrategias están diseñadas para desarrollar habilidades en los estudiantes tendientes a lograr un estilo de aprendizaje activo que favorece la capacidad para enfrentar situaciones complejas, que requieren descubrir soluciones, dar retroalimentación y definir los posibles comportamientos ante diferentes escenarios.

Objetivos

Se pretende con las experiencias convertir la clase en un aula taller donde el alumno experimente un aprendizaje generado por técnicas de interacción entre el docente como sujeto pasivo y el alumno como un sujeto activo del conocimiento. Un enfoque cognitivo de la psicología del aprendizaje, en el cual es esencial el papel de la interacción social y de la reflexión de carácter metacognitivo ayuda a entender cómo el profesor consigue dominar los conocimientos científicos y ser capaz de transformarlos para poder enseñarlos (García Rovira y Angulo Delgado, 2003).

La utilización de una herramienta de cálculo simbólico apoyado con el uso recursos informáticos conectan la Matemática y los modelos reales sencillos, y desarrollan una enseñanza basada en competencias al contribuir al desarrollo de las capacidades básicas de los alumnos. Los modelos son instrumentos que adoptan formas distintas y tienen muchas funciones diferentes. Como instrumentos son independientes de la cosa sobre la que operan; sin embargo, se relacionan con ella de alguna forma (Justi, 2006).

Desarrollo de la experiencia

En este apartado se presentan cuatro actividades propuestas a los alumnos y que fueron diseñadas por el equipo docente de las asignaturas: Análisis Matemático I, Álgebra y Geometría Analítica y Cálculo Avanzado en el marco del proceso de enseñanza basado en un enfoque basado en competencias. La clase tiene una estructura de tipo teórico-práctica-tecnológica, con el objetivo de integrar los conocimientos e iniciar a los alumnos en un proceso significativo y autogestionado del aprendizaje. Los modelos presentados involucran un análisis de las situaciones previstas con el apoyo de los recursos computacionales y apelando a la visualización.

Las clases se desarrollan en el Laboratorio Informático y Multidisciplinar de Ciencias Básicas, donde se trabaja con comisiones de alumnos distribuidos en grupos, de forma que no superen los tres integrantes, y para llegar a cabo la tarea prevista se les presenta a los alumnos actividades con aplicaciones sencillas de la ingeniería.

PRIMERA ACTIVIDAD: Se solicita diseñar y calcular el volumen de un conducto de descarga de granos oleaginosos que tenga la forma de un poliedro de seis caras (hexaedro), y tales que los vértices que forman los lados

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

no paralelos son puntos en el espacio de coordenadas: $A(0{,}0{,}0)$; $B(0,-4{,}0)$; $C\ (4{,}0{,}0)$ y $D(-2{,}2{,}6)$ formando el paralelepípedo de la Fig. 1 (Kozak et. al., 2007).

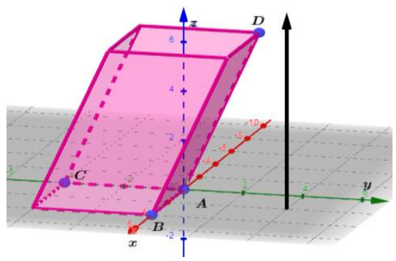


Fig. 1 Diseño del conducto de descarga.

Se orienta el trabajo de los alumnos, con el siguiente cuestionario: 1º) ¿Cómo realiza una gráfica del sistema en estudio? 2º) ¿Cómo calcula el volumen del conducto de descarga? 3º) ¿Qué relación tiene el área de la base con los vectores que la conforman? 4º) ¿Cómo la calcula? 5º) ¿Qué entiende por altura del sólido? 6º) ¿Cómo la determina? 7º) ¿Qué relación tienen los vectores que componen los lados?

SEGUNDA ACTIVIDAD: La trayectoria aérea de un cable de suministro eléctrico que alimenta una pequeña localidad sigue un recorrido rectilíneo cuyo modelo se establece mediante la ecuación simétrica de la recta r:

$$\frac{x-4}{-10}=\frac{y+3}{21}=\frac{z}{6} \tag{1}$$

A partir de la trayectoria del cable representado por las ecuaciones de r, se quieren determinar tres planos que contengan a la trayectoria del cable, a fin de conocer la zona donde el campo eléctrico va irradiar su energía, y tales que esos campos sean paralelos a tres rutas de camino que coincidan con los ejes Ox, Oy y Oz.

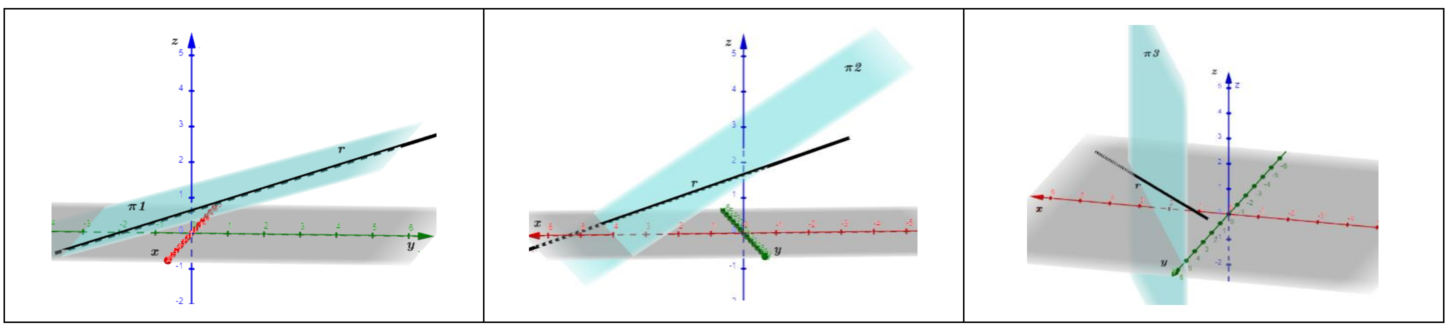


Fig. 2. Trayectoria del cable y espectro de los campos eléctricos.

Para que los alumnos realicen esta actividad es necesario que ellos puedan graficar la situación y visualizar en el espacio cada uno de los elementos que integran el sistema (Kozak et. al., 2007).

TERCERA ACTIVIDAD: A un tanque que contiene agua en movimiento se le practica un orificio circular de $5\ cm.$ de diámetro en la base del recipiente. Si el fluido que sale del depósito se mueve en régimen laminar, analizar la variación instantánea de cambio que existe entre el caudal de salida y la altura de líquido en el interior del recipiente, cuando la altura del agua en el interior del tanque es $0{,}5\ m.$ y en el intervalo $[0;\ 3{,}5]\ m$. Siendo: x altura del agua en el interior del tanque; $g=9.81\ m\,.seg^{-2}$ aceleración gravitatoria; A área de la sección transversal del orificio de salida del agua; y q: caudal (Ogata, 2010). Sabiendo además que el modelo que rige el caudal de salida de agua para este caso es:

$$q=A\sqrt{2gx} \tag{2}$$

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

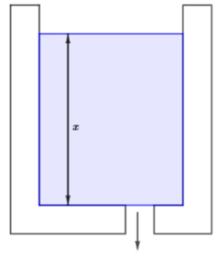


Fig. 3. Prototipo del tanque.

Se orienta el trabajo del alumno con las siguientes consignas: 1º) Realiza la gráfica de la función caudal f, para el entorno de alturas entre $0{,}05$ y $3{,}50\ m.$ 2º) Grafica distintas rectas que pasen por el punto $P(0{,}5; f(0{,}5))$. 3º) Grafica la recta tangente a la función caudal para el valor de la altura de agua $0{,}5\ m$. 4º) Halla la expresión de la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en P. 5º) Obtiene las correspondiente ordenadas de f y la recta tangente en P para el intervalo $[0{,}5; 3{,}5]$. 6º) Destaca sobre la gráfica de la curva f y sobre la recta 20 puntos para el mismo entorno de alturas referidas en (2). 7º) Construye una tabla donde se muestren las ordenadas de la recta tangente, las imágenes de la curva caudal y la diferencia entre ambas, para un entorno de la variable independiente de acuerdo a los valores obtenidos en (6º). 8º) Grafica los resultados obtenidos en (5º) (Larson y Edwards, 2016).

CUARTA ACTIVIDAD: Se propone a los estudiantes analizar el sistema mecánico que considera una versión muy simplificada de un sistema de suspensión de la rueda de un vehículo. Este sistema está representado en la Fig. 4.

El sistema incluye un resorte y un amortiguador. El resorte tendrá una rigidez propia del material con el que fue diseñado y esto determina la constante del resorte k. El amortiguador es quien ejerce la fricción en el sistema de suspensión y suaviza en mayor o menor medida los vaivenes del resorte. Esta capacidad de contrarrestar el movimiento del resorte está caracterizada por la constante de amortiguamiento b (Ogata, 2010). El modelo que rige el comportamiento del sistema es el que se expresa en la Ecuación (3).

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + ky = F(t) \tag{3}$$

Siendo, m: masa del sistema y F: fuerza restauradora.

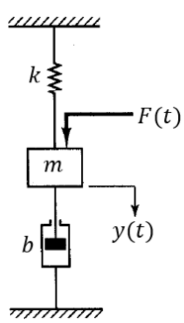


Fig. 4. Sistema mecánico

Las condiciones iniciales para el modelo propuesto son: la elongación inicial es $y(0) = 0$; y la velocidad de salida inicial también es cero, o sea $y'(0) = 0$. Se propone a los alumnos encontrar una expresión que determine la función elongación en función del tiempo para este caso, siendo que el prototipo a escala del sistema de suspensión considera los siguientes datos: $m = 2\ kg$; $k = 2\ N/m$, $b = 5N\ s/m$ y $F = 10N$.

Para ayudar a los estudiantes a organizar su trabajo, se sugieren las siguientes preguntas orientadoras: 1º) ¿Cuál es el sistema de ecuaciones diferenciales equivalente a la Ecuación (3) que representa el modelo propuesto? 2º) ¿Cuáles son los valores propios y los vectores propios asociados al sistema de ecuaciones diferenciales? 3º) ¿Cuál es la matriz fundamental asociada al sistema y cuál es su respectiva inversa? 4º) ¿Cuál es la ecuación que determina la elongación en función del tiempo para los datos indicados? 5º) ¿Cuál es la gráfica del modelo? 6º) ¿Qué características se pueden presentar en este modelo?

La fuerza externa F es el elemento en la entrada para el sistema, y el desplazamiento y de la elongación es la salida. El desplazamiento y se mide a partir de la posición de equilibrio en ausencia de una fuerza externa. Este sistema tiene una única entrada y una sola salida.

Conclusiones

Relacionar los contenidos de la planificación con problemas de aplicación de tinte ingenieril redunda en despertar el interés de los estudiantes. La motivación juega un papel fundamental para logar que el proceso enseñanza aprendizaje sea funcional y significativo. Para la formación de los futuros ingenieros y otros profesionales de la rama de la ingeniería, es atractivo utilizar modelos de situaciones reales y diferentes métodos que brinda la matemática, ya que estos recursos son los que deben ofrecer las soluciones adecuadas a los distintos modelos planteados para poder alcanzar el pensamiento abstracto.

El uso de herramientas informáticas permite al estudiante explorar, inferir, formular hipótesis, justificar, poner a prueba sus argumentos y de esta forma construir su propio conocimiento de manera independiente de la intervención del profesor. Estas herramientas además, posibilitan que el profesor se concentre en estimular y orientar el aprendizaje, pero este nuevo rol exige una mayor actividad del profesor, pues es necesaria una constante creatividad en el planteo de las situaciones que se presentan en las clases.

Para construir las bases cognitivas y actitudinales de un profesional, es necesario incentivar la dedicación a la investigación desde el primer nivel de la carrera. Para abordar los cambios metodológicos teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se hace necesario que las universidades se adecuen al avance y a la generación de nuevos conocimientos a través de nuevas propuestas en las actividades desarrolladas en clase.

Referencias

Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. In *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, The National Council on Education and the Disciplines, pp. 215-220.

Universidad Tecnológica Nacional – Rectorado. (2008). *Nuevo Diseño Curricular para las Carreras de Ingeniería*, Buenos Aires, Argentina. https://www.utn.edu.ar/es/secretaria-cs/cs-normativa

Justi, R. (2006). La enseñanza de ciencias basada en la elaboración de modelos. *Revista Enseñanza de las Ciencias*.

García Aretio, L. (2009) *¿Por qué va ganando la educación a distancia?* UNED. España.

García Rovira, P.; Angulo Delgado, F. (2003). Un modelo didáctico para la Formación Inicial del Profesorado de Ciencias. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, vol. 17, Nº. 1, Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Gutiérrez, R. (2004). La modelación y los procesos de enseñanza aprendizaje. Fundación Castroverde. Madrid.

Kozak, A., Pastorelli, S., Vardanega, P. (2007) *Nociones de geometría analítica y álgebra lineal*, McGrawHill, México.

Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson Education, México.

Larson, R., Edwards, B. (2016). *Cálculo I*, Cengage Learning, México.

Zill, D. (2009). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. Cengage Learning, México.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Aplicación de ecuaciones diferenciales para el cálculo de deformaciones en vigas y plateas, en la asignatura Análisis Matemático III

Application of differential equations for the calculation of deformations in beams and plates, in the subject Mathematical Analysis III

Presentación: 05/04/2042

Milena M. Balbi
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, Resistencia, Chaco.
milenabalbi@gmail.com

Jirina C. Timer
Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, Resistencia, Chaco.
tirner@ing.unne.edu.ar

Miguel O. Oliveira
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, Resistencia, Chaco.
ingmigueloliveira@gmail.co

Juan P. Parvanoff
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, Resistencia, Chaco.
juanparvanoff@gmail.com

Resumen

El objetivo de este trabajo es exponer las actividades llevadas a cabo por el equipo de investigación que integra un proyecto acreditado, que aspira a promover el enfoque por competencias propiciando espacios de construcción colectiva e interdisciplinaria de la enseñanza de la matemática en ingeniería.

En ese contexto, se proponen recursos didácticos, para motivar a los estudiantes, mostrándoles cómo y en qué situaciones aplican las matemáticas los ingenieros a lo largo de la vida profesional, y no solo en un contexto puramente académico.

En este trabajo, se exponen algunas de las propuestas que se desarrollaron a partir del análisis de los programas, y entrevistas a docentes de distintas asignaturas, empleando aplicaciones de las ecuaciones diferenciales que se desarrollan en las asignaturas del ciclo básico, y que son ampliamente utilizadas en las correspondientes al ciclo superior.

Palabras clave: ecuaciones diferenciales, aplicaciones, deformaciones, vigas, plateas.

Abstract

The objective of this work is to present the activities carried out by the research team that makes up an accredited project, which aims to promote the competency-based approach by promoting spaces for collective and interdisciplinary construction of the teaching of mathematics in engineering.

In this context, teaching resources are proposed to motivate students, showing them how and in what situations engineers apply mathematics throughout their professional lives, and not only in a purely academic context.

In this work, some of the proposals that were developed from the analysis of the programs and interviews with teachers of different subjects are presented, using applications of differential equations that are developed in the subjects of the basic cycle, and that are widely used. . in those corresponding to the higher cycle.

Keywords: Differential equations, applications, deformations, beams, plates.

Introducción

Es común escuchar a los docentes de las asignaturas tecnológicas de las carreras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste, manifestar que los estudiantes no acreditan o no recuerdan los saberes previos de matemáticas, necesarios para sus materias. Por otro lado, los docentes de las asignaturas matemáticas señalan que los estudiantes expresan su interés por conocer cuáles son las aplicaciones concretas de los temas desarrollados.

Para reducir la deserción que se observa entre los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), y mejorar el rendimiento académico (Mahave et al., 2008: 3-7)., se están implementando algunos cambios de carácter pedagógico desde el año 2000.

Desde el proyecto de investigación PI 19 D004: Aplicaciones ingenieriles de los temas matemáticos del ciclo básico de las carreras de ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste en contexto regional, acreditado por la Secretaría General de Ciencia y Técnica de la UNNE, se estableció un espacio para generar acciones conjuntas con el propósito de motivar la permanencia de los estudiantes y mejorar sus competencias matemáticas, pensando en ofrecer alternativas que permitan contextualizar los saberes, promoviendo un aprendizaje significativo y situado, mediante distintas herramientas, estrategias y actividades que se van diseñando y probando año a año.

Diaz Barriga (2003), afirma que “si se logra el aprendizaje significativo, se trasciende de repetición memorística de contenidos inconexos y se logra construir significado, dar sentido a lo aprendido, y entender su ámbito de aplicación y relevancia en situaciones y cotidianas”

Es en este contexto, que se proponen diferentes recursos didácticos con el objetivo de motivar a los estudiantes a apreciar la importancia de la matemática en ingeniería, mostrándoles las aplicaciones que de ellos hacen los ingenieros, a lo largo de la vida profesional, y no solo en un contexto académico.

Desarrollo

Uno de los objetivos del proyecto, es el de identificar en qué asignaturas del ciclo superior se presentan situaciones problemáticas que puedan ser abordadas en el ciclo básico y de esta manera, poder diseñar, desde la Matemática, propuestas para lograr el vínculo entre las materias de ambos ciclos. Se busca construir un puente entre las asignaturas que emplean las matemáticas y aquellas que las enseñan en nuestra facultad.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Según el plan de trabajos del proyecto de investigación mencionado, fue necesario tomar conocimiento de los temas desarrollados en las asignaturas del ciclo superior que emplean conceptos de matemáticas, para lo cual se analizaron los programas académicos de las mismas.

Se decidió comenzar por las correspondientes a la carrera de ingeniería civil, a la que pertenece una de las co autoras del presente trabajo. Y a partir del estudio minucioso de los programas, se pautaron entrevistas a los docentes a cargo de las materias.

Como resultado de las entrevistas, se puso en evidencia que uno de los ejes temáticos a abordar, estaba relacionado con las Ecuaciones diferenciales. Se definió entonces, trabajar con la Ecuación diferencial de la línea elástica (1), definida en Unidad 8, de la Cátedra Estabilidad II (de 2do año de ingeniería civil) y que también se aplica para analizar el comportamiento de una platea en la asignatura Fundaciones (de 4to año de la misma carrera).

En el contexto del análisis de deformaciones en vigas y plateas, el aprendizaje situado implicaría proporcionar a los estudiantes ejemplos concretos de estructuras reales o situaciones de diseño donde las ecuaciones diferenciales son necesarias para comprender y resolver problemas específicos. Hendricks (2001), afirma que "los educandos deberían aprender en el mismo tipo de actividades que enfrentan los expertos en diferentes campos del conocimiento".

En este sentido, es importante mencionar que las ecuaciones diferenciales juegan un papel fundamental en el estudio de las deformaciones en vigas y plateas, ya que permiten modelar matemáticamente el comportamiento de estas estructuras bajo cargas.

La ecuación diferencial básica que gobierna la flexión de una viga es la ecuación diferencial de Euler-Bernoulli (1), que relaciona la curvatura de la viga con el momento flector y la rigidez del material. Esta ecuación es una ecuación diferencial de segundo orden y su solución proporciona información sobre las deformaciones y desplazamientos de la viga en función de la posición a lo largo de su longitud, como se observa en la figura 1 (Apunte: Cátedra Estabilidad I).

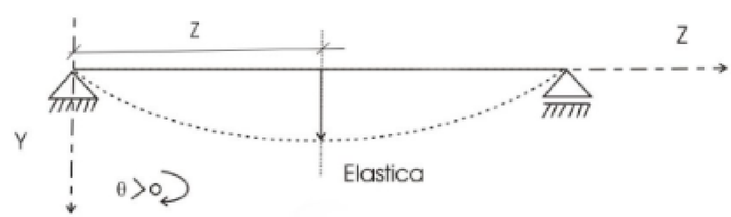


Figura 1: Deformada de una viga simplemente apoyada.

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{-M_z}{E.I} \qquad (1)$$

donde:

Mz = Momento flector.

E= módulo de elasticidad del material.

I= momento de inercia de la sección de la viga.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Se pensaron diferentes estrategias y recursos para abordar el tema, tratando de acercar a los estudiantes a tomar contacto con cuestiones inherentes a la tarea del ingeniero civil, en su vida profesional.

Actualmente, es común que los alumnos observen videos para la comprensión de los temas que les resultan complejos, por esto se pensó en el desarrollo de un video de pocos minutos de duración, que sería visualizado por los estudiantes, en una clase presencial.

Teniendo en cuenta las recomendaciones para producir material audiovisual (Canal Encuentro.,2010), para organizar los contenidos a desarrollar en el video, se trabajó en el guión de este, definiendo cuestiones tales como qué deseábamos contar, y que estaría dirigido a los alumnos de la asignatura Análisis Matemático III (AM III), que cursan en el primer cuatrimestre de segundo año.

Para hacer comprensible un tema que se analiza más adelante en la carrera, fue necesario introducir o revisar algunos conceptos importantes acerca de las estructuras, los elementos que las componen, las solicitaciones y las deformaciones que producen, haciendo hincapié en la importancia de determinar estas últimas, para que el elemento diseñado cumpla con las condiciones técnicas y de seguridad exigidas.

Para responder la pregunta: ¿Cómo vamos a hacerlo?, se consideraron los tres momentos de un material audiovisual: presentación, desarrollo y desenlace, empleando en cada uno de ellos, imágenes, situaciones y lugares fácilmente reconocibles por los estudiantes para ejemplificar los diferentes elementos mencionados y se optó por el recurso de un relator en off, para guiar al observador, a través de los diferentes momentos del video.

Uno de los desafíos representaba la duración del video en sí, ya que, en las charlas con los docentes de la asignatura, se puso de manifiesto el escaso tiempo con el que cuentan para el desarrollo de la totalidad de los contenidos, por lo que se acordó que no podía tener una duración mayor a 5 (cinco) minutos.

La selección de las imágenes a incorporar en el mismo, la edición del video y la grabación de la voz en off, fue realizada por los docentes del proyecto.

Otro aspecto importante de la propuesta era la elección del momento en el cual sería más conveniente mostrar el video. En primera instancia, se decidió proyectarlo antes del dictado de la teoría del tema. Pero no fue posible, debido a cuestiones de programación de la asignatura. Es por esto, que se proyectó antes de la clase práctica, a cargo de uno de los coautores de este trabajo.

Al ser la primera experiencia con este tipo de recursos didácticos, por parte de los integrantes del proyecto, se efectuó una consulta a través de un formulario de Google entregado una vez finalizada la clase y además los links al video y al cuestionario, se subieron al aula virtual de AM III.

Se formularon 2 preguntas sobre el tema del video, con el objetivo de comprobar si habían prestado atención, y si les resultó comprensible, aunque no se profundizaba en el mismo. En el formulario, además, se incorporaron preguntas acerca de la utilidad del video, y otras sobre el interés en participar en el proyecto.

A la pregunta: ¿Te pareció interesante conocer las aplicaciones de las EDO en la Ingeniería?, el 100 % contestó afirmativamente.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El 62,5 % respondieron que les gustaría que el video fuera interactivo, mientras que el 43,8% esperaba más animaciones. Según Silvina Casablancas (2017), "son los alumnos/as los que promueven solicitudes en el rol de los docentes actuales para que incursionen en la enseñanza con tecnologías"

A la consulta sobre sugerencias de nuevos videos, los estudiantes se propusieron diferentes temas para abordar en siguientes propuestas, observando que también están interesados en aplicaciones de ingeniería mecánica y electromecánica.

La respuesta favorable y los resultados observados motivaron a los docentes de la asignatura, a crear más contenido con las mismas características. Estos recursos y la guía de trabajos prácticos resueltos, actualmente se encuentran en el aula virtual que AM III, cuenta en la plataforma Moodle de la Facultad de Ingeniería.

Los estudiantes inscriptos, son matriculados en el aula y son motivados a visualizar el material didáctico. Los docentes especificaron que las evaluaciones de la asignatura están orientadas al empleo de los conceptos estudiados, considerando aplicaciones prácticas en ingeniería.

A la fecha, se han evaluado las aplicaciones de ecuaciones diferenciales en temas vinculados con la formación de los ingenieros y se ha confeccionado una rúbrica como guía para valorar el desempeño de los estudiantes.

Próxima propuesta:

Actualmente, se está trabajando en la elaboración de un recurso didáctico a partir de la aplicación de las EDO en el análisis de las deformaciones de las plateas de fundación. En este caso, se emplea la teoría elástica para estudiar la relación tensión-deformación de la estructura en relación con el suelo sobre el cual apoya, y que se representa a través de un sistema de resortes elásticos (Modelo de Winkler).

El modelo consiste en discretizar la fundación en elementos, cuya cantidad dependerá de la precisión que requiera el análisis.

Estudiando los apuntes de la cátedra Cimentaciones de la UBA, empleados como guía para analizar el comportamiento de las plateas, a partir del análisis de la ec. diferencial de la elástica, derivando y reemplazando, se llega a la expresión (2):

$$E.I\,\frac{d^4y(z)}{dz^4} + ks.b.y(z) = q(z) \tag{2}$$

donde:

E= módulo de elasticidad del hormigón.

I= momento de inercia de la sección de la platea.

ks= coeficiente de balasto (que relaciona la presión con la deformación en el suelo).

b= es el ancho de la platea.

La solución general de la ecuación homogénea (3), q (z)=0, será:

$$y = e^{\beta z}(A.sen\beta z\ +\ B.cos\beta z)\ + e^{-\beta z}(c.sen\beta z\ +\ D.cos\beta z) \tag{3}$$

$$\text{Con: } \beta = \sqrt[4]{\frac{b.ks}{E.I}} \rightarrow \texttt{Factor de amortiguación.} \tag{4}$$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El factor de amortiguación de la expresión (4), nos muestra la relación entre los parámetros del suelo y la sección y material de la platea.

Se pretende mostrar a los estudiantes, cómo se pueden hallar las deformaciones de una platea, encontrando los valores de las constantes A, B, C y D, a partir del análisis de las condiciones de borde.

Para este tema, se pensó en elaborar un video interactivo, en el cual los estudiantes seleccionen las distintas alternativas de configuración de cargas y apoyos, para hallar las constantes.

Actualmente el grupo de investigación está desarrollando el guión, para trabajar con expertos en edición de videos, con el fin de producir el nuevo material audiovisual.

Conclusiones

La aplicación de ecuaciones diferenciales en Análisis Matemático III, para el cálculo de deformaciones en vigas y plateas, es muy importante, ya que resulta fundamental para que los estudiantes puedan apreciar el empleo de este tema, que permite entender y predecir el comportamiento de estructuras bajo carga, tanto en ingeniería civil, como mecánica y otras disciplinas relacionadas con el diseño y análisis estructural.

Esta primera propuesta de trabajo en conjunto, entre docentes de diferentes niveles y disciplinas, resultó muy enriquecedora y positiva, alentando a seguir generando propuestas, en función de los problemas detectados por los investigadores del proyecto, y atendiendo a las opiniones efectuadas por los alumnos.

El proyecto de investigación nos interpela a revisar nuestras prácticas docentes, nuestras estrategias y a observar nuestro rol como docentes, proponiendo un estilo pedagógico diferente.

En este sentido, para ayudar a nuestros estudiantes a comprender mejor los contenidos desarrollados, no basta con dominar los temas en cuestión, saber exponerlo y después evaluarlo, también debemos estar en condiciones de motivarlos y acercarlos a ellos.

Es necesario tender puentes, entre los docentes, los alumnos y también las cuestiones relacionadas con la práctica profesional, sin duda empleando las tecnologías de la información y la comunicación.

El espacio generado por el proyecto propició la comunicación entre docentes de los distintos ciclos de la carrera de ingeniería, la reflexión sobre las prácticas docentes y los conceptos que se trabajan en clase, intentando mejorar la propuesta de enseñanza y aprendizaje, mediante actividades de aplicación en contexto real y cercano.

Referencias

Canal Encuentro. (2010). Apuntes de Película – El Guión. Ministerio de Educación. Presidencia de la Nación Argentina. [Archivo de Vídeo]. Recuperado de https:/youtu.be/f-58QLfWQDE

Casablancas, S. (2017). “No es malo perder el rumbo: Reconfiguraciones del rol docente en el contexto digital”. En H. Sevilla, F. Tarasow y M. Lunam (coordinadores). *Educar en la era digital. Docencia, tecnología y aprendizaje*. (17-30). Editorial Pandora, Guadalajara, Jalisco, México.

Cátedra Estabilidad II. “Capítulo 8: Deformaciones en la flexión”. *Apuntes de la Cátedra Estabilidad II.* Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional del Nordeste.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Cátedra Cimentaciones. “Fundaciones rígidas y flexibles”. *Apuntes de la Cátedra Cimentaciones - Geotecnia Aplicada*. FIUBA.

Diaz Barriga Arceo, F. (2003). “Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo”. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, Vol 5, No 2, Universidad Autónoma de Baja California, México, 105-117.

Hendricks, Ch. (2001). “Teaching causal reasoning through cognitive apprenticeship: What are results from situated learning?” *The Journal of Educational Researc*h, 94, 302-311.

Mahave, A.; Parisi, M.; Ojeda, N.; Arriola, E.; Cruz de Mena, N.; Giraudo, M.; Balbi, M., Kosteski, L.(2008). “Decrecimiento de la población estudiantil durante el primer año de la carrera de ingeniería. Relevamiento correspondiente a los diez últimos años”. *Revista del Instituto de Matemática*. N° 7, pp. 3-7.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desarrollo de competencias genéricas mediante técnicas grupales de resolución de problemas en Álgebra y Geometría Analítica

Development of generic competencies through group problem-solving techniques in Algebra and Analytical Geometry

Presentación: 05/04/2024

Natalia Cuello
Departamento Materias Básicas, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina
nataliaquimica@gmail.com

Florencia Muratore
Departamento Materias Básicas, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina
florenciamuratorel@gmail.com

Maria Colussi Artusso
Departamento Materias Básicas, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina
marianelaycolussi@gmail.com

Agostina Córdoba
Departamento Materias Básicas, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional y Departamento de Química Industrial y Aplicada, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba. Argentina
agostina.cordoba@unc.edu.ar

Resumen

En este trabajo, se presentan los resultados de estrategias centradas en el estudiante para fomentar y evaluar competencias clave, como la resolución de problemas de ingeniería y la comunicación efectiva, en estudiantes de primer año de ingeniería. La actividad propuesta incluyó la resolución grupal de un problema elaborado mediante una consigna que simula un escenario de ingeniería. Esta actividad, integrada en la unidad "Sistemas de Ecuaciones Lineales" (SEL) de Álgebra y Geometría Analítica, involucró a 113 estudiantes de diversas especialidades, quienes mostraron receptividad y entusiasmo al trabajar en equipo. Se considera que esta práctica establece una conexión entre los contenidos académicos y la vida profesional futura, motivando a los estudiantes y promoviendo la colaboración. Estas estrategias, que incluyen la resolución de problemas, el trabajo en equipo y la comunicación efectiva, potencian la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos en situaciones reales, beneficiando así su formación como futuros ingenieros.

Palabras clave: Álgebra y Geometría Analítica, Sistema de ecuaciones lineales, estrategia centrada en el estudiante, competencias genéricas.

Abstract

This paper presents the results of student-centered strategies to foster and assess key competencies, such as engineering problem-solving and effective communication, in first-year engineering students. The proposed activity included group resolution of a problem formulated through a prompt simulating an engineering scenario. This activity, integrated into the "Systems of Linear Equations" (SLE) unit of Algebra and Analytical Geometry, involved 113 students from various specialties, who demonstrated receptiveness and enthusiasm while working in teams. It is considered that this practice establishes a connection between academic content and future professional life, motivating students and promoting collaboration. These strategies, which include problem-solving, teamwork, and effective communication, enhance the understanding and application of mathematical concepts in real situations, thus benefiting their development as future engineers.

Keywords: Algebra and Analytical Geometry, System of Linear Equations, Student-Centered Strategy, Generic Competencies

Introducción

En el ámbito de la educación matemática en las carreras de ingeniería, resulta crucial desarrollar estrategias innovadoras que promuevan un aprendizaje activo y significativo en los estudiantes. Esto implica no solo impartir conocimientos, sino también fomentar habilidades de pensamiento crítico, creativo y autónomo, esenciales para el futuro desempeño profesional. En esta línea, el enfoque del Aprendizaje Centrado en el Estudiante (ACE) en contraste con el tradicional centrado en el profesor, requiere una acción más significativa y decisiva por parte del docente para facilitar el aprendizaje del estudiante y garantizar una evaluación efectiva (Cukierman, 2018). Con este enfoque se busca fomentar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos y su aplicación en contextos reales de la ingeniería mediante la propuesta de técnicas grupales de resolución de problemas. Rodríguez et al. plantean que los problemas sirven como medio, objeto y método en la enseñanza de la matemática (Rodriguez y col. 2009). No obstante, es imprescindible diseñar los problemas de manera que motoricen en los estudiantes la necesidad de resolverlos, favoreciendo el aprendizaje activo de los contenidos que permitan encontrar la solución. El enfoque de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) emerge como una poderosa herramienta para promover un aprendizaje activo y significativo. Al enfrentar al estudiante a problemas en situaciones reales relacionadas con la materia de estudio y la profesión, el ABP permite que se identifiquen con las situaciones problemáticas y se comprometan más profundamente con su resolución. Además, al ser el estudiante el protagonista de los procesos de aprendizaje, el ABP fomenta el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo, así como la autonomía y la responsabilidad (Schultz y col. 2004). El empleo de problemas asociados a la vida profesional permite a su vez desarrollar habilidades de modelación, es decir poner en práctica el uso del lenguaje riguroso de la matemática para describir objetos o situaciones reales y analizar su comportamiento (Rodriguez et al. 2009).

Por su parte, las técnicas grupales promueven el trabajo colaborativo, que potencia el aprendizaje mediante la interacción entre pares y la construcción colectiva del conocimiento. A través del trabajo en equipo, los estudiantes tienen la oportunidad, además de promover la autoevaluación, de compartir ideas, resolver problemas de manera conjunta y desarrollar habilidades de comunicación asertiva. Esta colaboración no solo fortalece el proceso de aprendizaje, sino que también prepara a los estudiantes para el trabajo en equipo, una competencia indispensable en el ámbito profesional de la ingeniería.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Tomando las categorías de Raichman y col. podemos mencionar como escenarios de aprendizaje involucrados en el presente estudio al aula teórico-práctica y el aula taller (Raichman et al., 2018). En estos escenarios se llevaron a cabo las diferentes actividades que conformaron la propuesta de enseñanza y aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL). La primera actividad consistió en resolver, en equipo, dos problemas sencillos de complejidad creciente mediante la aplicación de conceptos adquiridos en la escuela secundaria para abordar los SEL. El objetivo de esta actividad fue familiarizar a los estudiantes con el contenido académico que se impartiría, generando así una interrelación dialéctica con las clases teóricas y prácticas en las que se desarrollarían los conceptos de la unidad curricular, comprometiendo la teoría con la resolución de problemas. Resultados de esa experiencia se reportan en Córdoba y col. 2023.

Luego del abordaje de los contenidos de la unidad, el equipo propuso a los estudiantes realizar una actividad grupal mediante la cual deben resolver un problema de mayor complejidad para promover la transformación de los saberes adquiridos en recursos. La resolución de la actividad contempla lectura comprensiva, realización de esquemas, diferenciación de ideas principales de secundarias, desarrollo matemático, interpretación de resultados, elaboración de informes, entre otras habilidades. Estas tareas requieren el empleo de estrategias básicas para la comprensión, que incluyen atención, procesamiento y organización de la información; promoviendo así, el pensamiento crítico y creativo y el aprendizaje autónomo.

Descripción de la metodología y discusión de resultados

Se propuso a los estudiantes trabajar en grupos de tres integrantes para resolver una situación problemática compleja. La actividad se llevó a cabo en 6 cursos de ingeniería de UTN-FRC de diferentes especialidades (Civil, Industrial, Metalúrgica y Sistemas) alcanzando a 113 estudiantes. Las competencias genéricas seleccionadas para su fortalecimiento fueron: CG.1.: Identificación, formulación y resolución de problemas de ingeniería y CG.7.: Fundamentos para una comunicación efectiva (CONFEDI, 2018). En el diseño de las estrategias propuestas para el desarrollo de las competencias seleccionadas, resulta primordial considerar las características inherentes a la asignatura y a los estudiantes. En este contexto particular, se debe tener presente que el curso de Álgebra y Geometría Analítica se imparte durante el primer año de estudios de ingeniería. Por ende, es importante la elección de problemas que guarden pertinencia con la profesión de ingeniería, evitando la excesiva especificidad en términos de especialización, con el fin de asegurar participación activa de todos los estudiantes.

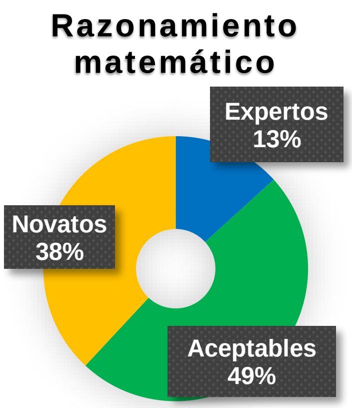
La asignatura se compone de 10 unidades curriculares y emplea un modelo pedagógico que incluye la interacción en dos entornos de aprendizaje: aulas teórico-prácticas y aulas virtuales. Para integrar el escenario de aula taller y el aprendizaje basado en problemas, se propusieron dos actividades grupales. Este trabajo se enfoca en la segunda actividad propuesta, ya que la primera ha sido previamente publicada y discutida (Córdoba et al., 2023). El equipo de docentes seleccionó la unidad curricular SEL debido a su importancia central para todas las especialidades y su esencial papel en la comprensión de las unidades posteriores. Por consiguiente, la actividad propuesta se enmarcó en el proceso de enseñanza de dicha unidad. El problema diseñado para esta actividad grupal se basa en la producción de la minera Yamana Gold, ubicada en Chile. Los datos necesarios para resolver el problema se encuentran disponibles públicamente en una plataforma web de la empresa.

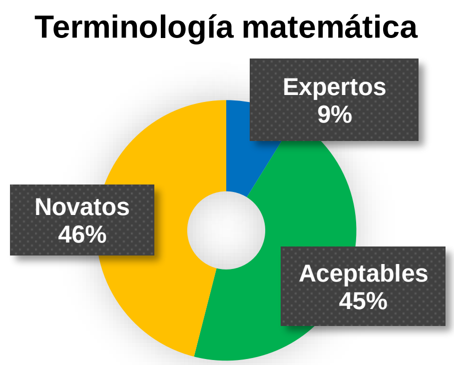
La realización de la actividad se efectuó al finalizar las clases destinadas a la unidad curricular. Cada grupo se conformó con los mismos integrantes que participaron en la primera actividad diagnóstica (Córdoba et al., 2023). Tras la lectura de la consigna del problema, los estudiantes procedieron a la lectura de una nota informativa destinada a obtener los datos necesarios para resolver el enunciado. Esta dinámica exigió que los grupos se organizaran y, de manera colaborativa, identificaran las ideas principales y secundarias del texto, así como

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

interpretaran qué datos resultaban pertinentes y cuáles podían obviarse. Al culminar la resolución del problema, se solicitó a los estudiantes la entrega de un informe manuscrito con los resultados obtenidos. Durante el desarrollo de la actividad, los docentes adoptaron un papel orientador, procurando no interferir en las decisiones grupales y fomentando el uso de recursos en línea para la búsqueda de información adicional, así como el empleo de calculadoras virtuales.

Se seleccionó una rúbrica de doble entrada como instrumento de evaluación de competencias desarrolladas, la cual fue distribuida con la consigna de la actividad. La misma constaba de cuatro criterios (razonamiento matemático, organización, ortografía y redacción y terminología matemática) con tres niveles (experto, aceptable, novato). Los resultados obtenidos se presentan a continuación:





Además de los resultados cuantitativos de la actividad, se evaluó la efectividad de la misma en cuanto a la interpelación a los estudiantes. Se utilizaron métodos cualitativos basados en observaciones de colegas, declaraciones y comentarios de estudiantes. En este sentido el equipo de docentes observó que: La mayoría de los estudiantes mostraron entusiasmo, pero también cierto desconcierto respecto a la actividad, ya que no la comprendían completamente y no sabían cómo abordarla. Se sintieron desafiados y ansiosos por resolver el problema, aunque también algo nerviosos e inquietos. En todos los cursos se percibió motivación por parte de los

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

estudiantes, a excepción de un curso correspondiente a la especialidad de ingeniería industrial, en el cual predominaba la distracción y la falta de entusiasmo.

En cuanto a casos particulares, uno de los estudiantes prefirió trabajar de manera individual, sin unirse a ningún grupo. Este hecho proporcionó un caso adicional para análisis. Además, hubo un estudiante que expresó su desacuerdo al considerar que aún no era "suficientemente ingeniero" como para resolver la situación problemática planteada en la actividad.

Asimismo, esta actividad resultó de gran aprendizaje para el equipo docente, ya que permitió realizar un diagnóstico sobre la incorporación de conceptos de la unidad antes de la toma del parcial, así como la capacidad de los estudiantes para reutilizar los conocimientos en situaciones diferentes a las propuestas durante el desarrollo de las clases teóricas y prácticas. A su vez, se estableció una interacción dialéctica entre los docentes y estudiantes que permitió fomentar en los estudiantes la indagación y a los docentes obtener una visión diferente del comportamiento de los jóvenes. Sumado a esto, las actividades permitieron explorar y ensayar nuevas estrategias y modo de evaluación. En este caso la rúbrica empleó los cuatro criterios arriba mencionados, y tres niveles. En relación a la efectividad de la misma, el equipo docente evaluó que los niveles no fueron suficientes para la gran variedad de matices que se presentaron en la resolución de la actividad por lo que se definió ampliar la cantidad de niveles durante el desarrollo de la actividad en el presente año.

Conclusiones

Se concluye que el enfoque pedagógico centrado en el estudiante, basado en la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y el aprendizaje autónomo, ofrece un marco sólido para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en carreras de ingeniería. Estas estrategias no solo promueven la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, sino que también preparan a los estudiantes para enfrentar los desafíos del mundo profesional con éxito.

Esta actividad en particular demostró ser bien recibida por los estudiantes, promoviendo su motivación y autonomía. A su vez, fue una experiencia totalmente novedosa para los docentes pudiendo obtener mayor conocimiento acerca del nivel de aprendizaje de sus estudiantes antes de una evaluación de acreditación.

A futuro, el equipo de trabajo buscará dirigir los esfuerzos a la incorporación de estrategias de exploración y experimentación en escenarios virtuales para que los estudiantes puedan abordar problemas de SEL aplicados a la geometría analítica. Buscando generar interacciones entre los diferentes contenidos curriculares de la asignatura favoreciendo la integración de los contenidos y el aprendizaje profundo de los mismos.

Referencias

CONFEDI. (Consejo federal de Decanos de Ingeniería, República Argentina). (2018) *Libro Rojo de Confedi Propuestas estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de Ingeniería en la República Argentina*. Rosario.

Córdoba A. Muratore F., Gagliardo G., Colussi N., Cossavella, A. Cuello, N. (2023) “Hacia un modelo de enseñanzas por competencias: técnicas grupales de resolución de problemas en la asignatura Algebra y Geometría Analítica.” Actas del 2° do Congreso de innovación y creatividad en la enseñanza tecnológica UTN. Resistencia, Chaco. 16,17 y 18 de Agosto.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Cukierman U. (2018) *Aprendizaje centrado en el estudiante: un enfoque imprescindible para la educación en ingeniería*, In: Giordano Lerena R., Lozano Moncada C. (eds) Aseguramiento de la Calidad y Mejora de la Educación en Ingeniería: Experiencias en América Latina, ACOFI, Bogotá, 27 – 39.

Raichman, S. y Mirasso, A. (2018) *Modelos pedagógicos para el aprendizaje complejo y la formación en competencias en carreras de Ingeniería.* Ingeniería, vol. 22, núm. 3.

Rodriguez, M.L.; Yordi, I.; Mola Reyes, C.; Sampedro, R.(2009) *Indicaciones para el logro de competencias geométricas con una visión holística del álgebra lineal y la geometría analítica en los estudiantes de arquitectura y de ingeniería de la Universidad de Camagüey.* Revista Iberoamericana de Education, num.49/4.

Schultz N., Christensen H. (2004) *Seven-step problem-based learning in an interaction design course*, European Journal of Engineering Education, 29:4, 533-541.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Estrategias de enseñanza para el desarrollo de la autorregulación evaluativa en competencias matemáticas

Teaching strategies for the development of evaluative self-regulation in mathematical skills

Presentación: 05/04/2024

Dádamo Mónica
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Rosario, Santa Fe, Argentina
mbdadamo@gmail.com

De Federico, Sara
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Rosario, Santa Fe, Argentina
saraedf@gmail.com

Resumen

El desarrollo de competencias en la formación universitaria es un tema central, en carreras de Ingeniería, donde el alumno no sólo debe aprender a resolver problemas, sino también a desempañarse como futuro profesional en un ámbito cada vez más competitivo. Los cambios que se producen en la planificación en las asignaturas que se dictan en la Facultad Regional Rosario persiguen una evaluación basada en un Modelo de Formación por Competencia. Análisis Matemático y Probabilidad y Estadística, utilizando la potencialidad explicativa de cada disciplina para reconstruir sus preconcepciones experimentales partiendo de actividades relevantes, propician el uso de la evaluación como instrumento de regulación de los procesos de aprendizaje con la colaboración personalizada e individual del propio alumno incentivando la reflexión. Se integran e identifican los descriptores que resultaron significativos al generar una complementariedad entre el papel formativo de la evaluación con relación a los procesos educativos en adquisición de logros.

Palabras claves: estrategias, autorregulación, autoevaluación, competencias, matemática.

Abstract

The development of skills in university education is a central issue in Engineering careers, where the student must not only learn to solve problems, but also to function as a future professional in an increasingly competitive field. The changes that occur in the planning of the subjects taught at the Rosario Regional Faculty pursue an evaluation based on a Competency Training Model. Mathematical Analysis and Probability and Statistics of the Department of Basic Subjects, using the explanatory potential of each discipline to reconstruct their experimental preconceptions based on relevant activities, promote the use of evaluation as an instrument for regulating learning processes with personalized collaboration and individual of the student himself, encouraging reflection. The descriptors that were significant in generating a complementarity between the formative role of the evaluation in relation to the educational processes in acquiring the student's learning achievements are integrated and identified.

Keywords: strategies, self-regulation, self-assessment, competencies, mathematics.

Introducción

Los cambios que se producen en la planificación en las asignaturas que se dictan en la Facultad Regional Rosario de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) persigue una evaluación basada en un Modelo de Formación por Competencia, proceso complejo que conlleva los pasos de redactar los Resultados de Aprendizaje, seleccionar la Mediación Pedagógica, establecer los Criterios de Evaluación de los Saberes que constituyan modelos de enseñanza flexible acordes con las transformaciones educativas y tecnológicas del momento. La formación en los primeros años de las carreras de ingenierías demanda, por las características de los estudiantes, atención y mejoras continuas para evitar el desgranamiento. Más aún, considerando las circunstancias actuales en las que nos encontramos desempeñando nuestras actividades con alumnos post pandémicos con el ciclo anterior. La universidad no puede dar por hecho que los estudiantes llegan preparados con las habilidades para afrontar sus retos ya que estos demuestran una limitada capacidad de adaptación cognitiva, metacognitiva, motivacional y emocional (Koivuniemi, M.,et al , 2017:36-55) .

Este estudio proporciona implicancias teóricas y prácticas para docentes en relación con la evaluación formativa e interdisciplinar, la competencia clave es la capacidad de autorregulación para utilizar y comprender las metas de aprendizaje, sus prácticas, los descriptores de evaluación y las prácticas de autoevaluación, evaluación entre pares y corregulación que permitan a los alumnos tener la oportunidad para implicarse. En el desarrollo del trabajo, en la búsqueda de tareas que promuevan la autonomía cognitiva que se puedan llevar a cabo de manera grupal estimulando, así, el aprender a aprender, nos planteamos las siguientes preguntas: ¿Cómo crear espacios para favorecer la autorreflexión y la autovaloración de los logros y dificultades de los alumnos en la realización de cada actividad de estudio?, ¿Cómo promover el diálogo y los análisis grupales que propicien la valoración de sus propios resultados y los de sus compañeros?

Justificación

La falta de desarrollo en las capacidades de autonomía, sumado a las variables propias del estudiante y las propias de la institución derivadas de la transición a la universidad, provocan un contexto complejo al que los estudiantes deben adaptarse para tener éxito. Así, la universidad no puede dar por hecho que los estudiantes llegan preparados con las habilidades para afrontar sus retos ya que estos demuestran una limitada capacidad de adaptación cognitiva, metacognitiva, motivacional y emocional (Perrenoud, P. 2004:82). Se considera a la evaluación como instrumento de regulación de los procesos de aprendizaje con la colaboración personalizada e individual del propio alumno. Por lo tanto, resulta prioritario involucrar al alumno en el cumplimiento de los objetivos y estrategias para alcanzar los mismos. Se propone una forma de evaluación formativa y continua, además de sumativa, en las planificaciones. Esto supone un modelo basado en la valoración de las capacidades iniciales (evaluación inicial) y las capacidades logradas a fines de informar al alumno sobre el punto en que se encuentra en el proceso de su propio aprendizaje, cómo aprende, qué actividades le resultan más difíciles, fáciles o útiles, qué problemas tiene, por qué (evaluación formativa); así como la valoración de en qué punto se encuentra respecto al currículo o a las expectativas del profesor en ciertos momentos de su aprendizaje, esto es, la valoración del producto (evaluación sumativa). La autonomía está relacionada con su competencia para

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

autorregular su aprendizaje, definida como la capacidad de establecer objetivos propios y ejecutar acciones cognitivas, afectivas y conductuales para progresar en el camino de alcanzar estas metas(Zimmerman, B. J,et al, 2011: 33-48). Para contribuir con una mayor apropiación de las habilidades y al aumento de las expectativas de logro por parte de los observadores es importante enseñar estrategias de autorregulación en todos los niveles de educación. Cuando los alumnos pueden observar a otros trabajando en equipo y pueden discutir sobre las ventajas del trabajo en grupo, se desarrolla en ellos una motivación intrínseca que bien aprovechada por el docente puede originar muy buenos resultados académicos y sociales. Como ejemplo, podemos tomar el caso de los alumnos más atrasados, los cuales se beneficiarían de aprender a partir del modelamiento de pares. Se plantea una retroalimentación positiva donde todos los estudiantes se ven favorecidos. Podemos inferir que el modelamiento es una herramienta eficaz para observadores y para el modelo en sí.

Desarrollo: Autorregulación del aprendizaje y la aplicación de la autoevaluación de competencias cognitivas matemáticas y de modelado.

Para lograr la autorregulación, existen dos instancias importantes que se incluyen en el dictado de las clases. Se inicia durante el dictado teórico de la asignatura instando a los alumnos a crear situaciones problemáticas fuera de la práctica curricular. Estas situaciones problemáticas comienzan con un grado muy leve de complejidad, El docente incita a la obtención de una aplicación del tema que se está dando a situaciones problemáticas reales de nuestro entorno, allí los alumnos van comprendiendo en forma autocrítica el nivel de conocimiento que han adquirido del tema. Los más preparados pueden comenzar con situaciones en donde no interesa llegar a la solución final, sino a un análisis de las variables involucradas, los conceptos que aplicarían para poder obtener una solución, y luego las posibles complejidades que podrían incorporarse. La autorregulación, aunque no forma parte de las notas finales de evaluación cognitiva, influye mucho en la evaluación cualitativa, a través de descriptores que apuntan al fortalecimiento de los conocimientos principales del tema en forma implícita por un auto seguimiento del mismo alumno durante estas charlas sobre problemas que no están escritos en ninguna guía (Dádamo et al, 2023: 5623-5632). (Dádamo et al, 2023: 5623-5632). El docente a su vez va haciendo una evaluación personalizada de cada uno de los alumnos que participan, aumentando la cercanía en el proceso de aprendizaje que tiene cada uno. Si un alumno no participa, se le explica que está perdiendo la oportunidad de aprender no solo los temas sino a reforzar su aprendizaje en forma consciente y a autoevaluar su propio nivel de conocimientos adquiridos antes de las evaluaciones formales. A continuación, se muestran en el Cuadro 1 los descriptores más importantes de autorregulación de aprendizaje, que permiten la autoevaluación de las competencias a lo largo del año académico:

1: Uso de conceptos adquiridos en entornos de práctica académica
2: Uso de conceptos adquiridos en entornos de práctica extracurricular (problemas reales para prácticas autoevaluadas sin impacto numérico)
3: Modelización matemática de problemas ingenieriles, detección de variables, parámetros y recorridos de procedimientos para la obtención de un resultado
4: Conocimiento exacto de la correlación cognitiva dentro de los temas de la asignatura
5: Creación de situaciones roblemáticas para práctica conjunta y autorregulada con los compañeros
6: Capacidad de evaluación de las situaciones problemáticas y prácticas autorreguladas con los compañeros
7: Capacidad de comunicación y de expresión de sus conocimientos a otras personas, transmisión y presentación de trabajos.
8: Desenvolvimiento en grupos, participación, responsabilidad, honestidad.

Cuadro 1: Descriptores de autorregulación y autoevaluación.

Estos descriptores se refieren exclusivamente a competencias de autorregulación y autoevaluación, pueden ser puntuados o no, lo importante es que los alumnos sean conscientes de ellos y puedan auto llenarlos en cada clase. Otros descriptores adicionales, que refuerzan la autorregulación y autoevaluación son los relacionados además con la formación del alumno como futuro profesional en la era de alta tecnología, referentes de las competencias de trabajo colaborativo, remoto, on line (Rushby, 2013: 56-58), (Zwolenski, and Weatherill, 2020). Su relación con la autorregulación y autoevaluación del alumno es intrínseca al proceso madurativo del mismo

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

como adulto responsable, respetuoso de la normativa y reglas que lo rodean en su ámbito laboral. Los descriptores se describen el Cuadro 2, son los siguientes:

9: Capacidad de trabajo dinámico y en conjunto con otras personas que no necesariamente sean conocidos para cumplir un objetivo común.
10: Uso efectivo de tecnología in the cloud respetando las buenas prácticas de trabajo.
11: Capacidad de trabajo en on line, directo e irrestricto, respetando la normativa y regulaciones dictaminadas por autoridad superior.
12: Capacidad de aceptación de la jerarquía de posiciones y tareas encomendadas en grupos de trabajo, otorgadas por el leader del grupo.

Cuadro 2: Descriptores de trabajo colaborativo, remoto, on line.

Se explicará a continuación cómo se implementó en las diferentes asignaturas, la segunda instancia, la cual implica un repensar del alumno.

Desarrollo. Ejemplo I: Secuencia no lineal: Modelo de Aprendizaje en Análisis Matemático I.

El desarrollo de competencias en la formación universitaria es un tema central. Para alcanzar la capacidad de autorregulación de los aprendizajes en los alumnos de primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información, se propensa la utilización de diseños curriculares que la fomenten. Por ello, basadas en el marco del enfoque por competencias y centrado en el estudiante, se desarrolla un modelo operativo de trabajo que implica una serie de pasos concatenados. Esto conlleva un cambio de lógica. A partir de los resultados de aprendizaje, atravesando los contenidos, se logra construir la mediación pedagógica, seleccionando el sistema de evaluación más pertinente, siempre en la búsqueda coherente entre los tres pilares del modelo conceptual (Tabla1). Todo ello, permite una mirada global para verificar el alineamiento constructivo en un proceso cíclico modificando todo aquello que sea necesario.

Resultados de Aprendizaje	Mediación Pedagógica	Metodología y Estrategias de Evaluación
Relacionar los conceptos del Cálculo Diferencial y Cálculo Integral, con la finalidad de interpretar resultados/ procedimientos/ complejidades de problemas de aplicación a la ingeniería, hallar analogías y contraejemplos, a través de modelos mediados por tecnología.	*Clase magistral participativa, con mediación tecnológica. *Resolución de actividades grupales, mediadas por tecnología y participación docente. *Aula invertida: Tema: Actividad exploratoria sobre problemas de aplicación que relacionen el cálculo Diferencial e Integral.	*Cuestionarios de autoevaluación, mediante actividades de resolución teórico prácticas de múltiple choice (extra áulica) y revisado durante la clase presencial con la exposición de estudiantes, así se evidencia los logros y dificultades de los participantes. *Evaluación entre pares del modelo presentado por los estudiantes(aula invertida siguiendo los descriptores) *Tercer evaluación parcial, teórico práctica, individual, obligatoria para los alumnos que estén situación de aprobación directa. **Criterios de Evaluación:** *Aplica correctamente las propiedades de las integrales definidas e indefinidas * Utiliza adecuadamente los teoremas para el cálculo de integrales definidas e integrales impropias. * Desarrolla las producciones escritas u orales con argumentos válidos y aceptables , (Evaluación formativa/ sumativa)

Tabla 1. Pilares del modelo competencial

La elaboración y aplicación del instrumento de evaluación, que permite registrar la información de la autoevaluación y coevaluación de los estudiantes y provocar en ellos la reflexión. Es un proceso en el cual el docente debe guiarlos proactivamente de manera de alcanzar que el estudiante se involucre con su propio proceso de evaluación. Todo ello conlleva que se pueda generar una verdadera información de retroalimentación mediante la explicación de los saberes para reconstruir sus preconcepciones experimentales. Todo lo antes mencionado, se implementó con los estudiantes de primer año. En primer lugar, se dictó un taller que consistió en 3 módulos donde se puso énfasis en el aprendizaje del tema Cálculo Integral, articulando con elementos de la física, química, probabilidad y estadística (experimento de Joule, comportamiento de los sistemas físicos macro y microscópicos) (Dádamo et al, 2021: 5858-5868), (Dádamo et al, 2023: 5623-5632). A continuación, los alumnos debieron preparar un tema relacionado con Cálculo integral, el

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

cual expusieron frente a sus compañeros, implementando en dicha oportunidad, el modelo de aula invertida. Se buscó que los estudiantes logren aprehender conceptos abstractos y forjar la motivación intrínseca. Con esta propuesta didáctica, se hizo hincapié en la perspectiva compleja y competencial. Los estudiantes lograron aprehender los conceptos abstractos con actividades significativas y motivacionales, sin descuidar la rigurosidad de la fundamentación teórica.

Desarrollo. Ejemplo II: Uso de estructuras de práctica de alta complejidad interpretativa para la aplicación de la autoevaluación de competencias cognitivas en Probabilidad y Estadística ISI.

La segunda instancia que se implementa dentro del dictado de la asignatura es la creación de prácticas de complejidad elevada en la interpretación de un problema. Este tipo de complejidad no se refiere al uso saturado de conceptos o acumulación de fórmulas, sino que viene dada por una escueta descripción de la situación y el índice nulo de palabras clave, ayuda o detalles. Siendo una explicación mundana, con palabras sencillas y sin exceso de datos, el alumno debe analizar frase por frase y *pensar* (Das, 2012: 1). Pensar cuál es la variable involucrada, cuál es la incógnita que se está tratando de resolver, cuál es el concepto teórico involucrado, cuáles de todos los números son datos y a qué parte del problema pertenecen. Un caso importante es el que se practica con alumnos de tercer año de ISI, donde la aplicación de las competencias de autorregulación de aprendizaje para la autoevaluación es fundamental, ya que el seguimiento de los conceptos va anidándose y estructurándose en forma espiralada alrededor del tema principal de la asignatura que es el Análisis de Datos. Si el alumno no tiene un pensamiento de "*anidamiento*" o "*entrelazado en red*" de los conceptos teóricos, no puede llegar a comprender el objetivo principal de la asignatura. Como ejemplo, se describe un pequeño enunciado que lleva a los alumnos a una infinidad de preguntas para analizar el escenario que se está planteando, en donde ni siquiera se aborda el problema exacto que se trata de averiguar:

"En una empresa cada día se registra si ingresa alguna queja a través del sitio online. Históricamente el 20% de los días ingresa alguna queja. Se quiere analizar la cantidad de días en una semana (7 días) en los que ingresan quejas, y también el tiempo que transcurre entre la entrada de una queja y la siguiente."

De esta situación descripta tan someramente, y siempre guiados por el docente de teoría en un coloquio grupal, los alumnos deben desmenuzar prácticamente cada palabra y sacar todos los datos posibles, las variables, los conceptos involucrados, qué condiciones deben darse con las cuales se pueden utilizar estas variables detectadas, cuando no se pueden usar estas variables, y finalmente los posibles problemas que se podrían solucionar, aplicando siempre conocimientos del tema "*Variable Aleatoria*". Luego se a hacia la analiza la frase "*Históricamente…*", qué actividades se realizaron, descriptas en detalle, el alumno puede *percibir* que solo han abordado el tema "*Estadística Descriptiva*". De esa manera observan que al entramado de conceptos le faltan más caminos y métodos para saber cómo se implementa un análisis de datos *básico*. El alumno que logra participar activamente, generando nuevas incógnitas que promueven el debate en clase, percibe que está aplicando conocimientos, e intuitivamente *sabe* que ha aprendido, se ha *apropiado* del conocimiento. Es decir, su capacidad lógica abstracta y modeladora, ahora incluye el análisis exhaustivo de una situación problemática como una recopilación de datos para su tratamiento y su proyección, formando un eje modular llamado *pensamiento estadístico* (Meder and Gigerenzer, 2014: 127-148). En esta instancia, el alumno puede llenar su propia grilla individual, que generalmente consta de una planilla de Google con las unidades del programa con sus temas, y descriptores que engloban a los definidos en los cuadros 1 y 2. Los compañeros que no alcanzan los niveles aceptables (según sus propios criterios) pueden tomarlo como modelo para avanzar y equipararse en la próxima descripción de práctica compleja.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Conclusiones

La educación ha evolucionado a lo largo del tiempo, pasando por varias etapas: ser meramente un traspaso de conceptos, teorización excesiva, incorporación de prácticas reguladas, práctica en entornos reales, modelización abstracta, análisis conceptual, etc. hasta llegar a la *competencia*. Esto es, la descripción de una lista de factores que causan un enorme cambio mental y personal del alumno hasta su logro académico de convertirse en profesional. Se deben incorporar las competencias de autorregulación y autoevaluación del conocimiento adquirido y del nivel de madurez cognitiva y personal por parte del alumno. ¿Porqué? Precisamente porque esa persona que ingresa a la facultad a estudiar con el sueño de recibirse necesita no solo los conocimientos teóricos y prácticos, sino también herramientas que lo ayuden a transitar los niveles, aumentando su espíritu autocrítico y un control de su aprendizaje. Pasando de esta forma de ser un receptor de resultados a un autor de estos.

Referencias

Koivuniemi, M., Panadero, E., Malmberg, J., y Järvelä, S. (2017). Higher education students' learning challenges and regulatory skills in different learning situations Desafíos de aprendizaje y habilidades de regulación en distintas situaciones de aprendizaje en estudiantes de educación superior, Infancia y Aprendizaje.Vol.40, N°1. 36-55.

Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar.* Barcelona: Biblioteca del aula, 82.

Zimmerman, B. J., & Schunk, D. H. (2011). *Influences on the Development of Academic Self-Regulatory Processes. Handbook of Self-Regulation of Learning and Performance*. Londres: Routledge/Taylor & Francis Group, 33-48.

Dádamo, M., De Federico S. (2021): Proposal for Teaching Calculus Introducing Concepts of Thermodynamics from a Competence-Based and Interactive Approach. *Proceedings of 13Th Annual International Conference on Education and New Learning Technologies,* Edulearn21, Palma de Mallorca, España, 5 al 7 de julio. ISBN: 978-84-09-52151-7 ISSN: 2340-1117, 5858-5868.

Dádamo, M., De Federico S., Cánaves G. (2023): "Competential Methodological Change in Engineering: Computing as a Means for the Link Between Concepts and the Modeling and Construction of Logical Structures", *Proceedings of 15Th Annual International Conference on Education and New Learning Technologies,* Edulearn23, Palma de Mallorca, España, 3 al 5 de julio. ISBN: 978-84-09-52151-7. ISSN: 2340-1117, 5623-5632.

Rushby, N. (2013). "The Future of Learning Technology: Some Tentative Predictions", British Journal of Educational Technology and Society (Vol 16) 56-58.

Zwolenski, M., Weatherill, L. (2020) The Digital Universe of Opportunities: Rich Data and the Increasing Value of the Internet of Things. *Journal of Telecommunications and the Digital Economy IDC Research.* Vol:2 10.18080/jtde.v2n3.285. March. 2014. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/341679642_The_Digital_Universe_Rich_Data_and_the_Increasing_Value_of_the_Internet_of_Things

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Das, K. (2012) Statistical Thinking: From “Small data” to “Big data”. *Journal of Business & Financial Affairs*, Department of Statistics, Temple University, USA, DOI: 10.4172/2167-0234.1000e119, 1.

Meder, B., Gigerenzer. G. (2014) Statistical Thinking: No One Left Behind. in Book *Probabilistic Thinking*. Part of *Advances in Mathematics Education*. Chernoff, E.J. Sriraman, B. (Eds.). DOI 10.1007/978-94-007-7155-0_8, Springer Science + Business Media Dordrecht, 127-148.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Experiencia de aula sobre el abordaje de algunos conceptos de álgebra lineal

Classroom Experience on Approaching Some Concepts of Linear Algebra

Presentación: 16/04/2024

Félix Núñez Vanegas
Instituto Tecnológico de Costa Rica – Universidad de Costa Rica. Costa Rica
fnunez@itcr.ac.cr

Resumen

Se describe la experiencia de aula en un curso de álgebra lineal dirigido a estudiantes de computación de la Universidad de Costa Rica. Durante este curso, se empleó software como herramienta complementaria para la comprensión de ciertos conceptos. Además, se discutirán los resultados obtenidos por los estudiantes en relación con la implementación del algoritmo de la técnica estadística Análisis en Componentes Principales.

Palabras clave: Álgebra lineal, pandemia, Geogebra, Análisis en Componentes Principales, Reducción de la dimensión, Cuadro.

Abstract

The classroom experience is described in a linear algebra course aimed at computer science students at the University of Costa Rica. During this course, software was used as a complementary tool for understanding certain concepts. In addition, the results obtained by the students will be discussed in relation to the implementation of the algorithm of the Principal Component Analysis statistical technique.

Keywords: Linear Algebra, Pandemic, Geogebra, Principal Component Analysis, Dimension Reduction. Frame.

Introducción

Antes de la pandemia, en la mayoría de los cursos de matemática, no se solía utilizar software para apoyar a la persona estudiante a comprender los conceptos que enseñábamos. Sin embargo, esta situación cambió a durante la pandemia, cuando se tuvo la oportunidad de utilizar software para explicar conceptos que se abordaban en los diferentes cursos. Por ejemplo, en las clases de álgebra lineal, se empezó a usar GeoGebra de manera natural para resolver, por ejemplo, problemas de encontrar el punto de intersección entre una recta y un plano, la recta de intersección entre dos planos del espacio tridimensional (cuando se intersecan) y ver dibujados los planos y la recta de intersección, o bien, poder observar gráficamente lo que ocurre cuando un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, es inconsistente, o cuando tiene solución única, o infinitas soluciones. También, recurrir a la

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

parte gráfica para resolver problemas que tienen que ver con encontrar una ecuación paramétrica de una recta que interseque perpendicularmente a otra.

Aunque ya no se esté en una situación de pandemia, se sigue utilizando software en el aula para abordar estos temas. En este trabajo, se describe la experiencia desarrollada en el aula de un curso de álgebra lineal en la Universidad de Costa Rica. Además, se proporcionan ejemplos concretos de cómo se ha utilizado GeoGebra como soporte en la solución de problemas relacionados con rectas y planos. También se compartirán los resultados de una tarea programada que se asignó como parte de la evaluación del curso, relacionada con la técnica estadística Análisis en Componentes Principales. Esta técnica se utiliza para reducir la dimensionalidad de conjuntos de datos, permitiendo a los estudiantes apreciar la utilidad de lo que aprenden en álgebra lineal, que es fundamental para métodos de reducción de dimensión, especialmente relevantes en el análisis de grandes conjuntos de datos.

Desarrollo

En el año 2023, se impartió el curso MA-292 Álgebra lineal para computación, en la Universidad de Costa Rica, junto a los colegas profesores Oldemar Rodríguez Rojas y Néstor Fallas Navarro. Según el programa, “Este es un curso introductorio de álgebra lineal para los estudiantes de la carrera de Ciencias de la Computación e Informática. En el mismo, se le ofrece a la persona estudiante, de una manera práctica, la oportunidad de comprender y desarrollar habilidades básicas relacionadas a la teoría de matrices, así como de espacios vectoriales y transformaciones lineales.”

La evaluación se compuso de dos rubros: Exámenes y Tareas. Se realizaron dos exámenes con un peso de 60%, 30% cada uno, y el de las tareas 40%, las dos primeras 10% cada una, mientras que la tercera, un 20%.

Las dos primeras consistieron en la resolución de ejercicios de desarrollo, mientras que la tercera consistió en programar, en Python, el algoritmo de la técnica estadística Análisis en Componentes Principales. Esta técnica es utilizada para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos con el fin de establecer relaciones y patrones entre los datos, que se puedan representar en un espacio de dimensión menor, en el plano, por ejemplo, y conservando la máxima información posible.

El abordaje de los temas de álgebra lineal, en muchas ocasiones, puede necesitar de un cambio de cuadro, noción desarrollada por Douady (1984), y el cuadro gráfico juega un papel importante el establecimiento de ciertos conceptos del álgebra lineal. Por ello, nos apoyamos mucho en este cuadro junto con el cuadro algebraico.

Por otro lado, es de utilidad que, en la medida de lo posible, se pueda dar al estudiantado problemas donde se aplique el conocimiento aprendido, y poder darles ese estatus de herramienta a los objetos en un campo más allá del aula. Al respecto, Vergnaud (1986), citado por Núñez (2019) menciona que “Cuando se habla de un concepto, debe referirse a él con dos componentes: Una que tiene que ver con la definición y otra con el sentido.” Y también en este mismo documento se indica que “Desde la perspectiva de un didacta, Vergnaud dice que no se concibe creer que con sólo la definición un estudiante adquiere un conocimiento. Debe ir ligado al sentido.”

El, conocimiento, de acuerdo con Douady (1995) tiene un doble status: herramienta, objeto.

Por otro lado, Brousseau (1986), en su teoría de situaciones didácticas, nos indica que el aprendizaje se da, cuando en un medio adidáctico, el estudiante pone en práctica el conocimiento que obtuvo.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Nos parece entonces, que el problema de programar el algoritmo del Análisis en Componentes Principales viene a darle sentido a una serie de objetos matemáticos desarrollados en el álgebra lineal, como son, por ejemplo, valores propios, vectores propios, diagonalización, matriz de correlaciones, proyecciones ortogonales, entre otros. El conocimiento adquiere el estatus de herramienta, puesto que se va a poner en funcionamiento y es evidencia de que se dio el aprendizaje. Todo el tema de diagonalización de una matriz es la base para la programación del algoritmo del Análisis en componentes principales.

Algunas actividades realizadas en la clase:

1. Se plantearon ejercicios como los siguientes

Ejercicio

1. En cada caso, determine una ecuación vectorial para la recta con las condiciones dadas:
a) Paralela a $l: \dfrac{x-2}{2} = y = \dfrac{z+3}{-3}$ y que contenga el punto $(2,3,-5)$.
b) Que pase por el origen y sea ortogonal a las rectas $r:(x,y,z)=(2-3t,-3,4+t)$ y $s:(x,y,z)=(t,0,3t)$
c) Que corte ortogonalmente a la recta $p: \frac{x+1}{3} = \frac{3-y}{2}$, $z=1$, en el punto $(-1,3,1)$.

Solución:

a. Sea m la recta buscada. Como m es paralela l, entonces el vector director de m puede ser el mismo de l, el cual es $v=(2,1,-3)$. Así que la ecuación vectorial buscada es $m:(x,y,z)=(2,3,-5)+t\,(2,1,-3)\,,\ t\in\mathbb{R}$.

b. Sea n la recta buscada. Como n es ortogonal a las rectas r y s, el vector director de n se puede tomar como el producto cruz de los vectores directores r y s o bien uno paralelo:
$(-3,0,1)\times(1,0,3)=$
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}\vec{e_1} - \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\vec{e_2} + \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}\vec{e_3} = (0,10,0).$$
Tomamos como vector director uno paralelo a $(0,10,0)$ (igual está bien si se toma el mismo): $(0,1,0)$.
Así la ecuación buscada es
$n:(x,y,z)=(0,0,0)+t\,(0,1,0)=t\,(0,1,0)\,,\ t\in\mathbb{R}$. Recuerde que ser ortogonales las rectas, no significa que se intersequen.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Solución:

c. Sea q la recta buscada. La recta q debe intersecar a la recta p en el punto $(-1,3,1)$, y no solo eso, si no que además de manera perpendicular. Sea $w=(a,b,c)$ el vector director de la recta q, entonces se debe cumplir que $(a,b,c)\cdot(3,-2,0)$ ($(3,-2,0)$ vector es el vector director de p). De aquí se obtiene que $3a-2b=0$, de donde $3a=2b$. es decir el vector director de q es cualquiera que cumpla que $3a=2b$, y la c es cualquier valor. Entonces podemos tomar $w=(2,3,0)$.Como q interseca a p en $(-1,3,1)$, entonces una ecuación posible para q es $q:(x,y,z)=(-1,3,1)+t\,(2,3,0),\ t\in\mathbb{R}$.

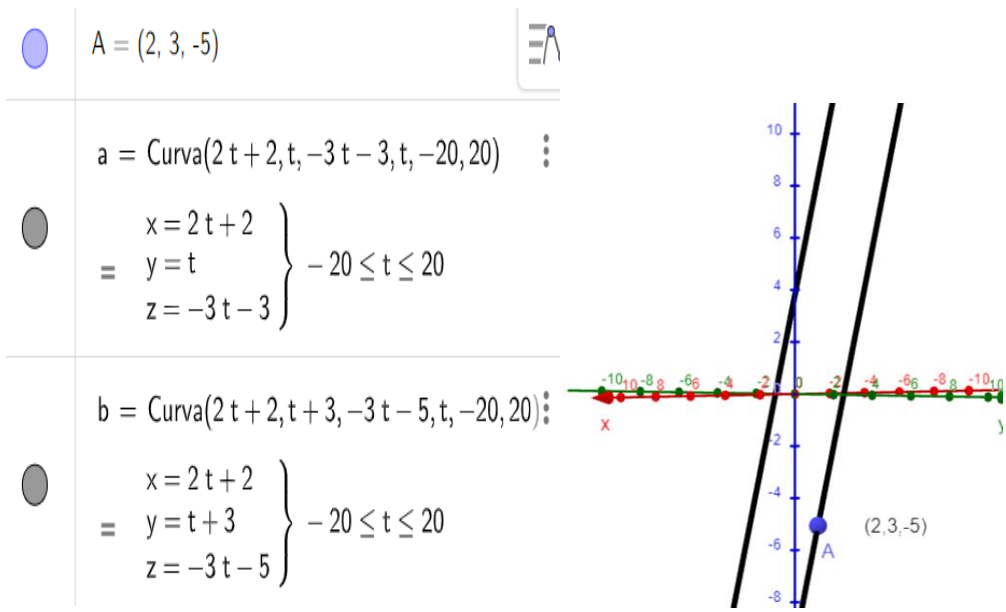


Gráfico 1 Ejercicio 1a.

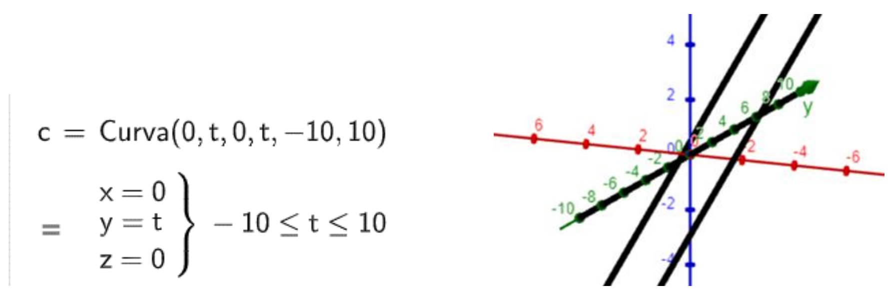


Gráfico 2 Ejercicio 1b.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

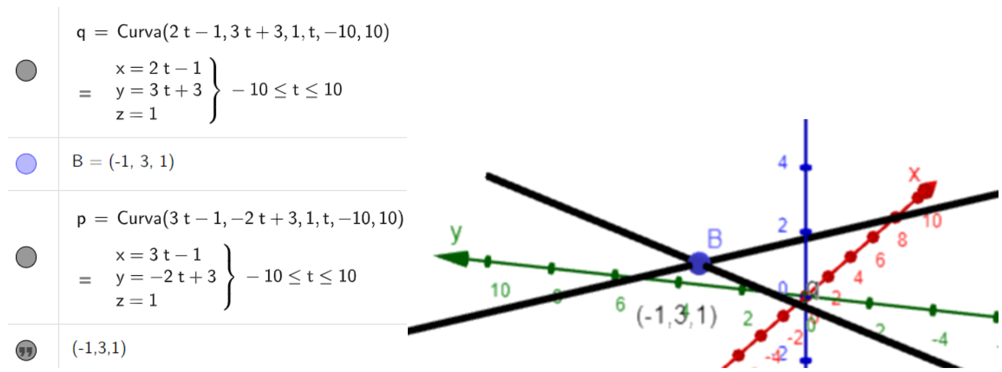


Gráfico 3 Ejercicio 1c.

2. EL Análsis en componentes principales (ACP)

Se pidió al estudiantado que programaran el ACP. Se les dio la siguiente tabla para que ejecutaran el ACP a dicha tabla, además de generar los respectivos gráficos: el plano principal y el círculo de correlaciones.

	Matematicas	Ciencias	Espanol	Historia	EdFisica
Lucia	7	6,5	9,2	8,6	8
Pedro	7,5	9,4	7,3	7	7
Ines	7,6	9,2	8	8	7,5
Luis	5	6,5	6,5	7	9
Andres	6	6	7,8	8,9	7,3
Ana	7,8	9,6	7,7	8	6,5
Carlos	6,3	6,4	8,2	9	7,2
Jose	7,9	9,7	7,5	8	6
Sonia	6	6	6,5	5,5	8,7
Maria	6,8	7,2	8,7	9	7

Cuadro 1: Datos de las notas escolares, tomada de Trejos (2021)

Para realizar este trabajo, en modalidad de aula invertida, se les dieron materiales escritos donde se explica lo que es un ACP y con dos vídeos elaborados por el profesor Oldemar Rodríguez Rojas, donde también se explica el algoritmo. En las clases se evacuaban dudas.

A continuación, se muestra la nueva matriz, la de componentes principales, el plano principal, y el círculo de correlaciones que realizó un grupo de estudiantes:

```
Matriz de componentes principales
          0         1         2         3         4
0 -0.323063  1.772525 -1.198801 -0.003633 -0.055015
1 -0.665441 -1.638702 -0.145476  0.123377 -0.023065
2 -1.002547 -0.515692 -0.628888 -0.142876  0.516444
3  3.172095 -0.262782  0.381960  0.062504  0.677777
4  0.488868  1.365402  0.835236 -0.123367 -0.155792
5 -1.708633 -1.021700  0.127077 -0.025292  0.066833
6 -0.067586  1.462336  0.506240 -0.013124 -0.117928
7 -2.011855 -1.275865  0.542150 -0.017434 -0.197787
8  3.042030 -1.254881 -0.448829 -0.037885 -0.639999
9 -0.923869  1.369359  0.029330  0.177730 -0.071467
```

Cuadro 2 Componentes principales obtenidas por un grupo de estudiantes

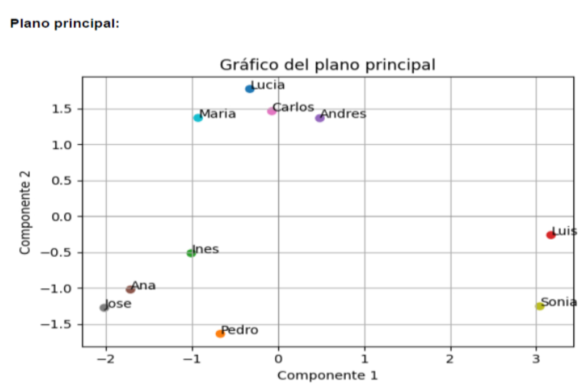


Gráfico 4: Plano principal obtenido por un grupo de estudiantes

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

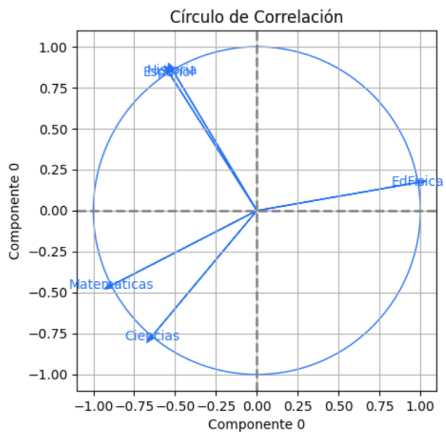


Gráfico 5: Círculo de correlaciones obtenidas por un grupo estudiantes

Algunas conclusiones que se obtienen del ACP son las siguientes:

Lucía, Carlos, María y Andrés, que forman un clúster en el plano principal, se parecen en las notas obtenidas en español e Historia, y son muy buenos en esas materias.

Por otro lado, Inés, Ana, José y Pedro, se parecen en Matemáticas y son muy buenos en esta disciplina.

Luis y Sonia, son muy buenos en Educación Física, pero tienen notas muy malas en matemáticas y Ciencias. Estas variables forman casi un ángulo de 180°.

No hay correlación entre las variables español-Matemáticas, por ejemplo, pues el ángulo que forman es de casi 90°.

Estas conclusiones las podemos notar en la tabla que se les dio.

Conclusiones

En la enseñanza de los temas relacionados con rectas y planos de álgebra lineal, es importante tomar en cuenta el empleo del "juego de cuadros" mencionado por Douady. Esto proporcionaría alternativas metodológicas que ofrecen a los estudiantes nuevas perspectivas para la comprensión del conocimiento. La experiencia en el aula fue gratificante, ya que los estudiantes participaban activamente en la dinámica de clase y demostraban comprensión de los conceptos a través de sus respuestas a las preguntas planteadas. Lo anterior se comprobar también mediante la solución de ejercicios asignados en una tarea en la que utilizaron el software GeoGebra, y en la que, durante el proceso de resolución de los mismos, el estudiantado hacía preguntas en las cuales, cuando se les asesoraba, las respuestas dadas eran evidencia del aprendizaje, lo cual se notaba en las soluciones dadas.

Por otro lado, la comprensión de un concepto se fortalece al ponerlo en práctica. Al programar el algoritmo del Análisis de Componentes Principales (ACP), los estudiantes pudieron relacionar todos los conocimientos adquiridos en el curso con una aplicación concreta. Varios estudiantes comentaron que, al completar esta tarea asignada, finalmente pudieron apreciar la utilidad de lo aprendido en el curso.

Referencias

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. Ingeniería didáctica en educación matemática, 61-96.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Douady, R. (1984). Relación enseñanza -aprendizaje, Dialéctica instrumento- objeto, Juego de marcos. Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas, 3.

Brousseau, Guy. 1986. **Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas**. Traducción al castellano del artículo "Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques" publicado en la revista *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2):33-115, y realizada por Julia Centeno, Begoña Melendo y Jesús Murillo.

Nuñez, F. (2019). Algunos aspectos relacionados con la didáctica de la probabilidad y de la estadística en secundaria en Costa Rica. Revista digital Matemática, Educación e Internet, 19(2), 1-16.

Trejos Zelaya, Javier, 1961-, (Autor/a) : Análisis multivariado de datos : métodos y aplicaciones / Javier Trejos Zelaya, William Castillo Elizondo, Jorge González Varela.. San José, Costa Rica: Editorial UCR, 2021. [ISBN 9789968020152 (pdf)].

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. Recherches en didactique des mathématiques, 10(2), 3.

Eje 4:

Currículo, competencias y evaluación

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Evaluación en la enseñanza por competencias: una experiencia en Cálculo II

Competency-based learning evaluation: an experience in Calculus II

Presentación: 19/12/2023

Gabriela Righetti
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
grighetti@fra.utn.edu.ar

Flavia Álvarez
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
falvarez@fra.utn.edu.ar

Stella Boutet
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
sboutet@fra.utn.edu.ar

Vanesa Brunovsky
Facultad Regional Avellaneda, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
vbrunovsky@fra.utn.edu.ar

Resumen

En el año 2023, la Universidad Tecnológica Nacional ha comenzado a trabajar con nuevos diseños curriculares alineados con lo establecido por el CONFEDI en 2018 que definen el perfil del ingeniero a través de competencias de egreso que incluyen la resolución de problemas, el trabajo en equipos, la comunicación efectiva y el aprendizaje continuo y autónomo. En la Facultad Regional Avellaneda, en la asignatura Análisis Matemático II, se diseñaron actividades que fomentan algunas de estas competencias. Para la selección de los problemas se siguieron las sugerencias de expertos a fin de presentar situaciones comprensibles para los estudiantes, desafiantes intelectualmente y que permitan la reflexión y justificación de las estrategias utilizadas. Mediante estas actividades, se consiguieron los objetivos de conseguir una evaluación no convencional y se fortalecieron las competencias relacionadas con la comunicación y el trabajo colaborativo.

Palabras clave: Modelización, Enseñanza por competencias, Evaluación.

Abstract

In 2023, the National Technology University started working with the new curricular designs aligned with was established by the CONFEDI in 2018, that define the profile of the engineer through the competences at graduation time that involve problem solving, team work, effective communication and continuous autonomous learning. In the Facultad Regional Avellaneda, in the signature Calculus II, activities that promote some of these competences were disigned. For the problems selection expert´s suggestions had been followed in order to present situations understandable for the students, intelectually challenging, and give path to reflection and justification of the strategies used. Through these activities the objectives of achieve a non-conventional evaluation were accomplished and strengthened with communication and collaborative work.

Keywords: Modelling, Competence-based educational model, Evaluation.

Introducción

La Universidad Tecnológica Nacional desde el año 2023 ha implementado los nuevos diseños curriculares. Éstos enmarcan la enseñanza en los lineamientos planteados por el CONFEDI (2018) que definen el perfil del ingeniero a partir de las competencias de egreso. Estas competencias incluyen: identificar, formular y resolver problemas de la ingeniería; utilizar técnicas y herramientas de aplicación en la ingeniería; desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo; comunicarse con efectividad y aprender en forma continua y autónoma. "El enfoque por competencias nos sitúa, pues, ante un modelo de enseñanza universitaria orientado a la adquisición de «la capacidad de actuar» por parte de los estudiantes" (Zabalza, 2007, p. 17). De ahí que resulta fundamental que los y las docentes diseñen actividades que promuevan "condiciones para que los alumnos se vean confrontados a formular conjeturas, validarlas, producir argumentos deductivos, arriesgar respuestas para las cuestiones que se plantean, producir formas de representación que contribuyan a arribar a las resoluciones que se buscan (y) reformular y reorganizar los viejos conocimientos a la luz de los nuevos que se producen" (Sadovsky, 2005, p.58). Pero este trabajo no debe quedar sólo en las clases, es importante también cambiar la evaluación de manera tal que, como plantea Camilloni (1998) sea coherente con las concepciones de la enseñanza y del aprendizaje.

En la Facultad Regional Avellaneda de la Universidad Tecnológica Nacional, Análisis Matemático II es una asignatura de cursada anual en el 2do nivel de la carrera. El desarrollo de la asignatura contempla la realización de actividades ("parcialitos") en 10 de las 11 unidades planteadas en la planificación que fomentan no sólo que las y los estudiantes trabajen en forma continua, sino que tomen conciencia de su proceso de aprendizaje, para poder reconstruir lo trabajado antes de las instancias de evaluación sumativa. Si bien la resolución de estas actividades es optativa, la entrega y su aprobación es tenida en cuenta en las evaluaciones globalizadoras.

En la enseñanza por competencias no sólo es importante el saber saber, sino el saber hacer, el saber ser y el saber convivir (Acebedo, 2016). Teniendo en cuenta el rol protagónico de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, consideramos que en las evaluaciones no es sólo importante el trabajo sobre cálculos, técnicas y herramientas, sino también fomentar la discusión sobre la realización de distintos procedimientos, el análisis y la validez de esos procedimientos, el poder argumentar a partir de los conceptos teóricos las decisiones tomadas, el modelizar y/o trabajar sobre modelos relacionados con situaciones cercanas a los y las estudiantes y analizar dichos modelos. También hay que considerar, a la hora de evaluar, las competencias sociales como el desempeñarse en equipos de trabajo y la comunicación efectiva.

Es por todo lo anterior y teniendo en cuenta los nuevos diseños curriculares, que durante el ciclo lectivo 2023 se decidió modificar algunas de estas actividades, realizando trabajos prácticos grupales con presentación de manera de fomentar no sólo el trabajo sobre contenidos conceptuales, sino también sobre procedimientos y habilidades en las unidades correspondientes a ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y extremos libres y ligados.

Desarrollo

Las actividades se plantearon en todas las comisiones de Análisis Matemático II donde cursan aproximadamente 370 estudiantes, para realizar en grupos de no más de 4 integrantes. Las situaciones seleccionadas fueron distintas

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

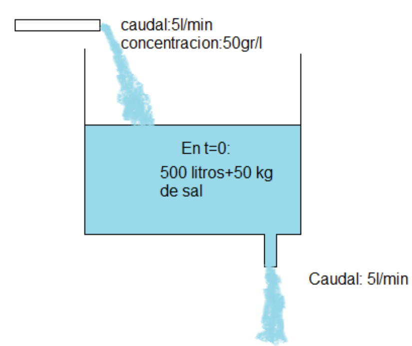
para cada curso, exceptuando aquellos que coincidieran en día y horario. Se planteó una actividad que las y los estudiantes tenían que resolver a partir de los conceptos trabajados en las unidades correspondientes a ecuaciones diferenciales y otra situación referida a extremos ligados. En ambos casos se trató de un problema para modelizar o utilizar un modelo dado y resolver explicitando todos los procedimientos realizados. Finalmente, se les pidió a cada uno de los grupos que realicen una presentación y que la grabaran en un video.

Al momento de seleccionar los problemas se tuvieron en cuenta las sugerencias dadas por Sastre Vázquez y otros (2008) cuando destacan "las reflexiones propuestas por Charnay (1994):

- Debe ser una situación que pueda ser comprendida por los estudiantes, es decir, que éstos puedan "entrar" en la situación y prever lo que puede ser una respuesta al problema.
- Debe permitir al estudiante utilizar sus conocimientos anteriores, pero, al mismo tiempo, debe ofrecer una resistencia suficiente para llevarlo hacia una evolución de esos conocimientos, ya sea a cuestionarlos, a seleccionarlos y relacionarlos, a buscar la elaboración de nuevos procedimientos; en síntesis, debe provocarle un sentimiento de desafío intelectual.
- Debe permitir al estudiante reflexionar y justificar las estrategias utilizadas, encontrando la validación dentro de la situación misma" (p. 2)

En este sentido, incluir actividades que los invite a trabajar en equipo, defender posiciones y justificarlas, argumentar acerca de los motivos que los llevan a plantear una ecuación (o función según el caso) y no otra o porqué eligieron resolverla de un modo determinado son fundamentales si pretendemos desarrollar en nuestros estudiantes habilidades cognitivo-lingüísticas como explicar, justificar o argumentar (Jorba *et al.*, 2000). A modo de ejemplo, se presentan dos de las actividades utilizadas, una correspondiente a los contenidos de ecuaciones diferenciales (Figura 1) adaptada de Nagle, Saff y Snider (2005, p. 57) y otra correspondiente a los contenidos de extremos (Figura 2) basada en Larson y Edwards (2010, p. 981).

El sistema de compartimento proporciona una representación útil a la mezcla de fluidos en un tanque. Siendo la cantidad de sustancia en un tanque (compartimento) en el instante t, una razón de entrada con la que la sustancia entra al compartimento y una razón de salida con la que la sustancia sale del compartimento. Como la derivada de x respecto de t se puede interpretar como la razón de cambio en la cantidad de sustancia en el compartimento respecto del tiempo, el sistema de un compartimento sugiere a x'(t)= razón entrada-razón salida. La razón de entrada se obtiene al multiplicar el caudal (vol./tiempo) por la concentración (cantidad/vol.). La de salida, suponiendo que la concentración se mantiene uniforme en la mezcla, se calcula multiplicando el caudal por la división entre la cantidad de sustancia y el volumen del tanque en el instante t. Una solución salina con 50g de sal por litro se introduce en un tanque que contiene inicialmente 500 litros de agua y 50 kg de sal. La solución entra al tanque a razón de 5 l/min. La mezcla se mantiene uniforme revolviéndola, y sale del tanque a razón de 5 l/min.



a) Encuentre la expresión que modela la cantidad de sal en el tanque al transcurrir t minutos.
b) Determine la concentración, en kilogramos/litros, de la sal en el tanque después de 10 minutos.
c) Sabiendo que la concentración máxima de sal en el agua es de 360g/l (saturación), ¿en qué instante el agua del tanque estará saturada?

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

d) Después de 10 minutos aparece un derrame en el tanque y comienza a salir del tanque otro litro por minuto. ¿Cuál será la cantidad de sal en el tanque después de 20 minutos a partir del inicio del derrame? ¿Y la concentración de la sal en kilogramos/litro?
e) Consideremos otro tanque con la diferencia que el caudal de salida es 3 litros/minutos. Encuentre la función que modeliza la cantidad de sal en función del tiempo y grafique utilizando Geogebra.
f) Para el caso del ítem anterior, si el tanque tiene una capacidad de 700 litros, ¿en qué momento se rebalsará?

Fig. 1. Actividad de ecuaciones diferenciales.

La modelización en enseñanza de la matemática pone el foco en la relación entre parte del “mundo real” y la matemática, y es fundamental que el/la estudiante “experimente con un modelo matemático y sea capaz de reflexionar sobre las relaciones existentes en él, es una precondición epistemológica que este alumno sea capaz de percibir la situación o fenómeno modelado y la matemática en juego, como dos objetos separados pero al mismo tiempo interrelacionados” (Blomhøj, 2008, p. 20). En los problemas planteados se pone en juego la modelización de situaciones reales. Dado un problema en lenguaje coloquial se debe plantear un modelo y la mejor estrategia para llevar a cabo la resolución del mismo. Chevallard (1989) sostiene que este proceso se realiza en 3 etapas: la descripción del sistema que se quiere estudiar, la construcción del modelo propiamente dicho y la implementación del modelo obtenido. Mediante las actividades propuestas los alumnos y las alumnas deben realizar todas las etapas de dicho proceso.

Un tanque industrial como el que se muestra más abajo tiene extremos semiesféricos y debe almacenar 1000 litros de agua. Determinar el radio r y la longitud h que minimizan el costo de construcción del tanque si se sabe que el material utilizado para la parte cilíndrica cuesta U$S3 por metro cuadrado y el utilizado para la parte esférica, U$S 5 por metro cuadrado.

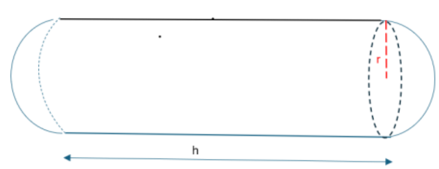


Fig. 2. Actividad de extremos ligados

Para la evaluación de las actividades se utilizó una rúbrica (Tablas 3 y 4) que permite la explicitación de los criterios de evaluación.

CRITERIOS	NIVELES DE VALORACIÓN			
	Excelente	Satisfactorio	Elemental	No satisfactorio
Interpretación de enunciado.	Analiza, reconoce e interpreta los datos, identifica con lo que se pide y demuestra una absoluta comprensión del problema. Considera el contexto.	Analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando lo que se busca y demostrando comprensión del problema. No considera el contexto.	Reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos pero no completamente. No considera el contexto.	No reconoce los datos ni sus relaciones. No considera el contexto.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

CRITERIOS	NIVELES DE VALORACIÓN			
	Excelente	Satisfactorio	Elemental	No satisfactorio
Trabajo con conceptos, técnicas y herramientas matemáticas.	Elige las herramientas apropiadas para su resolución y las aplica correctamente. Considera las más pertinentes comparando con otras.	En general utiliza correctamente las herramientas elegidas. Puede haber pequeños errores.	Las herramientas elegidas sirven para resolver el problema pero no son las mejores o no son utilizadas correctamente en su mayoría.	No utiliza todas las herramientas necesarias. O, no utiliza las herramientas más apropiadas. O no puede aplicarlas en su mayoría.
Procedimientos y resolución	Argumenta los procedimientos indicando herramientas utilizadas. Explicita las hipótesis que permiten el uso de los conceptos.	Argumenta los procedimientos con las herramientas usadas. Falta verificar que se cumplan las hipótesis.	Está el procedimiento realizado pero sin explicitar las herramientas utilizadas ni por qué es posible hacerlo.	El procedimiento es incompleto o incorrecto. No explicita.

Tabla 3. Rúbrica

CRITERIOS	NIVELES DE VALORACIÓN			
	Excelente	Satisfactorio	Elemental	No satisfactorio
Solución del problema	Indica correctamente la solución del problema. Analiza la validez y coherencia de las soluciones obtenidas. Revisa, detecta si hay errores y reformula.	Indica correctamente la solución del problema. Analiza la validez y coherencia de las soluciones obtenidas. Revisa, detecta si hay errores y reformula.	Indica correctamente la solución del problema.	No indica correctamente la solución del problema.
Presentación	Presentación prolija y dinámica. Se expresan con claridad. Argumentan correctamente.	Presentación prolija. Argumentan correctamente.	Presentación correcta. Explican el procedimiento usado.	Presentación descuidada. No es clara la explicación de los procedimientos. Dificultad a la hora de expresarse.
Trabajo grupal	Participan todos los integrantes en la exposición en forma colaborativa. Se visibiliza una buena organización. Consultan en las clases y mediante foros a los docentes.	Participan todos los integrantes, evidenciando mayor peso de uno o dos de ellos. Buena organización.	Participan algunos de los miembros del equipo. Evidencian descoordinación, pero salen adelante con el trabajo.	Participación despareja entre los participantes. Falta organización.

Tabla 4. Rúbrica

En la rúbrica, tal como se puede observar, se consideraron criterios no sólo sobre contenidos conceptuales sino también sobre la presentación, el trabajo en grupo y la forma en que se argumentan los procedimientos realizados y las conclusiones. Esta rúbrica fue entregada a los y las estudiantes junto con el enunciado, ya que a partir de ella

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

el docente emite un juicio de valor acerca de la producción realizada. Para que los y las estudiantes puedan realizar una reflexión crítica de su aprendizaje, deben conocer tanto los objetivos como los criterios con los que serán evaluados. Como vemos en la rúbrica utilizada, para evaluar la producción de los alumnos se establecen niveles progresivos de dominio relativos al desempeño que muestran respecto de un proceso determinado. Estas escalas son cualitativas e implican un juicio de valor acerca de la calidad del trabajo realizado. Esta herramienta no sólo es útil para los docentes a la hora de evaluar, sino también le ofrece a los alumnos elementos para autoevaluarse y regular su aprendizaje, para ello es necesario informar la rúbrica antes de la evaluación, debe ser parte del enunciado desde el comienzo. Posteriormente se realizó una retroalimentación de los trabajos realizados, a cargo de las y los 14 docentes de la cátedra, aspecto fundamental del proceso de evaluación. Ésto no es únicamente dar la calificación de aprobado/ desaprobado, sino comentar las producciones realizadas para que las y los estudiantes tomen conciencia de los logros y puedan revisar sus errores para repensar las correcciones realizadas.

Además se realizó una encuesta a los alumnos tomando como base la realizada por Seminara y Righetti (2023), pero adecuada a esta situación, para conocer la opinión de los alumnos y las alumnas acerca de los trabajos (Tablas 5 y 6). Tal como se puede observar, hay un alto porcentaje de estudiantes que reconocen que estas actividades favorecen el aprendizaje y sostienen que han podido usar el lenguaje matemático en forma correcta. Sin embargo, no dan tanto reconocimiento al trabajo grupal ni tampoco consideran la importancia del uso correcto del lenguaje en la comunicación. Otro aspecto a destacar es el bajo porcentaje que valora la realización de actividades que “despierten la curiosidad” aunque tengan mayor grado de dificultad. Esto puede deberse a varios factores. Entre ellos, una baja capacidad de adaptación a nuevas formas de evaluación y la gran “cantidad de tiempo” que puede significar para los alumnos y las alumnas estas actividades en comparación con la realización de tareas “clásicas” de evaluación.

	Estoy de acuerdo	Estoy indeciso	Estoy en desacuerdo
“Considero que realizar este tipo de actividades favorece mi aprendizaje”.	80,27%	14,47%	5,26%
“La actividad sirvió para mejorar mi preparación en aspectos tales como expresión escrita, uso de la información, capacidad crítica de análisis, etc.”.	68,43%	23,68%	7,89%
“En las actividades en general, desarrolladas en clase, prefiero que se presenten situaciones problemáticas que despierten mi curiosidad, a pesar del grado de dificultad que pudieran tener”.	56,58%	36,84%	6,58%
“Es interesante para mí poder establecer relaciones entre los contenidos de las diferentes asignaturas”.	69,74%	23,68%	6,58%
“Pude usar lenguaje matemático para comunicarme de manera clara y precisa”	89,48%	7,89%	2,63%
“Pude comprender los conceptos matemáticos de los problemas planteados”	60,53%	36,84%	2,63%
“El uso de software me permitió poder concentrarme en el modelo”	69,74%	27,63%	2,63%

Tabla 5. Encuesta posterior y resultados.

¿En qué aspectos creés que la experiencia de aprendizaje ha mejorado tu formación? Por favor, marcá todos los que consideres.	Estoy de acuerdo
En establecer vínculos entre la matemática y otras áreas	72,37%
En establecer una comunicación efectiva	27,63%
En desempeñarse adecuadamente en un grupo de trabajo	53,95%
No ha generado nada nuevo	5,26%

Tabla 6. Encuesta posterior y resultados.

Conclusiones

Esta actividad fue para las y los estudiantes una actividad distinta a la evaluación clásica en el sentido de que no se trata de una práctica repetitiva de lo visto en clase. Ésto no siempre es bien recibido. El cambio de “mentalidad” respecto a las actividades a desarrollar en clase, en particular las de evaluación, no debe ser sólo en las y los docentes, sino también en las y los estudiantes. Es por ello que se debe generar confianza en las alumnas y los alumnos en la resolución de tareas que impliquen la toma de decisiones tanto en clase como en las distintas instancias de evaluación. “La evaluación se ajusta así a unos criterios explícitos de logros a alcanzar por los estudiantes” (Alonso Sánchez *et al.*, 1996, p. 4), que vimos altamente conseguidos en la realización de los trabajos grupales planteados.

Una de las competencias generales más importantes a las que esta asignatura aporta es la de comunicación efectiva y, como se mencionó antes, las y los alumnos no consideran que las actividades les hayan sido de ayuda para lograrlo. Por lo tanto se debe poner un énfasis especial en esta faceta para el año lectivo 2024 y de esta manera lograr que todos puedan mejorar su narrativa y expresión. Es importante recordar que evaluar no implica únicamente calificar, sino que es “una oportunidad, cuyo propósito es que los alumnos pongan en juego sus saberes, visibilicen sus logros y aprendan a reconocer sus fortalezas y debilidades como estudiantes” (Anijovich y Capelletti, 2017, p. 13).

Referencias

Acebedo, M. (2016). La evaluación del aprendizaje en la perspectiva de las competencias. *Revista TEMAS, 3*(11), 203 – 226.

Alonso Sanchez, M., Gil Pérez, D. y Martínez-Torregrosa, J. (1996). Evaluar no es calificar. La evaluación y la calificación en una enseñanza constructivista de las ciencias. *Investigación en la Escuela*, 30, 15-26.

Anijovich, R. y Cappelletti, G. (2017). *La evaluación como oportunidad*. Paidós.

Blomøj, M. (2008). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica. *Revista De Educación Matemática*, *23*(2). Recuperado de https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419

Camilloni, A. (1998). La calidad de los programas de evaluación y de los instrumentos que los integran. En Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E. y Palou de Maté, M., *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Paidós.

CONFEDI (2018). *Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de Ingeniería en la República Argentina: Libro Rojo de CONFEDI*. FASTA Ediciones.

Chevallard (1989). Le concept de rapport au savoir. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*. LSD2-IMAG. Université Joseph-Fourier.

Jorba, J., Gomez, I., Prat, A. (2000). *Hablar y escribir para aprender: uso de la lengua en situación de enseñanza-aprendizaje desde las áreas curriculares*. Ed. Síntesis.

Larson, R. y Edwards, B. (2010). *Cálculo 2*. McGraw Hill.

Nagle, R., Saff, E., Snider, A. (2005). *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera.* Pearson.

Sadovsky; P. (2005). *Enseñar Matemática hoy*. Libros del Zorzal.

Sastre Vázquez, P., Boubée, C., Rey, G. y Delorenzi, O. (2008). La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Revista Iberoamericana de Educación*, 46(8), 1-9.

Seminara, S. y Righetti, G. (7- 8 de septiembre de 2023). *Diseño e implementación de una tarea abierta en el aula de Análisis Matemático II.* Jornadas de enseñanza de la Ingeniería. Facultad Regional Paraná, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.

Zabalza, M. A. (2007). *El trabajo por competencias en la enseñanza universitaria.* Recuperado 19 de junio de 2023, de https://ddd.uab.cat/pub/poncom/2007/71100/conferencia.pdf

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Resignificación de los conceptos autovalores y autovectores en una carrera de ingeniería

Resignification of concepts eigenvalues and eigenvectors in an engineering degree

Presentación: 21/03/2024

Andrea Mariana Comerci
Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.
andreamariana.comerci@gmail.com

Daniela Beatriz Emmanuele
Universidad Nacional de Rosario. Argentina.
emmanueledaniela@gmail.com; emman@fceia.unr.edu.ar

Resumen

El presente trabajo corresponde a una etapa avanzada de una tesis de maestría y está basado en conceptualizaciones de la Socioepistemología de la Matemática Educativa, la Epistemología de la Práctica de Schön y la noción de trazabilidad. Estas nociones dieron lugar a la generación de un constructo adaptado a la matemática educativa: trazabilidad de un contenido matemático en una situación escolar, entendida como el proceso que permite pesquisar el grado de resignificación progresiva de un saber o conocimiento en uso presente en los discursos profesionalizantes que se da en los sistemas didácticos en una carrera académico-profesional. Se trata de un procedimiento metodológico que ha sido aplicado al diseño curricular de las carreras de ingeniería civil y mecánica de la Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Pacheco para indagar acerca de la presencia de las resignificaciones de los conceptos de autovalores y autovectores a lo largo de la formación ingenieril.

Palabras clave: Trazabilidad. Resignificación. Autovalores y autovectores.

Abstract

The present work corresponds to an advanced stage of a master's thesis and is based on conceptualizations of the Socioepistemology of Educational Mathematics, Schön's Epistemology of Practice and the notion of traceability. These notions gave rise to the generation of a construct adapted to educational mathematics: traceability of a mathematical content in a school situation, understood as the process that allows to investigate the degree of progressive resignification of a knowledge or knowledge in use present in the professionalizing discourses that occurs in the didactic systems in an academic-professional career. This is a methodological procedure that has been applied to the curricular design of civil and mechanical engineering careers of the National Technological University - Pacheco Regional Faculty to investigate the presence of the resignifications of the concepts of eigenvalues and eigenvectors throughout the engineering education.

Keywords: Traceability. Resignification. Eigenvalues and eigenvectors.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

El presente trabajo -continuación de una investigación de tesis cuyas etapas hemos compartido en los EMCI 2018, EMCI 2021- está basado en conceptualizaciones de la Socioepistemología de la Matemática Educativa (Cantoral, 2014), la Epistemología de la Práctica (Schön, 1998) y la noción de trazabilidad que “posibilita la verificación de la transformación de los requisitos en elementos de modelo sucesores, así como el análisis y gestión del cambio en ellos, verificando su completitud y coherencia” (Tabares et al., 2006: 35).

Algunas de dichas nociones que constituyen nuestro marco referencial son: el **prácticum reflexivo** entendido como una situación diseñada para el proceso de aprender una práctica como así también reconocer el ámbito de aplicación que cuenta con sus propias materialidades tales como instrumentos, lenguajes y valoraciones. E incluye formas particulares de ver, pensar y hacer; las **racionalidades técnica y práctica**, la primera defiende la idea de que los profesionales solucionan problemas mediante la selección de los medios técnicos idóneos para abordarlos donde la importancia está puesta sobre todo en el resultado, en tanto que la segunda se trata de que ante una situación problemática se reflexiona sobre el proceso integral de resolución resultando este tan importante como los medios y los fines utilizados; las **conexiones intramatemáticas** que se establecen entre conceptos, procedimientos, teoremas, argumentos y representaciones matemáticas entre sí; **conexiones extramatemáticas** que hacen referencia al vínculo existente entre un concepto o modelo matemático con un problema en contexto (no matemático) o viceversa; **opacidad del discurso matemático escolar (dME)** entendida como una barrera que impide la relación entre el cotidiano y la matemática escolar.

De la consideración de las mencionadas nociones surgió la generación de un constructo adaptado a la matemática educativa como es el de trazabilidad de un contenido matemático en una situación escolar (TdCM) entendido como el proceso que permite pesquisar el grado de resignificación progresiva de un saber o conocimiento en uso presente en los discursos profesionalizantes que se da en los sistemas didácticos en una carrera académica-profesional.

Desarrollo

El procedimiento metodológico de TdCM se aplicó a un estudio de caso cuyo objeto es el diseño curricular de las carreras de ingeniería civil y mecánica de la UTN-Facultad Regional Pacheco para indagar acerca de la presencia de resignificaciones de los conceptos de autovalores y autovectores a lo largo de la formación ingenieril. Los pasos que componen este procedimiento quedan expuestos en la Figura 1.

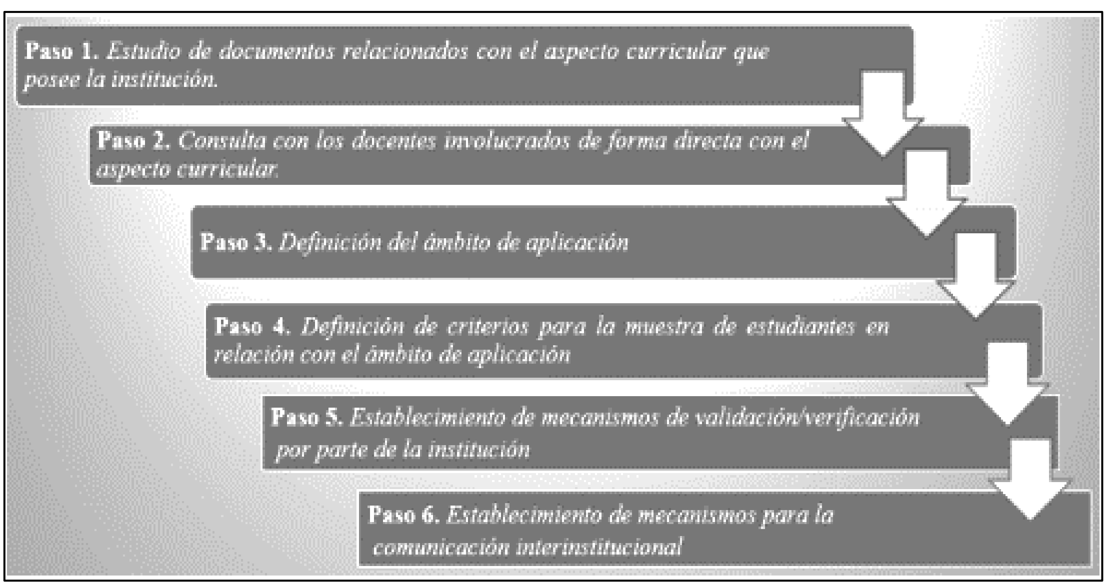


Figura 1. Protocolización de la TdCM.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Los documentos institucionales puestos a consideración en el primero de los pasos del protocolo fueron el plan de estudios (1995, adecuado en 2005) y ciertas planificaciones de aquellas materias anuales correspondientes a cada carrera de ingeniería civil y mecánica comprendidas entre los años 2015 y 2019 inclusive.

Del plan de estudios se extrajeron materias cuyas correlatividades con Álgebra y Geometría Analítica (AyGA) -una asignatura homogénea correspondiente al primer año de las carreras- fueron clasificadas en directa e indirecta: *directas*, aquellas materias en las que se indicaba a AyGA como prerrequisito de cursada; e *indirectas*, aquellas en las que este requerimiento estaba en la materia inmediatamente precedente. De dicho recorte, la muestra obtenida fue de diecisiete materias. Seguidamente, las planificaciones de materias fueron sometidas a un análisis de contenido siguiendo la propuesta de Cáceres (2003) cuyo esquema se muestra en la Figura 2.

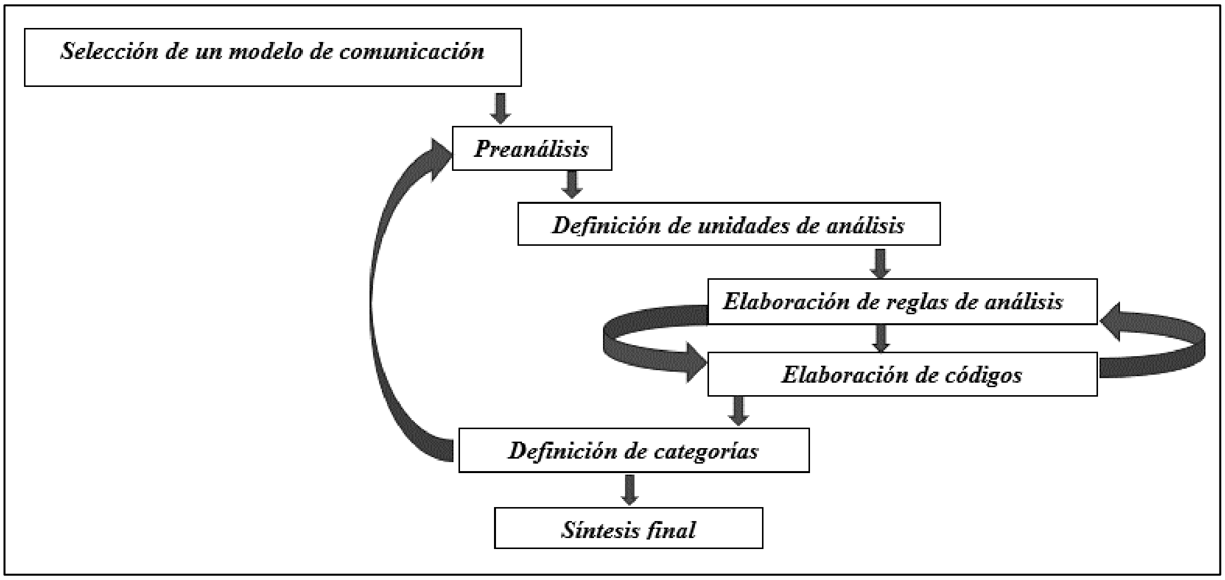


Figura 2. Análisis de contenido propuesta por Cáceres (2003).

Asumimos que, según el **modelo de comunicación** propuesto por Roman Jakobson, en las planificaciones analizadas prepondera la función referencial, es decir, centrada en el contenido o contexto, entendiendo este último en el sentido de referente (Pilshchikov, 2021). En cuanto a la etapa del **preanálisis**, la homogeneidad de cada documento está garantizada desde el primer momento, en virtud de que las planificaciones se asientan en formularios estándar que la universidad provee donde se detallan las siguientes dimensiones: los objetivos de la materia, y por cada unidad, el eje y el contenido, la metodología de enseñanza, las actividades de aprendizaje, modalidad de evaluación, temporización; también posee dos secciones, una para la bibliografía y otra para los prerrequisitos.

Referente a la **definición de las unidades de análisis**, en otros términos, las unidades de registro o contenido significativo que se presentan dentro del documento y que se utilizarán para extraer resultados, se han tomado aquellas de base gramatical como las palabras claves, respecto al tema autovalores y autovectores (o expresiones equivalentes) y sus aplicaciones.

Las etapas de **establecimiento de reglas de análisis**, **códigos de clasificación** y **definición de categorías** nos permiten arribar, por un lado, a los indicadores de las variables de análisis; y por el otro, a una síntesis final en relación con el **tipo de conexiones del contenido matemático**: intramatemáticas o extramatemáticas. Resultando que solo en una de las diecisiete planificaciones se observa una opacidad de nivel medio; en el resto, es bajo.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

El segundo paso del proceso de la TdCM consistió en la aplicación de una encuesta realizada a los docentes diseñadores de las planificaciones analizadas previamente para lo cual se utilizó como instrumento un cuestionario elaborado con Google Form® compuesto por preguntas que revisaba el **nivel de opacidad del discurso matemático escolar** relacionada con autovalores y autovectores: bajo, medio, alto. De los diecisiete encuestados solo uno de ellos no ha respondido. A modo de ejemplo, presentamos en la Figura 3, una consigna y su gráfico de sectores.

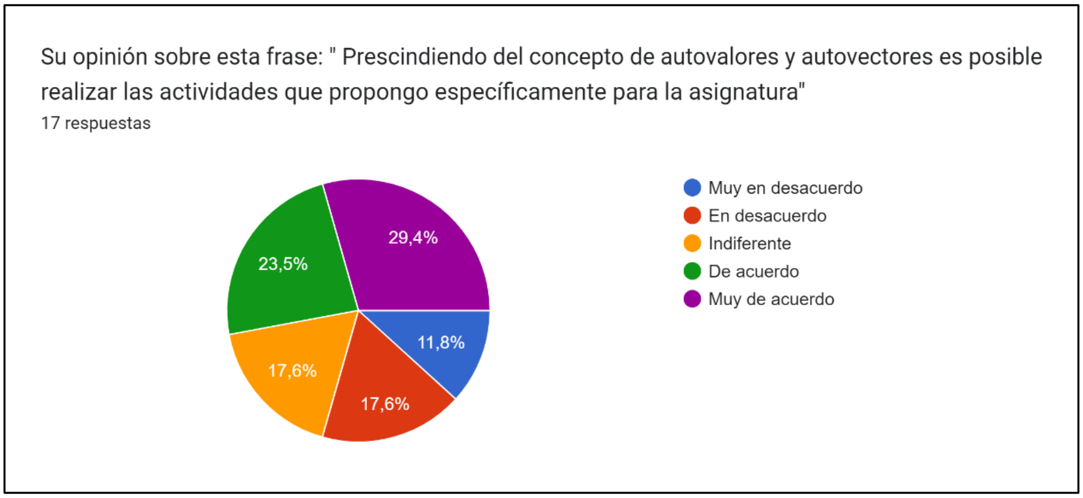


Figura 3. Consigna extraída del cuestionario para docentes.

El tercero de los pasos de la TdCM está estrechamente vinculado con el análisis posterior que se hace de la encuesta a docentes. Ya que la trazabilidad puede ser hacia atrás, donde se trata de cuestionarse acerca de cuáles son los contenidos que se suponen previos en la planificación de la materia correlativa a una dada (por ejemplo, Estabilidad es una materia correlativa a Álgebra y Geometría Analítica), o bien, acerca de qué contenidos desarrollados en una materia en particular se ponen en uso y de qué manera se realiza en dicha materia. O bien la trazabilidad hacia delante, donde cabe preguntarse sobre cuál es la razón de ser del contenido, justificación del contenido o asignatura correlativa anterior para formar parte del programa de la carrera.

En el cuarto paso de la trazabilidad se aplicó una encuesta a veintinueve estudiantes egresados de ambas carreras, en casi una proporción equivalente, y cuya cursada estaba comprendida entre los años 2015 y 2019. Valiéndonos como instrumento de un cuestionario elaborado con Microsoft Form®, compuesto por preguntas que revisaba el aspecto referido al **tipo de racionalidad**, percibida por los encuestados, en su pasado como estudiantes avanzados, relacionada con los conceptos de autovalores y autovectores: técnica o práctica. A modo de ejemplo, presentamos en la Figura 4 una de las preguntas del cuestionario y su distribución en su gráfico de barras.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

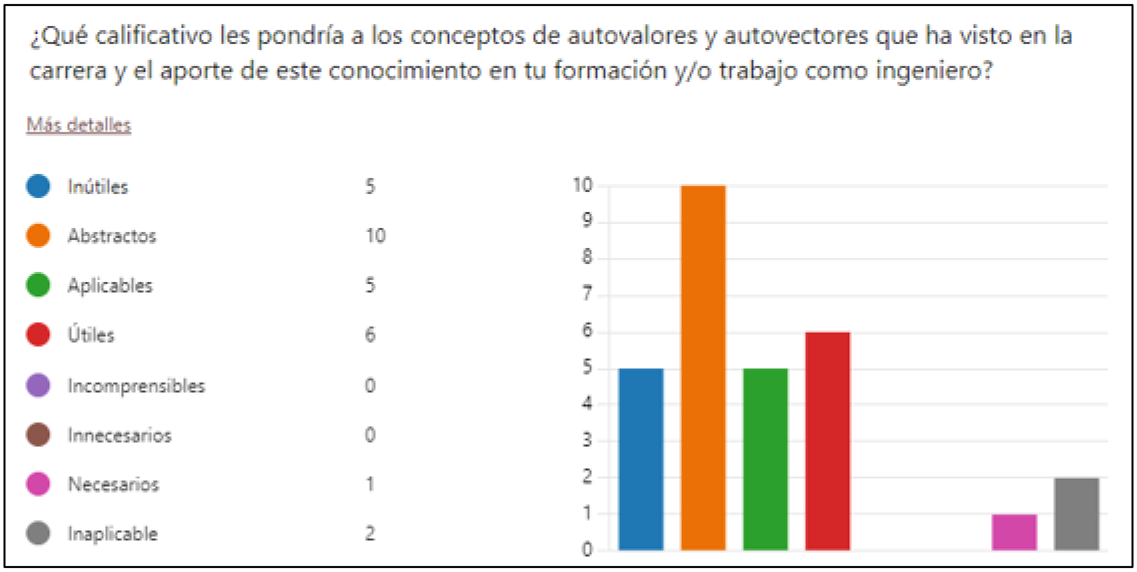


Figura 4. Pregunta extraída del cuestionario para egresados.

Conclusiones

Primeramente, queremos expresar que tras realizar el presente estudio y analizar los resultados obtenidos, todo lo aquí comunicado es, todavía, a un nivel preliminar ya que los pasos 5 y 6 de la TdCM aún no fueron implementados.

En primer lugar, notamos que desde el aspecto discursivo está asumido el prácticum reflexivo en el diseño curricular de las carreras de ingeniería civil y mecánica cuando se describe el perfil del ingeniero egresado de la UTN-FRGP.

Por un lado, en las planificaciones seleccionadas y examinadas acerca del aspecto que atañe a los tipos de conexiones tanto intramatemática como extramatemáticas, se puede decir, que son casi nulas las referencias de los términos de autovalores y autovectores o sus sinónimos, como así también de sus aplicaciones que se hacen en las distintas dimensiones de las planificaciones (objetivos, contenidos, metodología de enseñanza, actividades, bibliografía, entre otras).

Por otro lado, en referencia a las encuestas dirigidas hacia los docentes encargados de construir e implementar las planificaciones donde el interés estaba puesto en el nivel de opacidad del dME del contenido de autovalores y autovectores, este resultó de una baja valoración. Por el contrario, de los resultados de las encuestas a los egresados se puede observar que estos aprecian el tipo de racionalidad práctica por sobre la técnica vinculada con los conceptos matemáticos considerados.

Finalmente, y con una mirada hacia futuras investigaciones, juzgamos que sería factible y beneficioso aplicar el protocolo de trazabilidad para todas las terminales ingenieriles de la universidad como así también hacerlo extensivo al resto de conceptos matemáticos que se son seleccionados para integrar el diseño curricular de las carreras de ingeniería.

Referencias

Cantoral, R. (2014). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. México: Gedisa.

Cáceres, P. (2003). Análisis cualitativo de contenido: una alternativa metodológica alcanzable. *Psicoperspectivas*, II (1), 53-81.

Pilshchikov, I. (2021). El esquema comunicativo de Roman Jakobson entre lenguas y continentes: historia cruzada del modelo teórico. Traducido del ruso por Anastasia Belousova y Sebastián Páramo. *Revista de Estudios Sociales*, 77, 2-20.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Sánchez, R. (2008). *Introducción a la Trazabilidad: un primer acercamiento para su comprensión e implementación*. Buenos Aires: El Escriba.

Schön, D. (1998). *La formación de profesionales reflexivos*. Barcelona: Paidós.

Tabares M. S., Arango, F. y Anaya, R. (2006). Una revisión de modelos y semánticas para la trazabilidad de requisitos. *Revista EIA, 6,* 33-42.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Competencias Específicas en Ingeniería Mecánica: abordaje desde la cátedra Cálculo Avanzado en la Facultad Regional Bahía Blanca de la UTN

Specific Competencies in Mechanical Engineering: approach from the Advanced Calculus chair at the Bahía Blanca Regional Faculty of the UTN

Presentación: 24/3/2024

Carlos Alberto Vera
Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMA) – Universidad Tencológica Nacional – Facultad Regional Bahía Blanca – Argentina
cvera@frbb.utn.edu.ar

Franco Ezequiel Dotti
Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMA) – Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Bahía Blanca – Argentina
cvera@frbb.utn.edu.ar

Juan Nicolás Virla
Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMA) – Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Bahía Blanca – Argentina
cvera@frbb.utn.edu.ar

Resumen

En el presente trabajo se describen las propuestas de desarrollo de competencias específicas de la carrera Ingeniería Mecánica desde la cátedra Cálculo Avanzado, perteneciente al 3° nivel de la carrera Ingeniería Mecánica. Tomando como base las competencias específicas establecidas en el diseño curricular de la carrera, Ordenanza 1901 del Consejo Superior de la UTN, se realizan propuestas de tributación para 4 (cuatro) competencias específicas de la carrera, en las que se detallan su descripción, desarrollo y aplicación. Se detalla también la metodología de desarrollo y tributación a través de los contenidos de la asignatura y su relación con el ejercicio profesional, considerando el nivel de tributación a cada competencia y su pertinencia.

Palabras clave: Competencias. Matemática. Ingeniería

Abstract

In this paper, we describe proposals for the development of specific competencies for the Mechanical Engineering program from the Advanced Calculus course, which belongs to the 3rd level of the Mechanical

Engineering program. Based on the specific competencies established in the curriculum design of the program, Ordinance 1901 of the UTN Superior Council, we make tax contribution proposals for 4 (four) specific competencies of the program, detailing their description, development, and application. We also detail the development methodology and tax contribution through the contents of the subject and its relationship with professional practice, considering the level of tax contribution to each competency and its relevance.

Keywords: Competencies. Mathematics. Engineeering.

Introducción

La carrera de Ingeniería Mecánica en la Universidad Tecnológica Nacional ha modificado su diseño curricular a través de la Ordenanza 1901 (Consejo Superior Universitario UTN, 2022) la que fue redactada en un acuerdo con la Resolución 1541 del Ministerio de Educación de la Nación (Resolución N° 1541del Ministerio de Educación de la República Argentina, 2021). En la mencionada ordenanza se definen los nuevos estándares, llamados de segunda generación para la acreditación de las carreras de ingeniería, que fueran elaborados previamente por el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI), publicados en el *Libro Rojo* (Consejo Federal de Decanos de Ingeniería - CONFEDI, 2018) y aprobada por el Consejo de Universidades durante el año 2019. En particular se destaca que el diseño curricular hace especial énfasis en la consolidación de un modelo de aprendizaje centrado en el estudiante, en la definición del enfoque de los programas de las carreras basados en competencias y descriptores de conocimiento, y en el abordaje de las competencias específicas y genéricas a las que tributa la carrera.

En esa dirección, desde la Secretaría Académica y en acuerdo con el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Facultad Regional Bahía Blanca de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN – FRBB) se acordaron las propuestas de tributación de competencias para cada asignatura tanto específicas como genéricas. En acuerdo a la matriz de tributación de la carrera definida previamente se acordaron también acciones de articulación interdisciplinar, y por sobre todo particularmente para la asignatura en cuestión, el abordaje de matemáticas contextualizadas a la carrera, desde un punto de vista práctico y conceptual y que derive en la utilización de las herramienta matemática para el ejercicio profesional. De manera similar, se acordaron también premisas de aprendizaje activo y utilización de TIC en el entorno formativo en pos de contribuir a la concepción de formación en carreras de ingeniería basada en competencias (Vera, 2021).

En el caso particular de la asignatura Cálculo Avanzado, asignatura del 3° nivel de de Ing. Mecánica, bloque Ciencias Básicas, (único espacio curricular del bloque que pertenece al departamento de carrera) se realiza la propuesta de planificación tomando como base la valoración de la matemática superior como una herramienta útil de modelado de problemas relacionados con la ingeniería mecánica, fomentando el planteo y resolución apropiados (Vera C. -D.-E., 2017). Así definido, la asignatura promueve la evidencia de íntimos contactos entre la matemática aplicada y la profesión, por ejemplo: el cálculo en variable compleja para la interpretación de señales (con las se deberá trabajar al introducirse en actividades de mantenimiento y monitoreo de equipos y estructuras), el Análisis de Fourier (para la solución de problemas de flujo de calor, vibraciones mecánicas, etc.), la Transformada de Laplace (para el estudio de sistemas lineales de control y automatización) y el Cálculo Numérico (para simulación y comprobación de resultados, tarea intrínsecamente relacionada con el ingeniero moderno).

Los temas se abordan desde un punto de vista práctico y conceptual, no entrando en mayores detalles respecto de teoremas y/o su justificación teórica, a través de ejemplos ilustrativos de su práctica en la ingeniería dando una clara percepción de cuál es el campo de acción de la matemática en la profesión: modelado, solución e interpretación de resultados. Para ello se agregan actividades prácticas que se deben resolver mediante la utilización de software de cálculo simbólico, así como también se propone

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

la participación activa de estudiantes en actividades en las que deben realizar mediciones con instrumental de laboratorio para realizar sus trabajos.

Bajo estas definiciones, la cátedra propone una planificación que contempla la tributación no solo a competencias genéricas, sino también a competencias específicas, considerando actividades de formación teóricas y prácticas que impacten en niveles de tributación elementales, pero por sobre todo tomando como base el perfil de egreso definido en la Ordenanza 1901 "*Quienes se gradúan en Ingeniería Mecánica son profesionales que deben contar con cualidades que los hacen capaces de diseñar, calcular, proyectar, dirigir y controlar la construcción y administración, implementar, poner y* mantener *en servicio, ensayar y medir sistemas mecánicos en general, tanto en productos como en procesos industriales, que incluyen aspectos térmicos, de fluidos, de almacenaje, de generación de energía, de automatización y de control (integrando a la mecánica el uso de software, aplicaciones informáticas y de dispositivos electrónicos necesarios), pudiendo validar y certificar el funcionamiento, condición de uso y estado o calidad de lo mencionado anteriormente*".

Desarrollo

El desafío de la asignatura es el de proponer las estrategias y la metodología acordes para la tributación a las competencias específicas de la carrera, considerando una mediación pedagógica que conlleve a la relación de éstas con el futuro ejercicio profesional y entendiendo que, ahora, es necesario desagregar los saberes en tres dimensiones: saber conocer, saber hacer y saber ser (Tobón, 2013.) (García, 2012). Para ello, previamente se justifican las competencias específicas tributadas en relación con el perfil de egreso, los alcances y las actividades reservadas. En particular se destaca que éstas son las que figuran en la matriz de tributación de la carrera, Ordenanza 1901, no obstante que las metodologías con acordadas en el seno del Consejo Departamental de la carrera. El detalle de las Competencias Específicas (CE) que se desarrollan en la asignatura, en acuerdo con la nomenclatura de la Ordenanza 1901, es el que se agrega, en el que también se describe la metodología de tributación.

<u>CE 1.1:</u> *Diseñar y desarrollar proyectos de máquinas, estructuras, instalaciones y sistemas mecánicos, térmicos y de fluidos mecánicos, sistemas de almacenaje de sólidos, líquidos y gases; dispositivos mecánicos en sistemas de generación de energía; y sistemas de automatización y control aplicando metodologías asociadas a los principios de cálculo, diseño y simulaciones para valorar y optimizar, con sentido crítico e innovador, responsabilidad profesional y compromiso social.*

<u>Tributación</u>: Se tributa a esta competencia a través de la modelación matemática de problemas elementales de la física matemática, que son de utilidad para el diseño y proyecto de estructuras, dispositivos de generación de energía y sistemas de automatización y control. Los conceptos impartidos en la asignatura prestan competencias elementales para estas actividades, introduciendo al futuro profesional con su actividad ingenieril. En ese sentido, se promueven teorías elementales para el cálculo y estudio de estructuras mecánicas, sistemas de automatización y control y estudios de fluidos. Tiene directa relación con la actividad reservada 1 (AR1).

<u>CE 1.2:</u> *Calcular e implementar tecnológicamente una alternativa de solución a lo antes mencionado, aplicando metodologías asociadas a los principios de cálculo, diseño y simulaciones para valorar y optimizar, con sentido crítico e innovador, responsabilidad profesional y compromiso social.*

Se tributa a la competencia desde tareas de simulaciones computacional, uso de técnicas matemáticas y aplicaciones de software de cálculo simbólico, como instrumentos de modelización y posterior implementación de alternativas de solución, cálculo y simulaciones de problemas básicos de la física matemática, que derivan en problemas de ingeniería en asignaturas de tecnologías aplicadas. Esta competencia tiene relación con la AR1.

<u>Metodología</u>: La metodología para las CE 1.1 y CE 1.2 incluye el trabajo con modelos de elementos estructurales tipo barra, ejes y viga (Zill & Cullen, 2012), problemas de pandeo de columnas y el cálculo de tensiones en recipientes de pared gruesa

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

sometidos a presión. Partiendo de formulaciones de la Teoría de la Elasticidad, se resuelven problemas mediante software de cálculo simbólico de ecuaciones diferenciales, de las que se indican algunos ejemplos:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{P}{EI}y=0 \quad (1); \qquad \sqrt{\frac{T}{\rho}}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2); \qquad \begin{cases} r^2\frac{d^2\sigma_r}{dr^2}+3r\frac{d\sigma_r}{dr}=0 \\ \frac{r}{2}\frac{d\sigma_r}{dr}+\sigma_r=\sigma_\theta \end{cases} \quad (3)$$

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \quad (4)$$

La ecuación (1) es la clásica ecuación que gobierna el pandeo de columnas esbeltas, la ecuación (2) modela el problema de la cuerda vibrante y la ecuación (3) el sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que modela el cálculo de tensiones radiales y transversales en recipientes esféricos de pared gruesa, mientras que la ecuación (4) gobierna el problema de vibraciones de vigas esbeltas (teorías de vigas Bernolli – Euler).

C.E.2.2: *Realizar la gestión del mantenimiento con sentido crítico, responsabilidad profesional y compromiso social.*

Se tributa a esta competencia desde el tema Análisis de Fourier. Las series, integrales y transformadas de Fourier son herramientas matemáticas con las que el Ing. Mecánico analiza señales en tiempo y en frecuencia, siendo esta teoría fundamental para tareas de mantenimiento [8 Glynn James]. El tratamiento especial de las señales periódicas y sus espectros (de amplitud, velocidad o aceleración según corresponda) dan la posibilidad de proponer acciones de mantenimiento en máquinas rotantes principalmente, permitiendo también predecir el comportamiento mecánico de éstas y de las estructuras que las soportan. La competencia está relacionada con la actividad reservada 2 (AR2).

Metodología: A esta competencia se la aborda desde el estudio de las Series y Transformadas de Fourier, mediante la resolución de problemas de vibraciones mecánicas en 1 o más grados de libertad. Partiendo de la clásica expresión de la Fórmula del Ángulo Fase de la serie trigonométrica

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}C_n Cos[n\omega t+\theta_n] \quad (5)$$

se plantean situaciones problemáticas, con *f(t)* arbitraria, que responden a la ecuación diferencial

$$my''+cy'+ky=f(t) \qquad (6)$$

Aquí, no solo se trabaja con la solución matemática clásica (6), sino que a través de (5) se solicita la construcción del espectro de la señal de excitación *f(t)*, el espectro de la de respuesta *y(t)*, al tiempo que se propone también la construcción de gráficos en los que se estudia la variación de la respuesta tomando como base la variación de coeficientes de amortiguación *(c)* y de elasticidad *(k)* del sistema. De esta manera, se obtienen gráficos del tipo de la Figura 1 y 2.

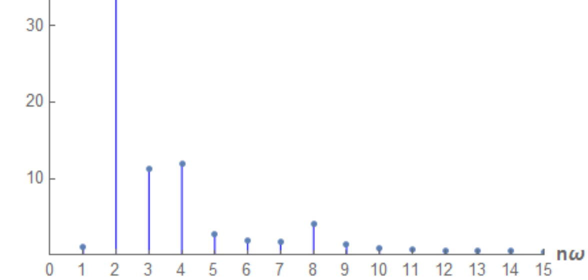


Figura 1. Espectro de una señal de excitación obtenido con Mathemática

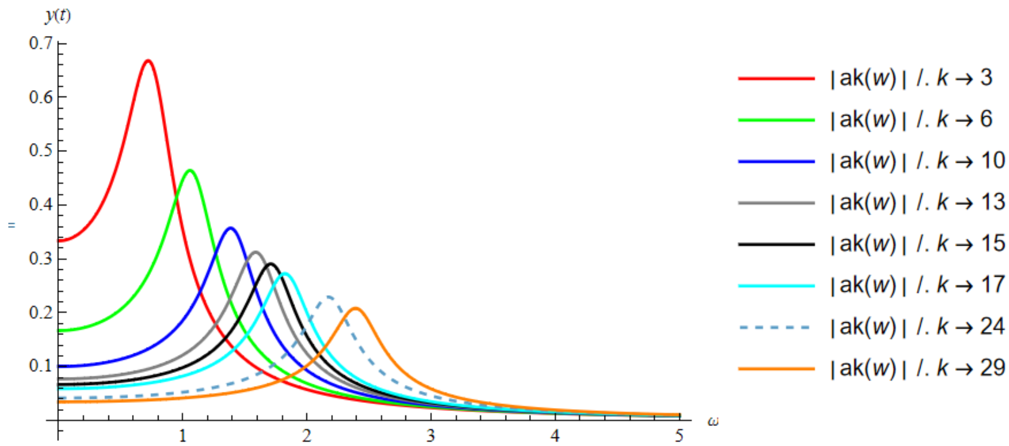


Figura 2. Respuesta en frecuencias para variaciones del parámetro *k*

En particular para esta competencia, la cátedra propone una actividad en la que estudiantes deben asistir al laboratorio la carrera de Ing. Mecánica y realizar la medición de datos en estructuras excitadas por fuerzas periódicas, para obtener espectros de vibración. Se obtienen en este caso gráficos como los que se indican en la Figura 3.

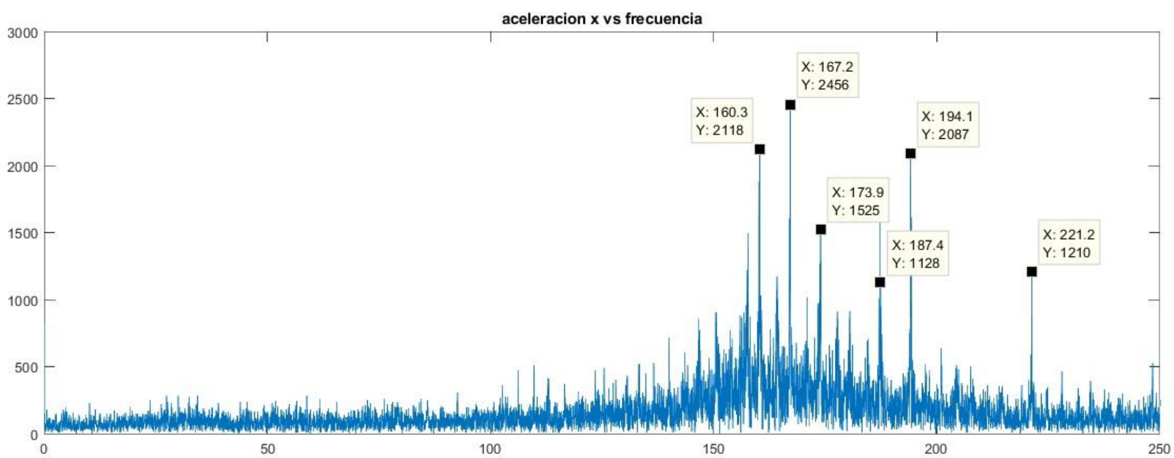


Figura 3. Espectro de aceleración obtenido en laboratorio y editado con MatLab.

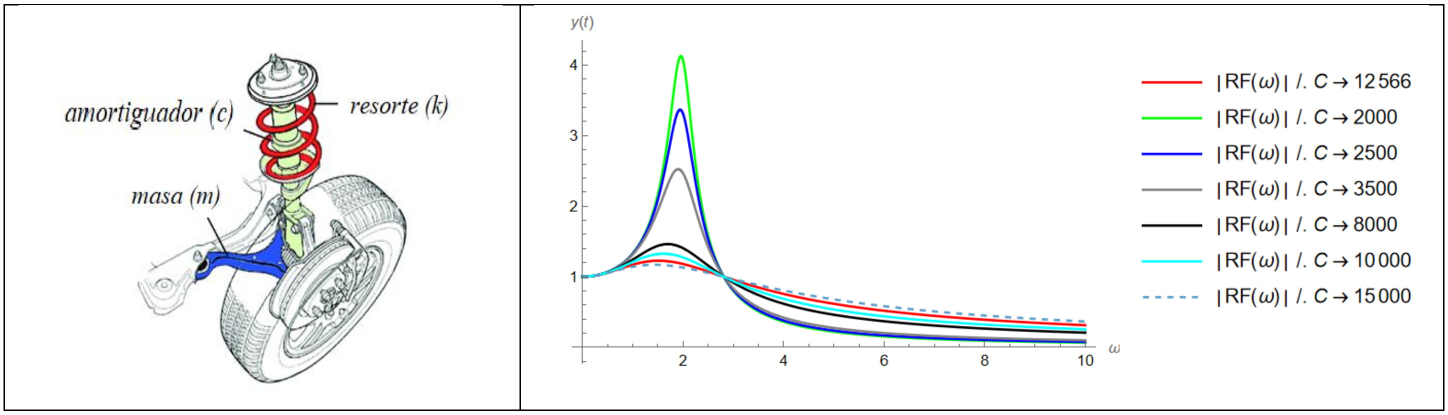
<u>CE 6.1</u>*: Comprender sobre sistemas robóticos, de automatización y control, incluyendo la programación (software) y los dispositivos físicos (hardware), aplicados a la Ingeniería Mecánica, empleando algoritmos numéricos, equipos de computación, tecnología de la información y comunicación.*

Se tributa desde el estudio de la Transformada de Laplace, teoría elemental de para el estudio de sistemas automáticos de control de procesos. En particular esta teoría otorga competencias que se relacionan con el AR1 y con el alcance 2 (AL2). Sabido es que la Transformada de Laplace es una herramienta de gran utilidad para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias, a coeficientes constantes de 1° y 2° orden, siendo éstas las que modelan, entre otras, sistemas de control para procesos de ingeniería.

<u>Metodología</u>: A esta competencia se la aborda desde la resolución de ecuaciones diferenciales que modelan sistemas control de lazo abierto, de 1° y 2° orden, en los que se pide la construcción de la respuesta en frecuencia para diferentes tipos de excitación normalizadas. Ejemplo de ello es el estudio del sistema de cuarto de vehículo, en el que se modela en 1 grado de libertad el

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

comportamiento del sistema de suspensión de un automóvil (Aparicio Izquierdo & Vera Álvarez, 2013). En este caso particular, dadas las características físicas de la suspensión, se trabaja con la obtención de curvas de respuesta en frecuencia (función transferencia) para diferentes valores del coeficiente de amortiguación (c), en los que se estudia y compara las respuestas obtenidas con las condiciones de vehículos de calle y competición, tal como se muestra en las Figuras 4 a, b.



Figuras 4 a, b. Modelo de cuarto de vehículo. Función Transferencia del problema para distintos valores de “c”

Conclusiones

En el presente trabajo se ha realizado una propuesta del desarrollo de Competencias Específicas (CE) de la carrera Ingeniería Mecánica, desde la cátedra Cálculo Avanzado, perteneciente al 3° nivel de esta, área Ciencias Básicas. Se indicaron de manera explícita tanto la forma de desarrollo de la tributación a la competencia, los contenidos desde los que se las aborda y la metodología de enseñanza propuesta. En esa dirección se destaca que la implementación y el abordaje de las competencias están sostenidos fuertemente en el uso de software de cálculo simbólico, en particular Mathematica y MatLab, así como también en experiencias de laboratorio. En ambos casos, estas experiencias requieren de la participación activa de las y los estudiantes que cursan la asignatura, al tiempo que también se requiere de un trabajo continuo en articulación con la cátedra.

Es de destacar también que el desarrollo de las competencias en general, suponen por sobre todo un ejercicio en el cual se deben desarrollar, a diferencia de lo que tradicionalmente se consideraba, ya no solo un saber (“saber conocer”) sino también el “saber hacer” y el “saber ser”. En ese sentido es importante considerar que la propuesta metodológica está ligada íntimamente, aunque de manera elemental, al ejercicio profesional de la carrera. Desde los conceptos de la física, la elasticidad, los sistemas de control, por ejemplo, se trabajan aquí la resolución de ecuaciones diferenciales, pero en las que no se pone énfasis en la solución matemática, sino en el comportamiento de la solución (respuesta) que se obtiene. También, una vez obtenida la solución, se solicita que se realicen nuevas iteraciones considerando variaciones de parámetros y de esa manera estudiar el comportamiento mecánico del sistema ante diferentes y complejas situaciones de estudio. En particular, para alguna de las actividades, también se acude al laboratorio para el relevamiento de datos que luego son contrastados con los modelos matemáticos obtenidos.

Esta metodología de trabajo permite a las y los estudiantes, una visión alternativa de los contenidos matemáticos, pero ahora en clara vinculación con temas que en otras asignaturas específicas desarrollan con mayor profundidad. En este sentido, se aprecia de manera positiva que las competencias aquí ejercitadas aportan satisfactoriamente a esa articulación.

Referencias

Aparicio Izquierdo, F., & Vera Álvarez, C. (2013). *Teoría de vehículos automóviles.* Madrid: DEXTRA Editorial.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Consejo Federal de Decanos de Ingeniería - CONFEDI. (2018). *Propuesta de Estándares de 2° Generación para Acreditación de Carreras de Ingeniería en la República Argentina.* Mar del Plata: Universidad FASTA Ediciones.

Consejo Superior Universitario UTN. (2022). *Ordenanza 1901 - Nuevo Diseño Curricular Carrera Ingeniería Mecánica.* Buenos Aires: Universidad Tecnológica Nacional.

García, S. T.-J.-J. (2012). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias.* México DF: Pearson Educación.

(2021). *Resolución N° 1541del Ministerio de Educación de la República Argentina.* Buenos Aires.

Tobón, S. (2013.). *Formación integral y competencias.* Bogotá. Colombia: Eco Ediciones.

Vera, C. -D.-E. (2017). La utilización de Mathematica como herramienta en la enseñanza del Cálculo en Ingeniería. *XX EMCI Nacional y XII Internacional. Santiago del Estero (Sgo. del Estero)|* (págs. 117 - 125). Santiago del Estero: Universidad de Santiago del Estero.

Vera, C. -D.-G. (2021). Aplicaciones de Transformada de Laplace a una Ecuación Diferencial: El caso del potenciales eléctricos del corazón. *EMCI 2021 - XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería* (págs. 83 - 91). Montevideo: Universidad Católica de Uruguay.

Zill, D., & Cullen, M. (2012). *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera.* México DF: CENGAGE Learning.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La Necesidad de Matemáticas en la Formación de Ingenieros/as

The Need for Mathematics in the Training of Engineers

Presentación: 25/03/2024

Pablo A. Beneyto,
Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste (Argentina)
pablo.a.beneyto@gmail.com

Milena M. Balbi
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste (Argentina)
milenabalbi@gmail.com

Claudia V. Beneyto
Departamento de Matemáticas ,Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste (Argentina)
beneytoclaudia@gmail.com

Marta B. V. Giraudo
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste (Argentina)
martabvgiraudo@gmail.com

Resumen

Un grupo de docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste, integrantes de un proyecto de investigación, detectaron la necesidad de vincular las matemáticas de los primeros años con las asignaturas tecnológicas superiores de la carrera. Paralelamente, con este proceso de investigación, se trabaja en cómo tributan a las competencias genéricas y a las de egreso. Surgen cuestionamientos sobre la cantidad de matemáticas necesarias en la formación de ingenieros, en un contexto de cambio curricular hacia un enfoque basado en competencias. Se debate si las matemáticas son simplemente herramientas o si implican un estudio más profundo de teorías y demostraciones. Se argumenta que las matemáticas no sólo son útiles en la profesión, sino que también desarrollan habilidades de pensamiento abstracto, análisis y síntesis. Se reconoce que la matemática es fundamental para formar ingenieros capaces de enfrentar la complejidad del mundo real y comprender otras disciplinas científicas.

Palabras clave: Ingeniería, Matemáticas, Competencias, Tributación

Abstract

A group of teachers at the Faculty of Engineering of the National University of the Northeast, members of a research project, detected the need to link early years mathematics with the higher technological subjects of the degree. In parallel, with this research process, work is being done on how generic competencies and graduation competencies are paid. Questions arise about the amount of mathematics necessary in the training of engineers, in a context of curricular change towards a competency-based approach. It is debated whether mathematics is simply tools or whether it involves a deeper study of theories and proofs. It is argued that mathematics is not only useful in the profession, but also develops skills of abstract thinking, analysis and synthesis.

It is recognized that mathematics is essential to train engineers capable of facing the complexity of the real world and understanding other scientific disciplines.

Keywords: Engineering, Mathematics, Skills, Taxation.

Introducción

Los docentes de las asignaturas matemáticas de las carreras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), observaron que los estudiantes manifiestan en las clases y en las encuestas, que les interesa conocer el "para qué" de cada concepto matemático desarrollado, también expresan la necesidad de trabajar con las aplicaciones a la Ingeniería de los temas estudiados. Por otro lado, docentes de materias tecnológicas superiores, analizaron que se necesita una matemática que sea útil para el desempeño en sus asignaturas y en la formación de los/as estudiantes, futuros/as ingenieros/as.

Esto motivó a investigar cómo se enseña, qué se da, cuánto se necesita y qué se evalúa en las matemáticas, como también qué matemáticas necesitan las materias superiores, con el objeto de crear puentes de comunicación, para acercar a los alumnos a las matemáticas aplicadas -en ejemplos, problemas y casos sencillos.

La presencia de la matemática en los primeros años de la carrera de ingeniería aparece como algo natural y a la vez cuestionado. Es, casi sin dudar, la disciplina con mayor carga horaria en las carreras universitarias de ingeniería.

Se escuchan muchas voces, tanto de docentes como de estudiantes, que la cuestionan: ***"¿por qué estudiar tanta matemática en la facultad?", "¿es necesario que todos los alumnos en ingeniería estudien tanta matemática?"***, como también "¿cuánta matemática se debe desarrollar en la formación del futuro/a ingeniero/a? Estas son preguntas, que se han planteado tanto estudiantes, como ingenieros/as que son docentes y profesionales.

Actualmente en pleno análisis y definición de la matriz de tributación, en el marco de un proceso de autoevaluación y cambio curricular hacia un modelo de formación por competencias en la Facultad de Ingeniería de la UNNE, se escuchan opiniones respecto de que las asignaturas matemáticas tributan de nulo a bajo al desarrollo de las competencias, argumentando que las matemáticas sólo son herramientas para ser utilizadas en la profesión. Este planteamiento genera nuevas preguntas: *¿sólo son herramientas?, ¿tienen que estudiar teoría, teoremas y demostraciones?, ¿sólo con ejercicios prácticos y problemas tipo es suficiente para cubrir las necesidades del/a ingeniero/a?,¿qué favorece el estudio y el hacer de la matemática?*

Parece que no es un tema menor, ya que estos cuestionamientos también se los plantearon, para el nivel medio, científicos didácticos de las matemáticas, como Yves Chevallard, didacta francés, en una conferencia titulada: "La sociedad frente a la cultura". Asimismo, han sido consideradas algunas ideas del libro: *Hacer matemática: el placer del sentido*, sin traducción al español, escrito por Bernard Charlot, Rudolph Bkouche y Nicolas Rouche.

Para responder a la pregunta de por qué enseñar matemática en la escuela, se han dado y se siguen dando distintas respuestas a la par que algunas objeciones a ellas. Siguiendo a los autores citados: Charlot, Bkouche y Rouche, una de las respuestas habituales es: "Hay que aprender matemáticas en la escuela porque las matemáticas son útiles en la vida".

Otra de las respuestas que se da es: "La matemática forma el espíritu, enseña a razonar y aporta rigor a tales razonamientos".

Guy Brousseau afirma que la Matemática no es el único lugar, pero sí uno privilegiado, para ejercitar la confrontación de ideas y la gestión de la verdad, donde se puede aprender a no dejarse convencer por la seducción o el carisma del otro, sino por la validez de sus argumentos.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Por otra parte, como señalan R. Charlot, R. Bkouche y N. Rouche, "¿no resulta, muchas veces, un poco absurdo razonar matemáticamente fuera del campo de los problemas matemáticos?". Además, afirman que la matemática provee una manera particular de pensar y producir conocimiento; es un sistema teórico que permite conocer la realidad de una cierta manera y eso tiene un valor formativo si se piensa a la escuela como distribuidora de cultura.

Como señala Jaim Etcheverry en una nota de análisis publicada en la revista de La Nación: "La importancia de enseñar matemática va más allá de lograr que los niños sepan hacer cálculos para desempeñarse en la vida diaria o para conseguir dinero. Con la matemática se aprende una manera de ver las cosas, de analizarlas, los números son lo de menos. El asunto es entender. Aprender a manipular esos conceptos abstractos nos permite entrever la abismal dimensión de nuestro propio misterio al advertir que cada uno de nosotros encierra, dentro de sí, posibilidades infinitas de crear originales universos eternos."

Las Matemáticas permiten el desarrollo de capacidades del pensamiento humano, tales como: Capacidad de abstracciones, generalizaciones, análisis, síntesis y toma de decisiones. Además, las matemáticas ayudan a descubrir los rasgos y propiedades esenciales del objeto o fenómeno que se estudia mediante conceptos matemáticos: datos, conjuntos, variables, funciones, relaciones y distribuciones algebraicas. Estas destrezas son obligatorias en alumnos y docentes de ingeniería. Desde luego que se debe de cumplir la formación integral de los alumnos, incluyendo los valores humanos, comunicación, deporte, cultura y otros indicadores de la escuela en cuestión (Ortega y Torres 2001; González et al.,2009).

Esta importancia es tanto o más relevante en la formación de Ingenieros/as como lo señala el CONFEDI (Consejo Federal de Decanos de Ingeniería) en la propia definición de Ingeniería: “Ingeniería es la profesión en la que el conocimiento de las ciencias matemáticas y naturales adquiridas mediante el estudio, la experiencia y la práctica, se emplea con buen juicio a fin de desarrollar modos en que se puedan utilizar, de manera óptima, materiales, conocimiento, y las fuerzas de la naturaleza en beneficio de la humanidad, en el contexto de condiciones éticas, físicas, económicas, ambientales, humanas, políticas, legales, históricas y culturales”.

¿Tantas preguntas, tantas dudas?

Son las que también nos interpelan como docentes universitarios, ya que estas cuestiones se repiten en este nivel, puntualmente, en la Facultad de Ingeniería de la UNNE. En el marco del proyecto de investigación PI 19 “Aplicaciones Ingenieriles De Los Temas Matemáticos Del Ciclo Básico De Las Carreras de Ingeniería De La UNNE En Contexto Regional”, se comenzaron a tender puentes entre las asignaturas de matemática del Ciclo Básico y las materias tecnológicas del Ciclo Superior, también.

Desarrollo

Esta presentación se basa en una metodología cualitativa, surge en el marco del plan de trabajo del proyecto de investigación mencionado, donde el primer paso, necesario y primordial, fue tomar conocimiento de los temas desarrollados en las asignaturas del ciclo superior, para conocer los conceptos de matemáticas que se emplean, y luego analizar los programas académicos de las mismas. Se realizaron entrevistas a docentes de esas materias superiores, donde se tomó conciencia del estado actual en que se encuentra el cuerpo docente, formado por ingenieros/as, respecto al pensamiento sobre la enseñanza y el desarrollo de asignaturas matemáticas en la Facultad de Ingeniería. También se suma el aporte de docentes que conforman la Subcomisión de Autoevaluación y Cambio Curricular de Ingeniería Civil, la de Mecánica y la de Electromecánica, cuya posición confirma esta mirada hacia las matemáticas como mera herramienta a utilizar por el/la futuro/a Ingeniero/a.

1. Sobre Competencias

Como expresa Balbi (Balbi, 2014:27-28): “Para insertarse en el ámbito laboral de una empresa ya no alcanza con dominar las tareas y actividades de una ocupación específica, sino que tiene que apuntar a desarrollar la capacidad de aprendizaje autónomo y dinámico. De allí que, son necesarias además de las competencias específicamente técnicas, las competencias básicas, que

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

demandan más capacidad de abstracción y pensamiento lógico, y las transversales que sirven de puente entre roles profesionales, que facilitan el aprendizaje y favorecen la adaptación".

El sistema de formación basado en competencias aparece como la respuesta más adecuada para la formación del/de la futuro/a ingeniero/a, garantiza la formación continua y junto con la posibilidad de certificar esas competencias, permite valorar y salvaguardar los saberes del trabajador, y en este caso del futuro/a ingeniero/a. Con la mirada puesta en forma permanente en que la formación no acentúe las diferencias dentro del sistema educativo, sino que por el contrario sea compensatoria y favorezca la movilidad social. CONFEDI afirma que: "La definición de Ingeniería y Práctica de la Ingeniería brindan la descripción conceptual de las características del graduado y constituyen la base para el análisis de las cuestiones atinentes a su formación. Esto lleva a la necesidad de proponer un currículo con un balance equilibrado de competencias y conocimientos académicos, científicos, tecnológicos y de gestión, con formación humanística".

1.1. Competencias genéricas

En el marco de un diseño curricular basado en la formación por competencias, se sabe que el desarrollo de éstas, en su conjunto, permite cubrir los descriptores genéricos transversales a la carrera, especificados en los estándares de acreditación, en los siguientes ítems se detallan las competencias tecnológicas y las sociales, políticas y actitudinales.

1.2. Competencias tecnológicas

CG1: Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería.

CG2: Concebir, diseñar y desarrollar proyectos de ingeniería (sistemas, componentes, productos o procesos).

CG3: Gestionar, planificar, ejecutar y controlar proyectos de ingeniería (sistemas, componentes, productos o procesos).

CG4: Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de aplicación en ingeniería.

CG5: Contribuir a la generación de desarrollos tecnológicos y/o innovaciones tecnológicas.

1.3. Competencias sociales, políticas y actitudinales

CG6: Desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.

CG7: Comunicarse con efectividad.

CG8: Actuar con ética, responsabilidad profesional y compromiso social, considerando el impacto económico, social y ambiental de su actividad en el contexto local y global.

CG9: Aprender en forma continua y autónoma.

CG10: Actuar con espíritu emprendedor.

Se recomienda a las cátedras tener en cuenta el desagregado propuesto por CONFEDI en el documento "Acuerdo de Competencias Genéricas". Esto resulta apropiado a los fines de interpretar correctamente las competencias asignadas y facilitar la elaboración de indicadores de desempeño para las mismas.

2. Análisis de la tributación de competencias genéricas

En esta presentación se realiza un análisis del tratamiento de las competencias, y cómo tributan las matemáticas de los primeros años en la formación del/a ingeniero/a, a las competencias de egreso. Se tomaron dos matrices de tributación, una de la Universidad de Córdoba, otra de la Universidad Nacional del Nordeste, y el análisis de una asignatura, Análisis Matemático II, ésta última se estudió a partir de un curso de posgrado. Se tendrá en cuenta la referencia para el Nivel de Aporte: Rosa: A(Alto); Verde: M(Medio); Celeste: B(Bajo).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

2.1. Universidad de Córdoba

ASIGNATURA	COMPETENCIAS GENÉRICAS (CG)									
	CG1	CG2	CG3	CG4	CG5	CG6	CG7	CG8	CG9	CG10
Análisis Matemático 2	A			A						

Tabla 1: Matriz de Tributación - Universidad de Córdoba

2.2. Universidad Nacional del Nordeste - Subcomisiones de Civil, Mecánica y Electromecánica

En el marco de la autoevaluación del plan de estudios, en miras hacia la formación por competencias, se realizaron reuniones para analizar la tributación de las asignaturas, para Análisis Matemático 2 se concluyó:

ASIGNATURA	COMPETENCIAS GENÉRICAS (CG)									
	CG1	CG2	CG3	CG4	CG5	CG6	CG7	CG8	CG9	CG10
Análisis Matemático 2	B			B		B	B			B

Tabla 2: Matriz de Tributación - Universidad Nacional del Nordeste

2.3. Análisis Matemático 2 (AM2) - Mirada hacia adentro de la asignatura

Considerando las características disciplinares de Análisis Matemático 2, así como las actividades de enseñanza que se realizan en ella, se establece una relación entre el aporte que hace, o podría hacer, a las Competencias Genéricas de Egreso. Para ello se realizó la siguiente Tabla, con docentes, de la asignatura:

ASIGNATURA	COMPETENCIAS GENÉRICAS (CG)									
	CG1	CG2	CG3	CG4	CG5	CG6	CG7	CG8	CG9	CG10
Análisis Matemático 2	M	B	B	M	B	A	A	A	A	A

Tabla 3 – Relación de las Competencias Genéricas con las características de su Asignatura.

Para determinar si una asignatura contribuye de manera significativa a una competencia específica, puede considerarse una variedad de indicadores que reflejen el grado de impacto de la asignatura en el desarrollo de la competencia, en este caso evaluamos el aporte de Análisis Matemático 2 de Facultad de Ingeniería de la UNNE.

Cobertura temática: evaluar si la asignatura aborda temas y conceptos relevantes para la competencia en cuestión. Un amplio espectro de temas indicaría una contribución significativa. La asignatura AM2, brinda conocimientos de Cálculo diferencial e integral de funciones de dos variables, Funciones vectoriales y Campos escalares y vectoriales, que son reconocidos como muy necesarios por las asignaturas Tecnológicas, como lo expresaron en entrevistas y encuestas al respecto en el marco del Proyecto de Investigación PI 019.

Profundidad de aprendizaje: una asignatura que explora los temas en profundidad y detalle probablemente contribuya en mayor grado al desarrollo. El desarrollo de los temas, en la materia que se analiza, pretende que la exploración sea profunda, relacionando distintos contextos como el físico y el geométrico para favorecer la adquisición de significado de los conceptos y procedimientos.

Aplicación práctica: observar si la asignatura ofrece oportunidades para aplicar los conocimientos teóricos en situaciones prácticas o casos reales; la aplicación práctica puede fortalecer significativamente el desarrollo de las competencias. Gracias a los

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

aportes de las materias tecnológicas y de investigaciones de los docentes, se proponen en cada tema de AM2, problemas propios de dichas asignaturas, para aumentar la motivación de los estudiantes y, desde primer año, mostrarles diferentes contextos de aplicación de un mismo concepto.

Desarrollo de habilidades específicas: identificar las habilidades específicas que se espera que los estudiantes adquieran como resultado de la asignatura, evaluando si contribuye de manera efectiva. En este caso se propone una actividad grupal integradora para relacionar conceptos trabajados durante todo el desarrollo de la materia.

Métodos de enseñanza y evaluación: observar los métodos y los criterios de evaluación; métodos activos de aprendizaje y evaluaciones auténticas pueden indicar una mayor contribución al desarrollo de la competencia. En AM2, los métodos activos de enseñanza empleados son la resolución de problemas, aula invertida, trabajo en grupos y clases dialogadas teóricos-prácticas. Se realizan auto y heteroevaluación, también la evaluación entre pares.

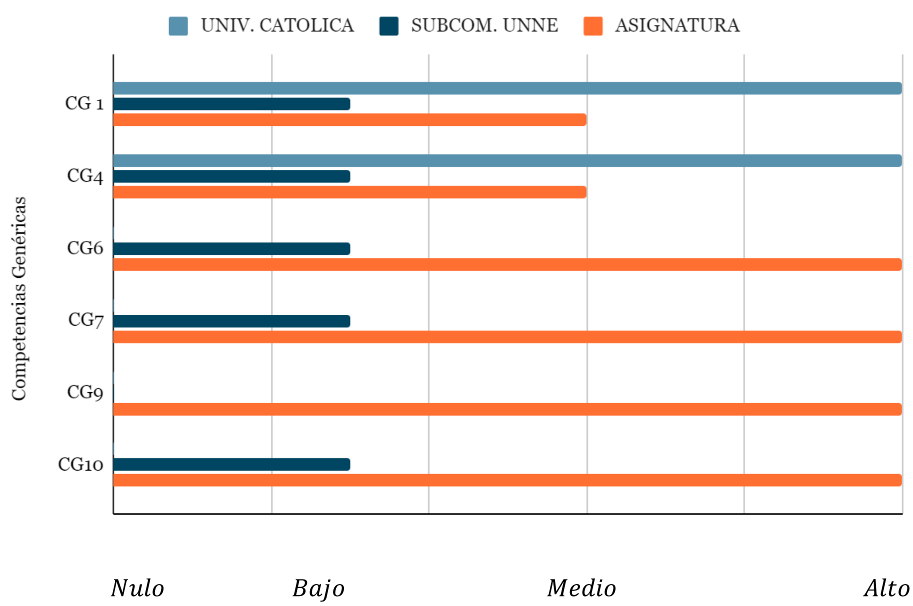


Gráfico 1: Comparación de las Tributaciones

Conclusiones

Analizando las tablas y el gráfico, presentados en el desarrollo de este trabajo, se observa la gran diferencia en las tributaciones de una misma asignatura. Para la formación de ingenieros/as se recomienda que cada asignatura realice una mirada reflexiva para analizar, puertas adentro, cómo se enseña y evalúa, la coherencia entre lo que se proyecta y planifica con lo que se hace, en base a la formación por competencias, transparentando las prácticas educativas/evaluativas. Se sugiere que, las comisiones y subcomisiones que trabajan para mejorar la enseñanza en cada institución, deben conocer las asignaturas y sus propuestas, adentrándose en las actividades, evaluaciones, programas y planificaciones.

Las matemáticas no deben ser utilizadas como mecanismo de selección, esto induce al error de ocultar el papel fundamental que desempeña esta disciplina en la formación de cualquier científico, incluyendo al ingeniero/a. Pero tampoco se debe reducir contenidos o pretender minimizar su importancia aunque haya opiniones que proclaman que el ingeniero de hoy es un administrador, ejecutivo comercial y jefe de proyectos. No es posible argumentar a favor de un empobrecimiento de la enseñanza de la Matemática, el docente debe bregar por un enriquecimiento de ella, de modo que el futuro ingeniero pueda enfrentar eficazmente la complejidad del mundo real. Es de constante debate el lugar que debe ocupar la Matemática en la formación del

Ingeniero contemporáneo. Ella es necesaria para que el estudiante de Ingeniería pueda llegar a comprender las otras ciencias, al tiempo que brinda técnicas y métodos esenciales para aprender a razonar con rigor y precisión, lo que obviamente forma parte del ser ingeniero (Dujet,2005)

La evaluación de conocimientos sobre Matemática que adquieren los estudiantes de Ingeniería no finaliza en los cursos del ciclo básico. Cumple en un todo de acuerdo con la idea ya citada de Álvarez Méndez, ya que permite educar y aprender, y muchas veces su valoración definitiva se da en instancias superiores.

Un/a ingeniero/a debe ser desarrollador de proyectos eficaces, que actúen dentro de un contexto socio-económico determinado. Para realizarlos, entran en juego sus conocimientos y competencias científicas y tecnológicas, habilidades maduradas en base a saber, saber hacer y saber ser. Para formar a ese profesional es indispensable la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Referencias

Balbi, M. M. (2014). “Enseñanza por Competencias y su ambiente de trabajo, para el ingreso a 1º año en la Facultad de Ingeniería de la UNNE”. Tesis (para optar al Título de Magister en Enseñanza de la Matemática), Universidad Nacional del Nordeste, Sáenz Peña, Argentina.

Bkouche, R; Charlot B.; Rouche N. (1991), Faire des mathématiques: le plaisir du sens, Armand Colin Editeur, París, Francia.

Brousseau, Guy (1986), “Teorización de los fenómenos de enseñanza de la matemática”, tesis presentada en la Universidad de Bordeaux para obtener el grado de Doctor de Estado en Ciencias. Francia.

Chevallard, Yves (1992), "La societé face à la culture", Education Nº 281, Francia.

CONFEDI (2018). Propuesta de Estándares de Segunda Generación Para la Acreditación de Carreras de Ingeniería en la República Argentina (LIBRO ROJO DE CONFEDI). Argentina.

Jaim Etcheverry, Guillermo (1999); Nota de análisis publicada en la revista de La Nación. Argentina.

Rodríguez Nuñez Rubén y otros (2009) Enseñar Matemática en las carreras de Ingeniería. Algunas recomendaciones. Educar. Publicación Educativa. Secretaría de Educación. Jalisco Quinta época. Núm 51. México.

Sampieri, R.H. y otros (2006); “Metodología de la Investigación”, en:http://187.191.86.244/rceis/registro/Metodolog%C3%ADa%20de%20la%20Investigaci%C3%B3n%20SAMPIERI.pdf

Eje 5:

Investigación en Educación Matemática. Aspectos teóricos y conceptuales de la Educación Matemática

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Modelo explicativo del rendimiento matemático

Explanatory model of mathematical performance

Presentación: 21/03/2024

Antonio Humberto Closas
Facultad Regional Resistencia, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina
hclosas@hotmail.com

Edgardo Alberto Arriola
Facultad Regional Resistencia, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina
earriola2006@yahoo.com.ar

Mariela Rosana Amarilla
Facultad Regional Resistencia, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina
prof.mariela@live.com.ar

Ethel Carina Jovanovich
Facultad Regional Resistencia, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina
carijovanovich@yahoo.com.ar

Resumen

El objetivo del presente trabajo consiste en proponer un modelo estadístico que permita explicar de qué manera se relacionan ciertas variables personales y contextuales con el rendimiento académico de estudiantes de Ingeniería, en el ámbito de una asignatura del área de Matemática. La muestra utilizada en el estudio estuvo compuesta por jóvenes que se encontraban matriculados en primer año de distintas carreras que se imparten en la Regional Resistencia de la Universidad Tecnológica Nacional. El diseño metodológico es de tipo explicativo, corte transversal, línea cuantitativa y perfil correlacional. En la fase empírica fue posible contrastar que el modelo propuesto se ajusta a la realidad objeto de estudio y resulta de utilidad para explicar los datos, así como para clasificar el rendimiento matemático de nuevos individuos en los grupos de pertenencia definidos a priori.

Palabras clave: Factores personales y contextuales, Análisis discriminante, Área de Matemática, Estudiantes universitarios.

Abstract

The aim of this study is to propose a statistical model to explain how certain personal and contextual variables are related to the academic performance of engineering students in the area of mathematics. The sample used in the study was made up of young people who were enrolled in the first year of different degree courses taught at the Resistencia Regional Faculty of the National Technological University. The methodological design is explanatory, cross-sectional, quantitative and correlational. In the empirical phase, it was possible to verify that the proposed model fits the reality under study and is useful to explain the data, as well as to classify the mathematical performance of new individuals in the a priori defined groups.

Keywords: Personal and contextual factors, Discriminant analysis, Mathematics area, University students.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

La adaptación de los estudiantes a las exigencias curriculares que demanda el nivel universitario, tanto en Matemática como en otras áreas disciplinares, es una de las dificultades que se presentan en el inicio de la etapa académica.

Al problema de los altos índices de desaprobación, se le suma el hecho de que los jóvenes tampoco realizan actividades que les permitirían lograr aprendizajes acordes a las circunstancias, todo lo cual genera que muchos de ellos decidan abandonan los estudios iniciados o elijan cambiar de carrera, con la lógica preocupación de los demás integrantes de la comunidad educativa (docentes, directivos y padres).

El escenario que se origina debido a los bajos resultados educativos claramente conlleva un importante costo social y económico tanto para la familia como para el Estado; lo cual es muy relevante, puesto que la educación constituye un sector estratégico que incide directa e invariablemente en el progreso de la sociedad y representa uno de los pilares principales para el desarrollo de cualquier Nación.

De acuerdo con Delors (1997), el bajo rendimiento educativo es un fenómeno tan preocupante en el plano humano, moral y social que muy a menudo ocasiona exclusiones que estarán presentes en los jóvenes durante toda su vida. Por el contrario, la efectividad en el proceso educativo es un factor de bienestar a distintos niveles, propicia el crecimiento de los países, la viabilidad de las instituciones educativas, como también la prosperidad social y personal.

Respecto de la contribución que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática realiza en procura de alcanzar un correcto desempeño académico general subyace implícitamente, dado que la incorporación progresiva de ciertas destrezas y competencias permiten potenciar algunas habilidades y llevar adelante razonamientos ordenados que, usados de manera reflexiva, dan lugar a seleccionar decisiones óptimas en diversas disciplinas y circunstancias.

Las cualidades asociadas con aspectos aptitudinales, unidas a la consecución de una serie de nociones teóricas y de aplicaciones, derivadas de un buen aprovechamiento académico en Matemática, facilitan la disposición de un conjunto de recursos de indiscutible importancia tanto en el ámbito de los estudios ingenieriles, como en el de otros campos disciplinares.

Si bien la literatura asociada con el rendimiento de los estudiantes refleja la existencia de diversas variables de índole personal o individual que, de un modo u otro, participan y lo generan, existen otras variables de tipo contextual o ambiental que deberían tenerse en cuenta a efectos de conformar un conjunto de determinantes que permitan esclarecer mediante un enfoque integral las razones que ocasionan el desempeño académico.

En efecto, en un interesante trabajo, Pintrich (1994) aboga por la necesidad de desarrollar modelos holísticos y de llevar a cabo investigaciones empíricas en las que explícitamente se estudien las interacciones e interrelaciones entre los distintos componentes que participan.

En esta misma línea, Nortes (1993) sostiene que considerar únicamente variables atinentes al estudiante en el análisis del rendimiento, es solo una verdad a medias, se debe tener en cuenta, además, aquellas que dependen del entorno; es decir, de los factores de integración social e institucional, tanto en su vertiente familiar como educativa.

En este marco, el objetivo principal del presente estudio consiste en proponer un modelo, elaborado mediante la técnica estadística denominada análisis discriminante, que explique de qué manera se relacionan ciertas variables personales y contextuales con el rendimiento académico de estudiantes de Ingeniería, en el ámbito de una asignatura del área de Matemática.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

En esta investigación, se presenta un modelo funcional múltiple que previamente ha sido contrastado en forma empírica. El análisis de datos y la estimación de coeficientes e indicadores estadísticos que permitirán plantear la representación algebraica fue posible en virtud del trabajo de campo (aplicación de test y cuestionarios *ad hoc*) que tuvo lugar en el marco de la asignatura Análisis Matemático I (AMI). Esta materia es común a las carreras de Ingeniería (Sistemas de Información -ISI-, Electromecánica -IEM- y Química -IQ-) que se desarrollan en la Facultad Regional Resistencia (FRRe) de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN).

El análisis discriminante es una técnica de dependencia que permite reconocer funciones capaces de separar dos o más grupos de individuos (variable dependiente: no métrica, de tipo categórica), tomando como base un conjunto de medidas sobre los mismos representadas por una serie de variables (independientes: métricas). Dichas funciones discriminan o identifican grupos, definidos por medio de la variable dependiente (en este estudio, el rendimiento matemático). Básicamente se trata de un procedimiento de reducción y clasificación de datos que indica cuando uno individuo debe pertenecer a un grupo o al otro definido a priori (en nuestro caso, aprobados y desaprobados).

En vista de lo que antecede y en atención al objetivo propuesto, en la fase empírica de esta investigación, serán dos las variables que formarán parte del factor explicativo personal: a) el *autoconcepto académico*, y b) las *estrategias de aprendizaje*. A su vez, las variables que integrarán el factor explicativo contextual serán: c) ciertos *aspectos sociofamiliares*, y d) algunas cuestiones institucionales educativas como el *clima de clase*. En tanto que, la variable dependiente del modelo discriminante que más adelante se pondrá a consideración será el *rendimiento académico* en el marco de la asignatura AMI.

Se detalla a continuación el proceso metodológico implementado (participantes, diseño, procedimiento, instrumentos, análisis de datos). Más adelante, se ofrecen los resultados obtenidos, su discusión y finalmente las conclusiones a las que se arribaron.

Desarrollo

Participantes: La muestra estuvo compuesta por 5 grupos-clase (2 de ISI, 2 de IEM y 1 de IQ) de la asignatura AMI, los que totalizaron 142 jóvenes (45 mujeres, 31.69% y 97 hombres, 68.31%), pertenecientes a las tres carreras de Ingeniería que se imparten en la FRRe-UTN. La edad media de los estudiantes que respondieron la encuesta fue de 19.75 años ($DE = 1.42$).

El procedimiento utilizado para extraer la muestra consistió en la combinación de tres métodos: a) estratificado, b) por conglomerados, y c) aleatorio simple. El primer método fue de utilidad para definir las especialidades de Ingeniería que participarían en la investigación, el segundo a efectos de asumir que los clústeres estarían conformados por grupos-clase, y el tercero en razón de que estos últimos (también llamados comisiones de estudio) pudieran ser elegidos al azar.

Diseño: Los criterios de clasificación y los métodos de investigación que identifican a este trabajo, son los siguientes.

- Dado que el estudio está basado en las respuestas que se brindan al tema objeto de consulta tal como se presenta en su contexto real y en una única instancia, esta investigación es de naturaleza *no experimental* y de corte *transversal*.
- Teniendo presente el objetivo que se pretende conseguir y el modo de reunir la información, este estudio es de tipo *explicativo* mediante encuesta en trabajo de campo.
- En atención a las características de los instrumentos de medición que se aplican, en este trabajo se utilizan *test* y *cuestionarios*.
- Si se tiene en cuenta la forma en que se analizan los datos, el interés por estudiar las asociaciones entre las variables que participan y la manera de relacionarlas mediante el modelado estadístico, el diseño metodológico

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

es de línea *cuantitativa*, estilo *funcional* y perfil *correlacional*.

Procedimiento: La aplicación del test y de los cuestionarios la efectuaron los docentes responsables de cada uno de los cinco clústeres que integran la muestra, al comienzo de la clase y durante un intervalo promedio de 20 minutos. Concluido el trabajo de campo propiamente dicho y el ordenamiento de la información obtenida, se procedió a la construcción de la matriz de datos en formato electrónico (en esta primera instancia se utilizó el programa MS Excel), así como a su posterior control estadístico general mediante el paquete IBM SPSS Statistics 26 (George y Mallery, 2020).

Instrumentos: Con el objeto de reunir los datos de las variables explicativas, en este estudio se utilizó un instrumento de medida conformado por: a) la *dimensión académica* del test Autoconcepto Forma 5 (AF5), elaborado por García y Musitu (2014), y b) tres cuestionarios diseñados especialmente para esta ocasión. El primero de ellos se empleó en la medición de la variable personal (de tipo cognitiva) *estrategias de aprendizaje en Matemática*, el segundo para evaluar la variable contextual (de perspectiva macrosociológica) *aspectos sociofamiliares*, y el tercero con la intención de medir la otra variable de contexto (de carácter educacional) *elementos del clima de clase* (véase Anexo).

Los datos de la variable dependiente, o por modelar, estuvieron conformados por el promedio de las notas alcanzadas por los alumnos encuestados en tres instancias de evaluaciones parciales escritas teórico-prácticas, relativas al actual régimen de promoción y modalidad de cursado de la asignatura AMI.

Cada uno de los instrumentos que se emplearon para recoger los datos de las variables explicativas (fuentes de información primaria) fueron evaluados inicialmente en forma cualitativa por un equipo de profesores del Área de Matemática del Departamento de Materias Básicas (FRRe–UTN), respecto de dos aspectos característicos en este tipo análisis: a) *indicadores de validez subjetivos o individuales*, y b) *indicadores de validez factorial o estructural*.

Luego de aplicar las encuestas y elaborar la base de datos en formato electrónico, se realizaron análisis estadísticos descriptivos (*ítems*, *puntuación*, *media* y *desviación estándar*) y del área de la psicometría, *consistencia interna* mediante los coeficiente *alfa de Cronbach* (Cronbach, 1951) y *omega de McDonald* (McDonald, 1970), junto con sus respectivos intervalos de confianza al 95%; lo segundo con el objeto de ponderar la fiabilidad (cuantía en que las medidas de las pruebas están libres de errores casuales o aleatorios) de los instrumentos utilizados (véase Tabla 1).

Respecto de la estimación puntual de los coeficientes α y ω, se puede señalar que todos se encuentran por encima del valor .60, considerado suficiente en primeras fases de la investigación o estudios exploratorios (Huh, Delorme y Reid, 2006; Nunnally, 1978), así como aceptable en instrumentos de medida con menos de 10 ítems (Loewenthal, 1996). Los valores de α y ω fueron calculados mediante el software JASP Team (2023).

En líneas generales, en virtud de la revisión cualitativa y del análisis de fiabilidad basado en las estimaciones obtenidas de los coeficientes α y ω, puede afirmarse que las pruebas analizadas poseen un desempeño psicométrico adecuado en el contexto de esta investigación.

Instrumento	Descriptivos				Fiabilidad					
	Ítems	Puntuación	*Media*	*DE*	*α de Cronbach*	IC al 95% LI	LS	*ω de McDonald*	IC al 95% LI	LS
Autoconcepto académico	6	Mín. = 0.10 Máx. = 8.92	5.03	2.06	.90	.87	.92	.91	.88	.93
Estrategias de aprendizaje	4	Mín. = 1.50 Máx. = 5.00	3.38	0.60	.65	.51	.77	.66	.53	.79
Aspectos sociofamiliares	3	Mín. = 1.00 Máx. = 5.00	2.89	0.91	.78	.66	.87	.83	.74	.93
Elementos del clima de clase	3	Mín. = 1.67 Máx. = 5.00	3.85	0.62	.61	.45	.75	.66	.51	.82

Tabla 1. Estadísticos descriptivos y de fiabilidad de los instrumentos utilizados.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Análisis de datos: A efectos de lograr el principal objetivo de esta investigación se implementaron estudios cuantitativos que pertenecen al área de la estadística multivariante. En particular, en el contexto de las técnicas explicativas o de dependencia, como fuera anticipado, se ha elegido el análisis discriminante.

Mediante la aplicación de esta técnica, se pretende analizar de qué manera las variables independientes que participan en el estudio contribuyen a discriminar a los sujetos de la muestra en los dos grupos establecidos de antemano (rendimiento matemático aprobado o desaprobado). La expresión funcional del análisis discriminante que permite diferenciar los datos es la que se observa en la siguiente ecuación:

$$D = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_i X_i + \ldots + \beta_p X_p \quad (1)$$

Esta función discriminante se utiliza en caso que los coeficientes que se obtengan (β_i), luego de analizar los datos, sean no estandarizados. De lo contrario (coeficientes estandarizados), debe emplearse una expresión similar (ecuación 1), pero sin el término constante (β_0).

Resultados y Discusión

Esta sección se inicia con la presentación de los resultados de ANOVAs univariados (Tabla 2), para las cuatro variables predictoras de este estudio. En la tabla mencionada, a continuación de lambda (λ) de Wilks, se encuentra el estadístico de prueba F de Fisher, junto con su grado de significación, a través del cual fue posible contrastar la hipótesis nula de igualdad de medias entre los grupos de la variable rendimiento matemático.

Variable	λ de Wilks	F	Valor p
Autoconcepto académico	.88	17.74	.00
Estrategias de aprendizaje	.89	16.63	.00
Aspectos sociofamiliares	.94	7.86	.01
Elementos del clima de clase	.97	4.12	.04

Tabla 2. Prueba de igualdad de medias entre grupos.

Se puede ver que para un nivel de significación $\alpha = .05$, las cuatro variables independientes analizadas permiten rechazar la hipótesis nula. Cada una de ellas indica que existe diferencia significativa entre los dos grupos de alumnos, aprobados y desaprobados, que forman parte de la muestra (en todos los casos el estadístico F tiene asociado un valor $p < .05$).

Test de homocedasticidad del modelo: se utilizó el estadístico M de Box = 8.87, a efectos de contrastar la hipótesis nula (H_0) de que las matrices de covarianzas para cada grupo de la variable dependiente proceden de la misma población. En este caso con una $F = .85$ y un grado de significación $p = .58$, es claro que no existen evidencias suficientes para rechazar la H_0, por lo cual se concluye que ambos grupos de alumnos (aprobados y desaprobados) presentan la misma variabilidad, uno de los supuestos en los que se fundamenta la técnica, junto con la independencia de las observaciones y la normalidad multivariante de las variables discriminantes.

Contraste de significación global: la prueba λ de Wilks permite determinar si el modelo que se propone es válido. Para ello se calculó $\lambda = .78$ y su valor transformado $\chi^2 = 33.28$, que tiene asociado un grado de significación $p = .00$, por lo que se puede rechazar la hipótesis nula de que los grupos comparados tienen promedios iguales en el conjunto de las cuatro variables discriminantes. Se puede asumir que, con un nivel de confianza del 95%, el modelo posee validez estadística, debido a que el valor p resultó menor que .05.

Coeficientes: Se observa (Tabla 3), para las cuatro variables predictoras, la media por separado para el grupo de aprobados, $n_1 = 39$, y desaprobados, $n_2 = 103$, así como la magnitud de los *coeficientes no estandarizados* de la función discriminante.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Variable	V_1 = Autoconcepto académico	V_2 = Estrategias de aprendizaje	V_3 = Aspectos sociofamiliares	V_4 = Elementos del clima de clase
Aprobados	6.14	3.69	3.13	3.72
Desaprobados	4.61	3.26	2.79	3.89
Magnitud	.33	.83	.41	–.90

Tabla 3. Valores medios y coeficientes no estandarizados de la función discriminante.

En caso de utilizar los coeficientes no estandarizados, la función discriminante (Aprobados –A–, Desaprobados –D–) resultará como se muestra en la ecuación 2 (advertir la presencia del término constante $\beta_0 = -2.18$):

$$D_{\text{A-D}} = -2.18 + .33\,V_1 + .83\,V_2 + .41\,V_3 - .90\,V_4 \tag{2}$$

El signo positivo del coeficiente de las variables discriminantes V_1, V_2 y V_3, significa que los alumnos con buen rendimiento matemático han optado por seleccionar valores medios o altos a la hora de responder los ítems que respectivamente las conforman. Por el contrario, el signo negativo del coeficiente de V_4 ($\beta_4 = -.90$) está indicando que los estudiantes con buen desempeño cognitivo en Matemática puntuaron bajo las respuestas a los ítems que integran esta variable latente.

Centroides: La evaluación de la ecuación 2 en los valores medio de cada variable exógena en los grupos A y D (según se sabe, definidos a priori en la variable *Rendimiento matemático*), dará la posibilidad de obtener la ubicación de los respectivos *centroides* (cabe señalar que el programa SPSS brinda estos valores, aunque igualmente se realiza la explicación a efectos de mostrar una interesante utilidad de los coeficientes no estandarizados).

Se observa que para el grupo de alumnos *aprobados* (ecuación 3) se obtiene, en promedio, una puntuación positiva en la función discriminante ($D_{\text{A}} = .84$), mientras que en el grupo de estudiantes *desaprobados* (ecuación 4) se obtiene una puntuación media negativa ($D_{\text{D}} = -.32$).

$$D_{\text{A}} = -2.18 + .33{\times}6.14 + .83{\times}3.69 + .41{\times}3.13 - .90{\times}3.72 = .84 \tag{3}$$

$$D_{\text{D}} = -2.18 + .33{\times}4.61 + .83{\times}3.26 + .41{\times}2.79 - .90{\times}3.89 = -.32 \tag{4}$$

Los centroides resultan de gran utilidad para interpretar los valores de la función discriminante. Así, p. ej., si se desconociera el rendimiento académico de un alumno, pero se dispone de los datos de las variables independientes, se podría calcular la puntuación discriminante por medio de la ecuación 2 (finalidad predictiva del modelo discriminante). Posteriormente, a partir del valor que se obtenga, se procedería a clasificar o asignar el individuo al grupo de cuyo centroide se encuentre más próximo.

Clasificación: Si bien hasta el momento se ha logrado proponer el modelo discriminante objeto de esta investigación (ecuación 2), así como interpretar –a partir del signo de los respectivos coeficientes– la elección de las respuestas de los sujetos a las preguntas que habían sido planteadas; la mayor utilidad de una función discriminante radica en su capacidad para clasificar distintos casos.

De hecho, se podría emplear la ecuación discriminante (2) y los centroides para efectuar una clasificación de las mismas observaciones utilizadas para estimar los coeficientes de la función (finalidad explicativa del modelo).

Así pues, con el propósito de contrastar el grado de eficacia de la función canónica discriminante desde el punto de vista de la clasificación, se presenta la Tabla 4. En ella es posible distinguir el número de sujetos correcta e incorrectamente clasificados mediante el procedimiento previamente referido. La regla de clasificación que ofrece SPSS

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

discrimina sin error 124 estudiantes (28 aprobados y 96 desaprobados, se encuentran sobre la diagonal principal de la tabla), que sobre el total de 142 sujetos representan el 87.32%.

Rendimiento matemático	Aprobados	Desaprobados	Total
Aprobados	28 (71.79 %)	11 (28.21 %)	39 (100 %)
Desaprobados	07 (06.80 %)	96 (93.20 %)	103 (100 %)

Tabla 4. Resultados de la clasificación.

En virtud de los valores alcanzados, se puede sostener que el procedimiento global (función discriminante + regla de clasificación) posee una eficacia correcta.

Conclusiones

Lo primero que se debe señalar es que la técnica estadística aplicada, del área de análisis multivariante, ha permitido lograr el objetivo planteado; esto es, elaborar un modelo con capacidad adecuada para *discriminar* cuándo los sujetos deben pertenecer a un grupo o al otro (aprobados y desaprobados, definidos de antemano por medio de la variable dependiente), a partir de un conjunto de medidas sobre los individuos (representadas por una serie de variables independientes de tipo personales y contextuales).

Desde el punto de vista de los resultados alcanzados, las variables personales V_1 = *Autoconcepto académico* y V_2 = *Estrategias de aprendizaje*, unidas a la variable contextual V_3 = *Aspectos sociofamiliares*, en atención a los coeficientes positivos que poseen, indican que aquellos estudiantes con buen rendimiento en la asignatura AMI eligieron valores medios o altos en cada uno de estos predictores. Por el contrario, el signo negativo en el coeficiente de la variable V_4 = *Elementos del clima de clase*, estaría señalando que los alumnos con buen rendimiento matemático optaron por puntuaciones bajas para este determinante. Sin embargo, en forma individual y en conjunto, todas estas variables fueron contrastadas de manera empírica, a través de los estadísticos F de Fisher y χ^2 de Pearson, respectivamente, resultando de utilidad para explicar o predecir los resultados académicos en el contexto de este estudio.

Es necesario tener presente que los datos con los que se llevó a cabo esta investigación pertenecen a estudiantes matriculados en una materia determinada, que integra el plan de estudio de ciertas carreras que se ofrecen en un centro académico específico. Debido a ello, no sería conveniente extender o extrapolar los resultados y conclusiones logradas a otras poblaciones educativas no representadas en la muestra que permitió desarrollar el presente estudio.

No obstante, se considera que la metodología implementada y la aplicación de la técnica análisis discriminante fueron decisiones correctas y un paso adelante en el estudio de la problemática abordada, así como un aporte a la comunidad académica y científica de la región nordeste de Argentina. También, se estima que este trabajo puede servir como referencia para futuras investigaciones, quizás con los matices que el contexto demande, las que sin duda serán de utilidad para enriquecer el modelo funcional que en este desarrollo ha sido propuesto.

Referencias

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika, 16*, 297-334.

Delors, J. (1997). *La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI*. Ediciones UNESCO.

García, F. y Musitu, G. (2014). *AF5. Autoconcepto Forma 5* (4a ed.). TEA.

George, D. y Mallery, P. (2020). *IBM SPSS Statistics 26 Step by Step* (16th ed.). Routledge.

Huh, J., Delorme, D. E. y Reid, L. N. (2006). Perceived third-person effects and consumer attitudes on preventing and banning DTC advertising. *Journal of Consumer Affairs, 40*, 90.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

JASP Team (2023). JASP (Version 0.17.2.1) [Computer software]. https://jasp-stats.org/

Loewenthal, K. M. (1996). *An introduction to psychological tests and scales.* UCL Press Limited.

McDonald, R. P. (1970). Theoretical foundations of principal factor analysis, canonical factor analysis, and alpha factor analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *23*(1),1-21.

Nortes, A. (1993). *Un modelo de evaluación diagnóstica en Matemáticas.* Publicaciones Universidad de Murcia.

Nunnally, J. C. (1978). *Psychometric Theory* (2nd ed.). McGraw-Hill.

Pintrich, P. R. (1994). Continuities and discontinuities: Future directions for research in educational psychology. *Educational Psychologist*, *29*(3), 137-148.

Anexo

Test Autoconcepto Académico (AF5)

1. Hago bien los trabajos académicos
2. Mis profesores me consideran un buen estudiante
3. Trabajo mucho en clase
4. Mis profesores me estiman
5. Soy un buen estudiante
6. Mis profesores me consideran inteligente y trabajador

Rtas.: Desde 01 (nada de acuerdo) hasta 99 (muy de acuerdo)

Cuestionario Estrategias de Aprendizaje

1. Cuando realizo la lectura de contenidos no tengo dificultades para comprenderlos y luego planificar el estudio del tema.
2. Antes de ponerme a trabajar sobre una tarea analizo sus características y demandas.
3. Si tengo que hacer una tarea y no me sale a la primera, lo intento tantas veces como sea necesario hasta que logro resolverla.
4. La forma en que estudio y aprendo depende de cómo percibo que después me van a examinar.

Rtas.: Desde 1 (muy en desacuerdo) hasta 5 (muy de acuerdo)

Cuestionario Aspectos Sociofamiliares

¿Influyen en tu rendimiento académico?
1. La profesión y el nivel socioeconómico de mis padres.
2. El ambiente y medios socioculturales de los que dispongo (cines, teatros, museos, bibliotecas, etc.).
3. Las características de la población urbana donde resido (residencial, intermedia o periférica).

Rtas.: Desde 1 (nada) hasta 5 (mucho)

Cuestionario Clima de Clase

¿Cuál es tu percepción respecto de las siguientes enunciados?
1. La cordialidad en las relaciones con mis compañeros y con el profesor son importantes pues generan un ambiente de estudio favorable.
2. El estilo de enseñanza que el profesor utiliza influye en las actitudes que asumo a la hora de realizar las tareas académicas que él propone.
3. Las expectativas del profesor acerca de tener un buen desempeño en la asignatura las interpreto favorablemente.

Rtas.: Desde 1 (nada) hasta 5 (mucho)

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Argumentación en Álgebra y Geometría Analítica

Argumentation in Algebra and Analytical Geometry

Presentación: 24/03/2024

Ana María Narvaez
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Mendoza. República Argentina
ana.narvaez@frm.utn.edu.ar

Gabriela Beatriz Tomazzeli
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Mendoza. República Argentina
gabrielabtomazzeli@gmail.com

Beatriz Angelelli
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Mendoza. República Argentina
abetyang@hotmail.com

Carolina Bernaldo de Quirós
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Mendoza. República Argentina
carolinabdq@yahoo.com.ar

Resumen

Esta investigación estudia la capacidad lógico matemática de argumentación en Álgebra y Geometría Analítica, para contribuir a las competencias de egreso de los estudiantes de Ingeniería de la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional, según el nuevo paradigma del Modelo de Formación por Competencias con el Aprendizaje Centrado en el Estudiante de Ingeniería. Se privilegia como marco teórico los análisis sobre el razonamiento de Duval. La metodología empleada es cuali-cuantitativa sobre las producciones de los alumnos realizadas en una evaluación global para obtener la promoción en la asignatura. Entre las conclusiones obtenidas, se destaca que no deberíamos dejar de evaluar la capacidad de argumentación en Álgebra y Geometría Analítica, pues de acuerdo con reconocidos especialistas, la matemática es una ciencia que permite desarrollar una serie de competencias en los estudiantes, para que así, éstos logren vivificar sus pensamientos de manera ingeniosa y creativa. La habilidad de argumentación les permite impulsar y robustecer la formulación de conjeturas, explicaciones, etc. y, de esta forma, explorar caminos alternativos de solución y discusión de la pertinencia de sus conclusiones.

Palabras clave: Argumentación. Capacidades lógico – matemáticas. Álgebra y Geometría Analítica

Abstract

This research studies the logical-mathematical capacity for argumentation in Algebra and Analytical Geometry, which contributes to the competencies of graduated Engineering students of the Regional Faculty of Mendoza, from the National Technological University (U.T.N.), according to the new paradigm of the Competency Training Model with an Engineering Student-Centered Learning. The theoretical framework is mostly based on the analysis of Duval's reasoning. A qualitative-quantitative methodology was applied to students' productions carried out in a global exam, which they took to pass the subject without taking a final exam. Among the conclusions obtained, the fact that we should not stop evaluating the capacity for argumentation in Algebra and Analytical Geometry stood out. This is so because, according to recognized specialists,

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Mathematics is a science that allows students to develop a series of skills to vivify their thoughts in an ingenious and creative way. The ability of argumentation allows them to promote and strengthen the formulation of conjectures, explanations, etc., and, in this way, explore alternative ways of solution and discussion of the relevance of their conclusions.

Keywords: Argumentation. Logical-Mathematical capacities. Algebra and Analytical Geometry

Introducción

Este trabajo de Educación Matemática investiga la capacidad lógico matemática de argumentación, en Álgebra y Geometría Analítica, para contribuir a las competencias de egreso de los estudiantes de ingeniería de la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional, según el nuevo paradigma del Modelo de Formación por Competencias con el Aprendizaje Centrado en el Estudiante de Ingeniería (CONFEDI, 2018), (Zabalza Beraza, 2016).

Según Ríos Cuesta (2021), diversos estudios han comentado la importancia de la argumentación en la construcción de conocimiento matemático y las implicaciones en el desarrollo de competencias. Algunos estudios han centrado su mirada en el análisis de la actividad discursiva en el aula en torno a la construcción individual y colectiva de argumentos válidos. Otros, en cambio, en la cognición que desarrollan los estudiantes en las interacciones en clase y tratan de acercarlos a los procesos de prueba mediante la presentación de argumentos deductivos. Sin embargo, son diversas las posturas sobre lo que se entiende como argumentación, al punto que algunos conciben la prueba como una forma particular de argumentación. En esta línea está inmerso el presente trabajo, en el que se presenta un estudio sobre la justificación de proposiciones que realizan de forma escrita los estudiantes, como parte de las actividades propuestas en una evaluación, para obtener la aprobación de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica.

La argumentación es una de las habilidades básica de los individuos en general y, aporta de manera significativa en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, permitiéndoles ser protagonistas de su propio aprendizaje, de tal manera que éste pueda "…fortalecer su desarrollo intelectual, lograr conocimientos sólidos y armarlos para la búsqueda de los nuevos conocimientos" (Rivera Pérez & Ruíz Vela, 2006). Además, esta habilidad se considera fundamental en las matemáticas, ya que a través de ella se pueden comunicar los resultados en un lenguaje matemático, dilucidar los mecanismos, transmitir y consolidar conceptos a partir de juicios inductivos. Por lo tanto, esta capacidad permita a los estudiantes indagar, relacionar y comunicar las razones que justifiquen la solidez de un juicio.

Siguiendo a Duval (1999), argumentación y explicación comparten el esquema básico de paso de una premisa a una conclusión, pero se diferencian en las razones que validan este paso, siendo en la argumentación donde las razones comunican su fuerza a las afirmaciones, convirtiéndolas en argumentos y haciendo de la proposición final una conclusión, mientras que en la explicación las razones tienen una función descriptiva al presentar el sistema de relaciones en las que el dato a explicar se produce. Por ejemplo, tomando como premisa la existencia de distintas clasificaciones de triángulos basadas en sus tipos de lados y en sus tipos de ángulos, en una explicación afirmamos que los triángulos equiláteros son distintos a los triángulos rectángulos, ya que un triángulo equilátero es un triángulo cuyos tres lados tienen la misma medida, mientras que un triángulo rectángulo es aquel que tiene uno de sus tres ángulos recto, es decir que mide 90º. En una argumentación, en cambio, decimos que los triángulos equiláteros son distintos a los triángulos rectángulos ya que no puede haber un triángulo que sea equilátero y rectángulo a la vez, dado que en un triángulo rectángulo se cumple el Teorema de Pitágoras, que relaciona sus tres lados a, b y c según la ecuación $a^2+b^2 = c^2$ (siendo c el lado opuesto al ángulo recto, es decir, la hipotenusa) y es imposible que esta ecuación se cumpla si los tres lados son iguales, $a = b = c$, salvo en el caso en que valgan cero.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Desde una perspectiva más formal para la caracterización de la argumentación, resulta útil el esquema argumentativo mínimo de Plantin (1998), que consiste en el paso de una premisa a una conclusión esgrimiendo al menos una razón que lo valide (ley de paso). Una vez establecida esta unidad mínima, se debería contar con un marco más general que contemple otras casuísticas en el discurso argumentativo. En este esquema, las premisas son los hechos que se invocan para justificar y validar la afirmación y la tesis; la conclusión es la tesis que se establece; la ley de paso son las razones que se proponen para justificar las conexiones entre datos y conclusión; la garantía es el conocimiento básico que asegura la justificación.

En el caso de la argumentación en matemáticas, se dispone de una red bien establecida de definiciones, lemas, proposiciones y teoremas que permiten avanzar en los razonamientos mediante la regla de implicación, en la que el paso de las premisas a la conclusión se hace mediante un término medio que relaciona y justifica las proposiciones, haciéndose necesario un uso correcto del conocimiento matemático como término medio. En resumen, definimos la argumentación matemática como aquel tipo de argumentación que se desarrolla dentro de la actividad matemática y en la que la ley de paso se apoya en elementos del conocimiento matemático, requiriéndose la capacidad de comprender o de producir una relación de justificación entre proposiciones que sea de naturaleza deductiva y no sólo semántica.

La argumentación en Matemática es estudiada desde la antigua Grecia. La gran aportación de los matemáticos griegos fue transformar el saber empírico de civilizaciones anteriores, como la mesopotámica o la egipcia, en una matemática teórica, es decir, en un saber que prueba o demuestra sus construcciones por deducción a partir de un conjunto de axiomas, postulados y definiciones. Ese proceso se inicia con Tales de Mileto y Pitágoras de Samos, tiene un punto álgido en la Academia de Platón y alcanza su forma estándar con los Elementos de Euclides de Alejandría. Los números y las figuras serán considerados como entidades ideales independientes de aquello a lo que remiten: las cosas concretas o figuradas. Esa idealización implica un camino de lo concreto a lo abstracto, de la percepción visual a la comprensión racional. (Fundoro (fundacionorotava.org)

Desarrollo

El enfoque metodológico de investigación que se emplea en este proyecto es cuali-cuantitativo, es decir, se analiza y comprende la producción de los estudiantes, buscando significado a sus respuestas. Se tomarán una serie de datos no estandarizados y el diseño de investigación es un estudio de caso, pues éste se enfoca en analizar de forma detallada una unidad holística para responder al planteamiento del problema, demostrar supuestos y desarrollar teorías. En base a esto, se pretende estudiar la peculiaridad o diferencias de los argumentos emergentes con los estudiantes al resolver una actividad en Álgebra y Geometría Analítica. Se toma este método con el fin de hacer un análisis completo con los estudiantes.

Población: La población para esta investigación son los estudiantes de primer año, primer semestre que rindieron voluntariamente la evaluación global para promocionar la asignatura, en 2023; son 148 estudiantes. La muestra se tomó de manera intencional.

El instrumento para recoger los datos ha sido la actividad 1 de la evaluación global, que está compuesta de 5 actividades, La actividad estudiada tiene un enunciado con 4 incisos: *a), b), c) y d)*; se presentó a los estudiantes en una misma sesión de clase de 90 minutos en junio de 2023. Apenas se dieron explicaciones excepto para clarificar cuándo tendrían la nota de la evaluación e informar brevemente sobre el procedimiento a seguir durante la sesión. La recolección de datos fue de carácter no anónimo y se pidió información personal, pues era una evaluación institucional para promocionar la asignatura.

Los datos de nuestra investigación son las representaciones escritas de las respuestas individuales de los alumnos, futuros ingenieros. No hay construcción de razonamientos por medio de réplicas sucesivas, como ocurre con la argumentación en situación de interacción, sino que estamos ante el tipo “argumentación para uno mismo” tal como lo describen Perelman y Olbrech-Tyteca (1994), o bien “monólogo argumentativo” en términos de Plantin (1998).

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Las actividades matemáticas de la evaluación global se diseñaron a partir de actividades similares dadas en el cursado y, teniendo en cuenta las recomendaciones del profesor responsable del aula universitaria. En cuanto a contenidos y procesos requeridos, las cuatro proposiciones tienen un carácter marcadamente distinto con el fin de obtener respuestas variadas y ver la calidad de las argumentaciones, como índice de aprendizaje logrado. Intencionadamente se pidió la justificación de las respuestas, ya que se pensó que esto podría ayudar a que las respuestas de los estudiantes proporcionaran más datos sobre qué entienden y qué no entienden. Somos conscientes de que el propio formato de la evaluación con la secuencia cerrada de preguntas-respuestas puede haber contribuido a que los estudiantes centren la atención en la elaboración de respuestas y no tanto en la descripción detallada de los procesos de razonamiento desarrollados. Diversos estudios (ver, por ejemplo, León y Calderón, 2001) señalan que en situaciones de escritura abunda más la representación matemática escueta que la narración discursiva extensa.

El análisis cualitativo de los datos se ha organizado en torno a la lectura repetida de las respuestas de los estudiantes a la pregunta de acuerdo con los principios metodológicos de la Teoría Fundamentada (Glaser y Strauss, 1967), y se ha complementado con la triangulación de perspectivas de los autores. Ha habido un primer análisis de cada evaluación, con la lectura vertical de todas las respuestas y, a continuación, un segundo análisis de cada pregunta, con la lectura horizontal del conjunto de la totalidad de las respuestas a cada una de las preguntas. En este artículo, mencionamos resultados obtenidos con el segundo análisis, que en cierta medida toma en consideración aspectos del análisis previo pormenorizado para cada estudiante.

Para recolectar los datos cuantitativos se realizó una rúbrica con 5 niveles para cuantificar la capacidad argumentación: no contesta o sin respuesta, contesta mal o respuesta incorrecta, contesta en forma insuficiente o respuesta insuficiente; contesta en forma casi correcta o respuesta casi correcta y contesta correctamente o respuesta correcta.

Como se ha dicho anteriormente, se eligió la evaluación global 2023 a la que se presentaron alumnos de las 5 carreras de la FRM, UTN (Química, Electrónica, Electromecánica, Civil e Ingeniería en Sistemas de Información) voluntariamente, para promocionar el espacio curricular (aprobaron evaluaciones parciales con un mínimo de 60% sobre 100%). Esta es la etapa más avanzada del curso porque incluye la evaluación del programa completo del espacio curricular. Se trata de un total de 148 evaluaciones de alumnos que ya han terminado el cursado. La actividad observada tiene el siguiente enunciado:

Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta.
a) Un punto que pertenece a la cónica de ecuación $9x^2 + 4y^2 - 18x - 36 = 0$ *es* $C(1,0)$.
b) Si AX=B es un sistema compatible determinado, entonces A es una matriz equivalente por filas a la matriz Identidad.
c) Si A y B son dos matrices de orden y de rango n, entonces A^{-1} *es semejante a* B^{-1}.
d) El núcleo de una transformación lineal es un subespacio del dominio.

El análisis a priori sobre las cuatro proposiciones dadas en la actividad, indica que, siendo las tres primeras proposiciones falsas, se esperaba una respuesta correcta mayoritariamente, por ser más sencillo, en general, argumentar con contraejemplos, lo que es realizado habitualmente en clases de la asignatura. El primer inciso es una proposición en torno a contenidos geométricos básicos que se espera que los estudiantes resuelvan sin mayor dificultad y que debe informar sobre la argumentación en geometría. La proposición *b)* se refiere a un tema central del espacio curricular, enunciado en el primer resultado de aprendizaje de la planificación. La consigna del inciso *c)* está relacionada con una clásica propiedad de semejanza de matrices y se esperaba que reconocieran la falta de una hipótesis (o premisa) en el antecedente de la implicación para que fuera verdadera, esta alternativa era una posibilidad, otro camino para la respuesta justificada de los estudiantes, era que propusieran un contraejemplo. La última proposición, verdadera, se esperaba que la argumentaran con la demostración directa estándar, que es analizada y fundamentada

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

siempre, tanto en clases presenciales, como de consultas presenciales y virtuales. Las demostraciones a que se hace referencia aparecen en la literatura básica de un curso de Álgebra Lineal, por ejemplo, Kolman (2006), Lay (2017), Grossman (1996), Noble (1989), entre otros.

Los resultados cuantitativos obtenidos, en función de la rúbrica diseñada, se presentan a continuación.

	Sin respuesta	*Respuesta incorrecta*	*Respuesta insuficiente*	*Respuesta casi correcta*	*Respuesta correcta*
a)	18	55	5	5	65
b)	16	89	6	6	31
c)	34	74	7	6	27
d)	27	65	26	20	10

Tabla N° 1

La totalidad de respuestas casi correctas más las correctas en las cuatro proposiciones son aproximadamente el 28%.

Hay un 15,7% de exámenes sin respuesta en la totalidad de las 4 proposiciones solicitadas, siendo la demostración de la proposición *d)* la que menos realizaron los estudiantes.

La proposición *a)* se podía justificar, entre otras alternativas, con un proceso calculatorio y fue bien argumentada en un 44% aproximadamente.

La argumentación de la proposición *b)* que se refiere a un concepto troncal en álgebra lineal fue mal realizada por aproximadamente el 62,23%.

La justificación de la proposición *c)* que requería identificar la falsedad del enunciado por no contener la totalidad de las premisas que conducirían a la respuesta verdadera, como una alternativa posible de justificación; también se podía justificar con un contraejemplo, fue incorrecta en aproximadamente el 50%.

La argumentación de la proposición *d)* requiere de una demostración clásica; fue realizada en forma casi correcta y correcta en aproximadamente un 20%.

Conclusiones

Observamos que, a pesar de insistir con argumentaciones, justificaciones y demostraciones en el curso de Álgebra y Geometría Analítica, a los estudiantes les sigue costando mucho desarrollar la capacidad lógico – matemática de argumentación y, esto es evidente en la evaluación global de la asignatura.

Elementos centrales de la discusión de conceptos matemáticos, como por ejemplo: ¿qué significa verificar que un punto pertenezca o no a un lugar geométrico?; ¿qué relación existe entre el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales y la característica de no singularidad de la matriz de coeficientes?; ¿qué rol poseen las premisas que forman el antecedente en una implicación?; ¿qué significa demostrar una proposición verdadera por un método directo? ¿qué rol tienen los contraejemplos en las argumentaciones de proposiciones falsas? son intrascendentes para la mayoría de los estudiantes que colocan respuestas de forma no reflexiva.

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Se observa falta de importancia por parte del alumnado en aprender distintos procesos de argumentación en álgebra lineal; en particular, demostraciones de propiedades que son muy utilizadas en la resolución de actividades prácticas. Los estudiantes examinados han mostrado una tendencia a no hacer las demostraciones solicitadas, parecería que la demostración de una proposición verdadera carece de interés.

El aprendizaje en ciencias que traen los estudiantes no es suficiente para encarar los estudios universitarios en Ingeniería, pues, justamente, la capacidad de argumentación no está consolidada, como se observó en los exámenes globales.

En el cursado de la asignatura se les enseñan distintos métodos de demostración y se realizan variadas demostraciones, pero se observa que los estudiantes no están familiarizados con las mismas e incluso tienen problemas hasta para explicar sus dudas respecto de cómo deben justificar consignas. Esta dificultad no alcanza a ser solucionada en el primer semestre de cursado, como evidencian los exámenes analizados.

No deberíamos dejar de evaluar la capacidad de argumentación en Álgebra y Geometría Analítica, pues de acuerdo con Benítez A, Benítez P. y García (2016), la matemática es una ciencia que permite desarrollar una serie de competencias en los estudiantes, para que así estos logren vivificar sus pensamientos de manera ingeniosa y creativa. La habilidad de argumentación les permite impulsar y robustecer la formulación de conjeturas, explicaciones, etc. y, de esta forma, explorar caminos alternativos de solución y discusión sobre la pertinencia de sus conclusiones.

Y, finalmente, de acuerdo con Jiménez Aleixandre (2010) "*argumentar contribuye a aprender a aprender*".

Referencias

Benítez, A. A., Benítez P., H., & García, M. L. (2016). La argumentación sustancial. Una experiencia con estudiantes de Nivel Medio Superior en clases de matemáticas. Educación Matemática, vol. 28, núm. 3, 175-216. Cai, J., & Knuth, E. (2011). Early Algebrization. New York: Springer. Gamboa, G., Planas, N., & Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas

CONFEDI, Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina: 'Libro rojo del CONFEDI', mayo 2018. Disponible en: https://www.ing.unlp.edu.ar/sitio/institucional/difusion/archivos/LIBRO_ROJO_DE_CONFEDI_estandares_de_segunda_generacion.pdf

Duval, R.: *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. Peter Lang S.A.Editions scientifiques européennes (1995).

Glaser, B. G. y Strauss, A. (1997) *La teoría fundamentada (Grounded Theory), metodología cualitativa de investigación científica*. Pensamiento & gestión, 39. Universidad del Norte, 119-146, 2015

Grossman, S. (1996) *Álgebra lineal*. Quinta edición. México: McGraw-Hill

Jiménez Aleixandre, M.P. (2010) *10 Ideas clave. Competencias en argumentación y uso de pruebas*. Barcelona: Graó.

Kolman, B.; Hill, D. (2006) *Álgebra Lineal*. México: Pearson Prentice Hall.

Kuhn, Thomas S. (1993) El carácter no universal del lenguaje. Tesis publicada en (1993)

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Lay, David (2017) *Álgebra Lineal con enfoque por competencias.* Argentina: Pearson

León Corredor, O. L.; Calderón, D. I. *Validación* ***y*** *argumentación de lo matemático en el aula*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 4, núm. 1, marzo, 2001, pp. 5-21 Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional.

Noble, B. y Daniel, J. (1989) *Álgebra Lineal Aplicada*. Tercera edición. México: Prentice-Hall Hispanoamericana.

Perelman, Ch. y. Olbrechts-Tyteca, L. *Tratado de la Argumentación*. Editorial Gredos: Madrid

Plantin, C.(1998) *La argumentación*. Editorial Ariel, SA: Barcelona.

Ríos-Cuesta, W. (2021). Aceleración de la crisis en la Educación Matemática del Chocó generada por el COVID-19. Revista Latinoamericana de Etnomatemática,15(1), 64-80. https://doi.org/10.22267/relatem.22151.86

Rivera Pérez y Ruiz Vela (2006) *La habilidad argumentar y el adecuado desempeño del profesor*. Dialnet-LaHabilidadArgumentarYElAdecuadoDesempenoDelProfes-5844846.pdf

Zabalza Beraza, M..A. (2016) *El trabajo por competencias en la enseñanza universitaria.* Disponible en https://ddd.uab.cat/pub/poncom/2007/71100/conferencia.pdf

Zabalza Beraza, M.A, (2016) *La formación por competencias: entre la formación Integral y la empleabilidad.* Disponible en*:* http://tecnologiaedu.us.es/formaytrabajo/Documentos/lin6zab.pdf

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Pautas de razonamiento utilizadas por estudiantes de ingeniería en la generación de contraejemplos

Reasoning guidelines used by engineering students in generating counterexamples

Presentación: 25/03/2024

Rodolfo Eliseo D´Andrea
PUCA: Pontificia Universidad Católica Argentina. Campus Rosario. UNICEN: Universidad Nacional del Centro de la provincia de Buenos Aires. Campus Azul. República Argentina.
rodolfoedandrea@gmail.com

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo encontrar pautas de razonamiento utilizadas por estudiantes de ingeniería en la formulación de contraejemplos. Estas pautas surgieron como categorías emergentes luego de analizar los datos obtenidos al finalizar el trabajo de campo, que consistió en que un grupo de estudiantes debía evaluar el valor de verdad de un grupo de proposiciones, justificando en cada caso la decisión. Los resultados revelaron que los estudiantes proceden de forma muy similar con proposiciones verdaderas y falsas, generando dudas en estas últimas, al momento del proceso de construcción de contraejemplos. Se observa que solo son capaces de generar ejemplos aleatorios con los que pretenden mostrar la validez de la proposición, lo que supone un vacío epistemológico no menor.

Palabras clave: pautas de razonamiento, contraejemplos, estudiantes de ingeniería

Abstract

This work aims to find reasoning patterns used by engineering students in the formulation of counterexamples. These guidelines emerged as emerging categories after analyzing the data obtained at the end of the field work, which consisted of a group of students having to evaluate the truth value of a group of propositions, justifying the decision in each case. The results revealed that students proceed in a very similar way with true and false propositions, generating doubts in the latter, at the time of the process of constructing counterexamples. It is observed that they are only capable of generating random examples with which they intend to show the validity of the proposition, which represents a no small epistemological void.

Keywords: reasoning patterns; counterexamples; engineering students

Introducción

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Considérese a un grupo de estudiantes universitarios de Argentina durante el desarrollo de un curso cuatrimestral del ciclo básico común de Ingeniería frente a la siguiente consigna: 'Probar que la diferencia de conjuntos no es conmutativa'. Los procedimientos utilizados por los estudiantes indicarían que piensan en la conmutatividad y buscan un ejemplo consistente en dos conjuntos de manera tal que al realizar su diferencia en uno u otro orden, se puede observar que ambas operaciones tienen resultados diferentes. La elección de los conjuntos, por parte de los estudiantes, es una tarea de ensayo y error, buscando el par adecuado que permita obtener esos resultados distintos. El ejemplo citado es el disparador del problema de investigación que plantea este trabajo: la búsqueda y por ende, la construcción del contraejemplo realizada por estudiantes de ingeniería.

Como consecuencia, se pretende encontrar algunas pautas de razonamiento de este tipo de estudiantes en el proceso de construcción antes citado. Este trabajo tiene como objetivo encontrar pautas de razonamiento utilizadas por estudiantes de ingeniería en la formulación de contraejemplos.

Desarrollo

Marco Teórico

El principio de la verdad (Johnson–Laird, 2001) describe la tendencia del sujeto a representar los casos verdaderos más que los falsos. En un primer nivel, las personas representan inicialmente mediante modelos, exhibiendo las posibilidades verdaderas, y dejando para hacer explícitas en un momento posterior, el resto de la información. Si las personas no suelen representar lo que es falso, es necesario explicar cómo hacen para imaginar situaciones falsas cuando le son requeridas. Santamaría y Espino (2000) consideran que, en tales situaciones, se puede proponer un procedimiento que podría usarse en estas circunstancias y que recibe el nombre de *heurístico de negación*. Su funcionamiento es muy simple. Si se le pide a alguien que exprese el caso en que el valor de verdad de una proposición es falso, producirá la representación inicial de la situación en que el valor de verdad es verdadero y entonces lo negará. Como cualquier heurístico, el de negación es adecuado en la mayoría de los casos, de ahí su utilidad. La búsqueda de contraejemplos adecuados no es una tarea simple, porque podría ocurrir que el individuo que realiza la búsqueda pueda encontrar ciertos casos particulares que hacen a la proposición verdadera.

"Un contraejemplo es un elemento perteneciente al dominio de una determinada afirmación que no verifica lo afirmado." (Calvo Pesce, 2001, p.49)

Balacheff (1990) considera que la consecuencia de la exhibición de un contraejemplo, puede generar diferenciaciones, según que éste recaiga sobre la conjetura, la prueba de la falsedad con su utilización, o sobre los fundamentos racionales implícitos. Asume que la superación de la contradicción, generada propiamente por el contraejemplo, puede atribuirse a la crítica o al rechazo de él.

Es de destacar que a veces ocurre que la verdad de ciertas proposiciones queda establecida, en el sentido en que son verdaderas salvo una pequeña cantidad de casos excepcionales, cuya exclusión explícita del dominio de aplicación del resultado las harían absolutamente verdaderas. Esta idea aparece también en la obra: *Pruebas y refutaciones* (Lakatos, 1978, p.43) cuando se habla de "*tres tipos de proposiciones: las verdaderas, las falsas sin esperanza y las esperanzadoramente falsas*"; este último tipo se puede mejorar convirtiéndolas en verdaderas al añadirles una cláusula que enuncie las excepciones.

En general, en el proceso de validación de proposiciones verdaderas, en un estadío inicial, los estudiantes operan desde el *empirismo ingenuo*, según la clasificación de Balacheff (2000) acerca de los modos de demostrar. Lo realizan sustituyendo la o las variables de la función proposicional implícita en la proposición por ejemplos elegidos

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

aleatoriamente por los estudiantes, sin un criterio formado. En estadíos más avanzados, los estudiantes pueden ser capaces de realizar construcciones intelectuales originadas en una definición o propiedad y qué se sustentan a través de la transformación de expresiones simbólicas formales. En tales casos, se dice que es estudiante realizó un *experimento crucial* (Balacheff, 2000). Supongamos que un grupo de estudiantes tiene que probar que la siguiente proposición es verdadera: $\forall a \in Z: a\ es\ par\ entonces\ a^2\ es\ par$. Según la clasificación citada, un estudiante ha realizado un experimento crucial para este caso particular si, en una primera instancia, escribe simbólicamente a un número par, y luego lo eleva al cuadrado. Posteriormente considera que la expresión obtenida es par porque consiste en la multiplicación de 4 por un número entero. En base a este razonamiento, prueba la validez de la proposición, evaluándola para diferentes valores de k enteros.

Metodología

A los efectos de llevar a cabo el objetivo propuesto para este trabajo, se escogieron estudiantes ingresantes del ciclo básico común de Ingeniería de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica Argentina, Campus Rosario. Se consideró un grupo mixto de 84 estudiantes donde el número de varones y mujeres era el mismo. La convocatoria para la realización del trabajo de campo fue voluntaria, la única condición para presentarse era tener aprobado el requisito curricular: Complementos de Matemática que se desarrolla en forma virtual asincrónica durante el primer cuatrimestre de la carrera y cuyos contenidos son los contenidos básicos de un curso de ingreso y nivelación de Matemática para estudiantes ingresantes a Carreras de grado de Ciencias e Ingeniería. Además se pedía que el estudiante no tuviera la carga adicional de un trabajo.

El momento elegido para llevar a cabo la experiencia fue una de las primeras clases al inicio del segundo cuatrimestre en la materia: Álgebra y Geometría. Las proposiciones fueron leídas lentamente y en voz alta por un docente, de manera de evitar cualquier ambigüedad en cuanto a la interpretación de signos y símbolos.

La consigna del trabajo consistió en determinar el valor de verdad de una serie de proposiciones y justificarlo. Dentro de ese conjunto de proposiciones, algunas resultaban verdaderas y la mayor parte, falsas; algunas estaban referidas a un universal infinito y otras a un universal finito, posible de ser contado físicamente. Esto no es un simple detalle, es esencial a la hora del establecimiento de las conclusiones, porque el proceso de validación para proposiciones varía según el conjunto referencial. La confección de los ejercicios apuntó principalmente a proposiciones falsas, excepto tres. La presencia de las tres proposiciones verdaderas tuvo como objetivo comparar el desempeño del estudiante en el proceso de validación de los dos tipos de proposiciones. Entre las proposiciones verdaderas es esencial destacar el universal al que se remitía el cuantificador. Así, el universal de una de ellas era un conjunto finito, posible de ser contado físicamente. En los otros dos casos se consideraron conjuntos infinitos: el conjunto de los reales y el conjunto de los enteros. De forma análoga, se establecieron los referenciales de las proposiciones falsas. Las proposiciones verdaderas propuestas apuntaron a cuestiones simples de probar. En la proposición 3: $\forall x \in R: |x| \geq 0$, además de un ejemplo, se tuvo en cuenta que la justificación del valor de verdad se podía sostener por la definición de valor absoluto o la interpretación geométrica, lo que no requería de una prueba con argumentación, ya que se trataba de una consecuencia inmediata de la definición. La proposición 7: $\forall a \in Z: a\ es\ par\ entonces\ a^2\ es\ par$, en cambio, requería de una breve argumentación para sostener la verdad. Se presentan, seguidamente, los ejercicios propuestos a los estudiantes.

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones, y luego sostener (probar) en cada caso tal valor de verdad. Considerar para algunos casos que: $B = \{x \in N: 2 \leq x \leq 9\}$

$1. \forall x \in B: x + 5 < 12;$ $\quad 2. \forall x \in B: x\ es\ primo;$ $\quad 3. \forall x \in R: |x| \geq 0;$

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

4. $\forall x \in B: x^2 > 1$;   5. $\forall x \in B: x\ es\ par$;   6. $\forall x \in R: x^2 - x < 0$;

7. $\forall a \in Z: a\ es\ par\ entonces\ a^2\ es\ par$"

Resultados

En la Figura 1, se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes en los ejercicios: 1, 2, 5 y 6. La particularidad de los mismos es que el valor de verdad de las proposiciones dadas es falso. Los resultados revelan que el 72% de la población analizada exhibió un ejemplo para sostener la falsedad de la proposición. El 9% exhibió varios ejemplos. El 12% se limitó únicamente a sostener que la proposición es falsa sin realizar acción alguna para sustentarlo. Mientras que el 7% no respondió a la consigna.

La figura 2 muestra el gráfico correspondiente a los resultados obtenidos por los estudiantes en el ejercicio 3. En este caso el estudiante se encontró con una proposición verdadera donde el referencial corresponde al conjunto de los reales. El 65% justificó la verdad, pero no desde la exhibición de ejemplos. Algunos lo hicieron desde la definición de valor absoluto y otros desde la interpretación geométrica de la misma definición. El 11% procedió según el *empirismo ingenuo*, exhibiendo un ejemplo fortuito sin un criterio formado que lo sostenga. El 6 % exhibió varios ejemplos. El 11% se limitó a postular que la proposición propuesta es verdadera sin sostener este aserto. El 7% no respondió a la consigna.

En la figura 3 se presenta el gráfico correspondiente a los resultados obtenidos por los estudiantes en el ejercicio 4.

Aquí, el estudiante se encontró con una proposición verdadera donde el referencial corresponde a un conjunto finito posible de ser contado físicamente. El 53% procedió chequeando uno por uno los valores del conjunto B, para sostener la verdad de la proposición. El 11% procedió según el *empirismo ingenuo*. Un porcentaje idéntico, de forma análoga a como hizo con la falsedad, exhibió varios ejemplos. Otro 11%, se limitó a postular que la proposición propuesta es verdadera sin sostener este aserto. Mientras que el 6%, sostuvo la verdad justificando coloquialmente. Particularmente, argumentaron que en virtud de que los elementos del conjunto superan a 2, su cuadrado supera a la unidad. El 8% no respondió a la consigna.

En la figura 4 se representan los resultados obtenidos por los estudiantes en el ejercicio 7. En este caso, el estudiante se encontró con una proposición verdadera donde el referencial es el conjunto numérico de los enteros. El 68 % procedió según el *empirismo ingenuo* para sostener la verdad de la proposición. El 11% también procedió según el *empirismo ingenuo* pero exhibiendo varios ejemplos como en ejercicios anteriores. El 15% se limitó a postular que la proposición propuesta es verdadera sin sostener este aserto. El 3 % no respondió a la consigna. Otro 3% realizó un intento de *experimento crucial*.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Figura 1

Figura 2

Figura 3

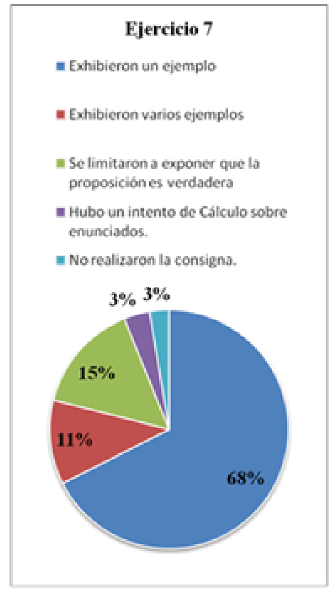


Figura 4

Los resultados muestran que los estudiantes al momento de validar proposiciones con valor de verdad falso, en un importante porcentaje exhibieron el contraejemplo que prueba la falsedad de la proposición propuesta. Asimismo, en situaciones de validación de proposiciones verdaderas, un porcentaje similar también exhibe un ejemplo para probar la validez de la proposición. Frente a proposiciones verdaderas con un referencial finito posible de ser contado físicamente, un importante porcentaje de estudiantes supo cómo operar analizando la verdad o falsedad de la proposición con cada uno de los elementos del conjunto. Pero frente a proposiciones verdaderas con un referencial infinito, un ínfimo porcentaje supo que el sostén de tal proposición necesitaba de una prueba. Esta reacción fue diferente frente a una proposición verdadera con referencial infinito.

Un gran porcentaje supo sostener esa verdad justificando adecuadamente, pero a la hora de tener que sostener con una prueba la validez de una proposición verdadera, el estudiante no pudo abordarlo.

En base a los resultados obtenidos surgen algunas categorías emergentes que pueden generalizarse a pautas de razonamiento en la búsqueda y construcción de contraejemplos (de manera particular, para este caso) y ejemplos (de forma más general) por parte de estudiantes de ingeniería a saber:

- Pauta de razonamiento asociada al heurístico de negación: El estudiante produce la representación inicial de la proposición y entonces lo niega y a partir de ésta encuentra, el contraejemplo que valida la proposición.
- Pauta de razonamiento categórico: El estudiante establece el valor de verdad de la proposición justificando adecuadamente su elección.
- Pauta de razonamiento no categórico: El estudiante exhibe varios ejemplos adecuados para establecer el valor de verdad de la proposición.
- Pauta de razonamiento de parcial inconsistencia: El estudiante establece adecuadamente el valor de verdad de la proposición sin justificarlo.
- Pauta de razonamiento de incompleta inconsistencia: El estudiante no establece adecuadamente el valor de verdad de la proposición en análisis y postula una contraprueba para justificar el procedimiento esgrimido.
- Pauta de razonamiento de total inconsistencia: El estudiante no establece adecuadamente el valor de verdad de la proposición en análisis sin justificar el procedimiento esgrimido.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

- Pauta de razonamiento incompatible: El estudiante no responde a la consigna o 'garabatea' posibles respuestas sin esbozar conclusión alguna.

Conclusiones

Los estudiantes, en el proceso de justificación de una proposición falsa, operan de forma similar al procedimiento utilizado para sostener el valor de verdad de una proposición verdadera. Exhiben ejemplos aleatorios, sin un criterio determinado. Para ambos casos, buscan un ejemplo que, al sustituirlo en la función proposicional implícita en la proposición, éste se adecúe al valor de verdad de ella. En algunos casos, los estudiantes suelen presentar varios ejemplos para ambos casos. Se conjetura que esta acción puede enmascarar la inseguridad del estudiante, que puede pensar ingenuamente que, con mayor cantidad de ejemplos, se refuerza la verdad o falsedad postulada por la proposición. Se presume que aparentemente no dilucidan la diferencia entre ambas acciones y concretamente el significado del ejemplo y la acción epistemológica de la verificación contenida implícitamente. Análogamente ocurre con el desconocimiento del significado del contraejemplo y la acción epistemológica de probar el valor de verdad de una proposición falsa, contenida también implícitamente. Asimismo, se puede observar como resultado del trabajo experimental, que los estudiantes en dos de los ejercicios propuestos que corresponde a una proposición verdadera sustentaron el resultado obtenido desde el lenguaje coloquial. No manifestaron esta acción para ninguna de las proposiciones con valor de verdad falso. Esto es compatible con el principio de la verdad postulado por Johnson–Laird (2001).

Estas diferentes apreciaciones permiten plantear los siguientes interrogantes: los estudiantes, frente a un contraejemplo, ¿no consideran que se trata de un caso excepcional?; ¿realmente tienen conciencia acerca de la acción que están llevando a cabo? o ¿proceden de manera similar a la exhibición de ejemplos como sostén de una proposición cuyo valor de verdad es verdadero, sin que medie la reflexión y el razonamiento?

Significa entonces que, para los estudiantes, la validación pasa simplemente por exhibir algunos ejemplos aleatorios que 'encajen' o 'funcionen' en la estructura de la proposición. Este procedimiento es general, aunque hay algunos pocos casos particulares que se evidenciaron y describieron en el párrafo de resultados.

De acuerdo a lo postulado por Santamaría y Espino (2000) el heurístico de negación es un procedimiento aparentemente natural y útil pero el estudiante de Argentina que ingresa a la Universidad no ha sido instruido en tales cuestiones durante el ciclo medio.

Quizás no sea la palabra más adecuada, el decir, que no ha sido instruído sino que no ha sido entrenado en esas destrezas que requieren de una praxis cotidiana que necesita de la maduración intelectual. Es tarea del conductor del aprendizaje, inducir o guiar al estudiante en la búsqueda de contraejemplos, haciendo notar que esta exploración puede conducir en muchos casos a situaciones donde la demostración de la validez de la proposición no se alcance. Precisamente, éste es el momento crucial del proceso de validación de una proposición cuyo valor de verdad es falso. Comprender que cuando una proposición en matemática es falsa y excepcionalmente verdadera para ciertos casos, resulta que bajo ciertas condiciones, significa que no tiene validez universal y que su valor de verdad es definitivamente falso.

Según Balacheff (1990), la exhibición de un contraejemplo permite establecer diferencias según donde este reincida. El estudiante recurre entonces a su memoria emotiva buscando estructuras ya asimiladas en el ciclo medio pero no las encuentra y acude a la acción de establecer el valor de verdad, pero no siempre puede sostenerlo porque se insiste que en este tipo de tareas no fue entrenado. De manera que en muchos casos se queda en el proceso de la determinación de tal valor de verdad pero esta acción es carente de valor epistémico.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

La educación matemática en el ciclo medio en Argentina, en general, se reduce a la realización de ejercicios repetitivos sostenidos en la aplicación de algoritmos sin que medie la reflexión y la conceptualización teórica. El conocimiento del lenguaje y la epistemología de esta Ciencia son inexistentes en este estadío de la formación. Ellos conciben a la Matemática, según expresión textual, como una disciplina que consiste en 'sentarse a hacer ejercicios'. Aquellos estudiantes que deciden estudiar una carrera universitaria de grado en Ingeniería tienen en su currículum varios cursos de Matemática. La realización de estos cursos requiere que los estudiantes tengan una sólida base de Álgebra elemental, Geometría euclidiana y Trigonometría además del conocimiento del lenguaje matemático y su epistemología. Esto lleva a pensar en la necesidad de generar una educación matemática que se sostenga en una formación basada en su lenguaje y la epistemología que le es propia. Por lo general, en Argentina, los cursos universitarios iniciales de Álgebra y Cálculo que integran el currículum de carreras de grado de Ingeniería que utilizan Matemática como herramienta, abordan los contenidos específicos y propios pero no se focalizan inicialmente en una instrucción, por lo menos, introductoria e informal, sobre las cuestiones inherentes al lenguaje y la epistemología matemática. Se enfatizó antes, que estas acciones se realicen en cursos universitarios iniciales, porque realizarlos en cursos avanzados no generará los mismos efectos que si se instruye al estudiante desde los comienzos. Esta propuesta no está reñida con lo que reza el Ministerio de Educación acerca de la necesidad de Matemática como Ciencia Básica de la Carrera, ya que éste propugna su importancia por dos grandes razones: "desarrollar el pensamiento lógico deductivo y la capacidad heurística no traducida como una resolución de problemas sostenida en la aplicación de algoritmos sino como una praxis que esté sustentada en la conceptualización teórica". (LEN 26410)

La puerta queda abierta para futuras investigaciones sobre la problemática desarrollada en este trabajo, ya que el estudio aquí presentado se centró sobre estudiantes ingresantes a Ingeniería. Habría que enfocarse en diferentes estadíos de la carrera y durante el desarrollo de los diferentes cursos de Matemática y analizar qué tipo de educación matemática debería ser la adecuada a cada instancia.

Referencias

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemática.* Una empresa docente. Bogotá: Universidad de Los Andes.

Balacheff, N. (1990). Beyond a psychological approach: the psychology of mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, *10*(3), 2-8.

Calvo Pesce, C. (2001). Un estudio sobre el papel de las definiciones y demostraciones en cursos preuniversitarios de Cálculo Diferencial e Integral. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona. Departament de Didàctica de la Matemàtica i de las Ciències Experimentals. Bellaterra, Barcelona.

Johnson–Laird, P.N. (2001). Mental models and deduction. Trends in Cognitive Science, 5, 435 – 442.

Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Universidad.

LEN 26410 (1996). Ley de Educación Nacional 26410/1996. República Argentina.

Santamaría, C. y Espino, O. (2000). Truth and falsity in propositional reasoning: the negation heuristic. En J. A. García-Madruga, N. Carriedo y M. J. González Labra. *Mental Model in reasoning.* Madrid: UNED.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Informe de avance sobre las estrategias de lectura comprensiva de expresiones simbólicas matemáticas

Progress report on reading comprehension strategies for symbolic mathematical expressions

Presentación: 25/03/24

Marina Morzán
Depto. de Matemática. Escuela de Formación Básica. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Argentina.
morzan@fceia.unr.edu.ar; marinamorzan@gmail.com

Daniela Emmanuele
Depto. de Matemática. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Argentina.
emmanueledaniela@gmail.com; emman@fceia.unr.edu.ar

Resumen

Se comunica el plan de trabajo a seguir en una tesis de maestría cuyo objetivo general es identificar y describir estrategias de lectura comprensiva de expresiones simbólicas matemáticas en estudiantes de primer año de carreras de ingeniería, reconociendo tanto las tareas que les resultan de mayor opacidad como las actividades y acciones que realizan con el fin de reducirla. Enmarcado principalmente en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, se trata de un estudio de caso intrínseco, con un enfoque cualitativo, de alcance descriptivo. Aunque los datos aún no se han recolectado, se han definido las categorías de análisis (las que se han operativizado mediante indicadores) y se han elaborado como instrumentos de recolección, observaciones de clases y entrevistas semiestructuradas. Particularmente, el instrumento para las observaciones ya ha sido validado y por ello, aquí se expone una instancia de lo recolectado.

Palabras clave: Expresiones simbólicas matemáticas – Estrategias de lectura comprensiva – Informe de avance

Abstract

The work plan to be followed in a master's thesis is communicated, whose general objective is to identify and describe comprehensive reading strategies of mathematical symbolic expressions in first year engineering students, recognizing both the tasks that turns out of more opacity to them and the activities and actions they carry out in order to reduce it. Framed mainly in the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics, this is an intrinsic case study, with a qualitative approach, descriptive in scope. Although the data have not yet been collected, the categories of analysis (which have been operationalized through indicators) have been defined and classroom observations and semi-structured interviews have been elaborated as collection instruments. In particular, the instrument for the observations has already been validated and, therefore, an instance of what was collected is presented here.

Keywords: Symbolic mathematical expressions - Comprehensive reading strategies – Progress report

Introducción

En muchas ocasiones, los estudiantes universitarios de carreras de ingeniería expresan que las formas de lectura requeridas en la facultad difieren considerablemente de las que se les solicitaban en la escuela secundaria. A menudo, los profesores asumen que los alumnos ya han adquirido habilidades de lectura autónoma y, por lo tanto, proporcionan poca orientación durante el proceso de lectura. Este supuesto descansa en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP) del ciclo básico del área de Matemática, donde se establece, entre otros aspectos, que la escuela debe fomentar en los alumnos "la interpretación y producción de textos con contenido matemático avanzado, avanzando en el uso del lenguaje apropiado" (Ministerio de Educación, Presidencia de la Nación, 2012: 12). Asimismo, el Diseño Curricular de la Educación Secundaria Orientada (ESO) de la provincia de Santa Fe enfatiza el desarrollo de habilidades para la comprensión de la lectura, lo que facilita la traducción de expresiones del lenguaje cotidiano al lenguaje simbólico y viceversa (Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe, 2014). Además, en los planes de estudios de las carreras de ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (FCEIA) de la Universidad Nacional de Rosario (UNR), recientemente aprobados, se destaca que: "Los estudios en matemáticas contribuyen a la formación lógico-deductiva, proporcionando una herramienta heurística y un lenguaje que permite modelar fenómenos, dispositivos y procesos" (Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, 2014: 5).

Respecto a considerar a la matemática como un lenguaje (como lo hacen los documentos ministeriales y los planes de estudio de la FCEIA anteriormente citados), Pimm (1990) nos advierte que ello constituye una metáfora. Comunicar ideas matemáticas utilizando un lenguaje simbólico requiere habilidades comunicativas para comprender las convenciones concretas que rigen su uso y aplicarlas adecuadamente según el contexto. Desde esta misma perspectiva, Alcalá (2017) sostiene que el aprendizaje matemático es un proceso continuo en el que se construyen significados mediante el uso de diversos símbolos y estructuras simbólicas, que se vuelven más abstractos y complejos con el tiempo.

Este trabajo (correspondiente al plan de Tesis de Maestría en Docencia Universitaria de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) de la primera autora e insertado en el proyecto de investigación *Condiciones de posibilidad para la transmisión de los saberes matemáticos: fundamentos ontoepistémicos, discurso matemático escolar y prácticas áulicas*) se centra en los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería de la FCEIA, y pretende identificar y describir las estrategias de lectura comprensiva de **expresiones simbólicas matemáticas (ESM)** entendiendo por ellas a toda expresión escrita compuesta mayoritariamente por símbolos. Según Pimm (1990), estos se clasifican en cuatro tipos: logogramas, pictogramas, símbolos de puntuación y símbolos alfabéticos. Alcalá (2017) propone que también hay que incluir dos tipos más, a saber: i) términos y expresiones típicas tomadas de la lengua común por los matemáticos como, por ejemplo, agudo, cuadrado, cateto, plano, límite, entre otros; ii) el lenguaje gráfico-geométrico, que incluye representaciones bidimensionales como funciones y gráficas, expresiones geométricas euclidianas, grafos, representaciones conjuntistas y diagramas de Euler-Venn, entre otros.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Dado que se busca caracterizar dichas estrategias, se trata de un estudio cualitativo, exploratorio, no experimental, transversal, con un alcance descriptivo (Hernández Sampieri et al., 2006). Se adopta un diseño de estudio de caso intrínseco puesto que la lectura comprensiva de ESM en las carreras de ingeniería de la FCEIA constituye un caso complejo, un sistema acotado y único (Stake, 2013). La población bajo estudio está conformada por los estudiantes ingresantes del año 2024, a las carreras de Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Civil, Mecánica, Industrial de la FCEIA de la UNR que estén cursando la asignatura Cálculo I, correspondiente al primer cuatrimestre del primer año, teniendo en cuenta que todas las carreras mencionadas comparten la misma planificación en dicha asignatura. La elección de la asignatura Cálculo I (y en particular, como se detallará más adelante, de la unidad Cálculo Diferencial) se justifica en base a su complejidad simbólica, su relevancia para la formación de los futuros ingenieros, la riqueza de símbolos involucrados y su capacidad para contextualizar el aprendizaje en el campo de la ingeniería.

Desarrollo

Marco conceptual

Nos posicionamos desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) que nos provee los conceptos adecuados a los propósitos de la investigación al promover una visión que contrasta con el enfoque moderno del conocimiento, aceptando su relatividad según las circunstancias y usos específicos. Desde esta perspectiva teórica, se destaca la importancia de comprender cómo los estudiantes construyen conocimiento en contextos culturales y situados (Cantoral, 2016). A partir del estudio del marco teórico y del estado del arte (que, por cuestiones de espacio, no incluimos aquí), se han podido definir las categorías de análisis mediante las cuales se atenderá a los interrogantes que se plantean a lo largo de este escrito.

Como ya quedó establecido, sostenemos la conveniencia didáctica de considerar a la matemática como un lenguaje en el sentido de "priorizar en su enseñanza aquellos aspectos y tareas que favorecen los procesos de simbolización y el manejo adecuado de los símbolos" (Alcalá, 2017: 19). A este respecto, precisamos que, en este escrito -siguiendo a Anijovich y Mora (2010)- entendemos por **tareas** a todo aquello que los alumnos realizan para apropiarse de diferentes saberes; son instrumentos ofrecidos por el docente y puestos a disposición en la clase para ayudar a estructurar las experiencias de aprendizaje. Dichas tareas pueden incluir situaciones problemáticas, ejercicios prácticos, problemas de aplicación, guías de laboratorio, preguntas de reflexión, guías de investigación, actividades colaborativas, prácticas de referencia, prácticas profesionales, etc., propuestas por los profesores a los estudiantes como parte de su formación académica. Las tareas pueden variar en su formato y enfoque, y se utilizan para diferentes propósitos, esto es, tienen diferentes funciones y usos (Cordero y Flores, 2007).

El uso apropiado de las ESM, implica entender y utilizar de manera adecuada los significantes matemáticos con el significado matemáticamente atribuido y consensuado. Pareciera que, en matemáticas, la atención está centrada en los símbolos y no en el significado de lo que ellos representan, lo cual opaca la lectura comprensiva de ESM. Consideramos que esta obstaculización de los procesos de simbolización es consecuencia -en parte- de la opacidad del discurso matemático escolar (dME), conceptualizado según la TSME como un discurso que, por un lado, supone al conocimiento como acabado y continuo, y por el otro, que se caracteriza por ser un discurso hegemónico, de carácter utilitario, no funcional, con tendencia a la atomización de conceptos y carente de marcos de referencia para la resignificación. Precisamente, asociado a él, encontramos el fenómeno de **opacidad** que, debido a la inexistencia de marcos de referencia, provoca una invisibilidad de lo matemático, negando así una epistemología plural del conocimiento (Gómez Osalde et al., 2014). Dicha pluralidad epistemológica, reconoce la relatividad del conocimiento matemático según el contexto y su uso específico, y enfatiza el papel del ser humano en su construcción. Opacidad significa no tener en cuenta aquella matemática puesta en juego en otros dominios donde la matemática, en sí

DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

misma, no es un objeto de estudio, sino que se la utiliza para ciertas explicaciones de su quehacer (en el caso que nos interesa, el quehacer ingenieril).

Pimm plantea que "respecto a los textos matemáticos *mixtos* o *simbólicos*, se suscita la cuestión más compleja de cómo leer los diversos símbolos que configuran el sistema matemático" (1990: 253). Coincidimos con este autor cuando explicita que la expresión **lectura comprensiva** hace referencia no solo a la capacidad de reproducir una sucesión de sonidos en un idioma sino fundamentalmente a la capacidad de comprender lo que se lee, entendiendo por ello no solamente el conocimiento de los símbolos como un código sino también y más importante aún, el conocimiento de su funcionamiento. En el mismo sentido, Díaz Barriga y Hernández Rojas plantean que comprender lo que se lee requiere del estudiantado la capacidad de reflexionar sobre "la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias de aprendizaje flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones" (2005: 234). Sostenemos que la lectura comprensiva favorece la capacidad de construir y aplicar los conocimientos matemáticos a situaciones del mundo real (en nuestro caso, el mundo ingenieril), haciendo uso de dicho conocimiento.

De las consideraciones anteriores surge el interrogante de cuáles son las tareas consideradas de mayor opacidad por los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería de la FCEIA que involucran la lectura comprensiva de ESM. Asimismo y en el mismo sentido, cabe preguntarnos cuáles son las actividades y/o acciones que realizan estos estudiantes precisamente para realizar una lectura comprensiva de tales ESM. En este trabajo, articulando perspectivas tomadas de Díaz Barriga y Hernández Rojas (2005) y Reyes Gasperini (2016), entendemos por **estrategias de lectura comprensiva,** el conjunto de decisiones que un estudiante toma al momento de leer un texto matemático con la finalidad de aprender significativamente (Moreira, 2000) para así solucionar problemas. Las decisiones llevadas a cabo pueden involucrar, por ejemplo, tanto las interacciones entre estudiantes y/o docentes, el empleo de habilidades, procedimientos, técnicas, u operaciones, así como principalmente **actividades intencionadas** y **acciones intuitivas**. Consideramos que: i) las **actividades** se relacionan con aquellas decisiones planificadas y estructuradas, propuestas y realizadas por el estudiante mismo, con el propósito de aprender significativamente para comprender un contenido matemático específico. Estas actividades podrían incluir, por ejemplo, la revisión de lo dado en una clase, la lectura de textos especializados, la resolución de problemas, la realización de ejercicios, la participación en discusiones o debates, la búsqueda de información complementaria, la administración de autoevaluaciones, entre otras; ii) las **acciones** se relacionan con aquellas decisiones naturales y espontáneas, que emplea el estudiante para comprender un contenido matemático de manera natural y espontánea. Estas acciones podrían incluir, por ejemplo, el uso de analogías, el subrayado y/o resaltado de ideas o conceptos principales, la realización de dibujos o esquemas, la experimentación con ejemplos concretos, la exploración de patrones o la formulación de preguntas para profundizar en el tema, entre otras.

<u>Marco metodológico</u>

Se trata de un estudio de caso, y dado el enfoque cualitativo del mismo, la muestra seleccionada es no probabilística ya que no interesa generalizar los resultados a una población más amplia. Se ha decidido tomar como criterio para la selección de las unidades (estudiantes) que componen el caso, cuatro indicadores, a saber, la participación que muestren en clases, el grado de compromiso que tengan con la materia, la curiosidad o el interés que manifiesten, y los logros que alcancen en el primer parcial de la asignatura. Para alcanzar los objetivos, se recolectarán los datos mediante: a) Observaciones de clases, durante un período relativamente prolongado, donde se desarrolle la unidad *Cálculo Diferencial*. Esto se hará para identificar cuáles de las tareas planteadas por los docentes de la cátedra resultan de mayor opacidad para los estudiantes en la comprensión de la lectura de ESM; b) Para reconocer las actividades y acciones, se realizarán, por un lado, entrevistas abiertas y semiestructuradas con la

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

finalidad de conocer lo que los estudiantes dicen que emplean para leer comprensivamente ESM. Por otro lado, se solicitarán materiales escritos por los estudiantes para registrar las actividades y acciones efectivamente llevadas a cabo.

Se pretende realizar una triangulación de datos para hacer una comparación entre lo que el alumno dice que hace (entrevistas), lo que el investigador interpreta que hace (observaciones), lo que el estudiante efectivamente hace (registros escritos). Esto permitirá detectar inconsistencias entre los elementos de recolección de datos y ajustarlos para una mayor precisión.

Conclusiones

Si bien no disponemos de conclusiones que se desprendan del análisis de los datos pues los mismos todavía no han sido recolectados, describimos a continuación las fases que ya están resueltas respecto al plan de investigación propuesto.

Se ha realizado una primera revisión de la bibliografía seleccionada para integrar el marco teórico. Hemos decidido articular conceptos tomados de la TSME (dME, opacidad, resignificación) con algunos provenientes de las Ciencias de la Educación (tareas, lectura comprensiva). Ello nos ha permitido la construcción de las categorías de análisis que posibilitarán responder las preguntas de investigación anteriormente planteadas.

Respecto de la búsqueda, lectura y análisis del estado del arte -que, como ya se dijo, por razones de espacio, omitimos aquí-, hemos tomado artículos correspondientes a varias investigaciones que han abordado problemáticas afines, desde distintas perspectivas teóricas. Sin embargo, no se han encontrado estudios en donde se discutan, específicamente, las estrategias usadas por estudiantes de primer año de carreras de ingeniería para la lectura comprensiva de ESM, lo cual indica la vacancia en cuanto al tema propuesto.

Asimismo, se han elaborado los instrumentos de recolección de datos (observación no participante y entrevistas semiestructuradas). A continuación, se detallan las **categorías de análisis**:

- **Tarea**: para esta categoría de análisis, hemos determinado los siguientes indicadores, a saber, función y uso. Por *función* nos referimos al propósito de la tarea; y por *uso* aludimos a la forma en que se lleva a cabo ese propósito en el aula.

- **Acciones y/o actividades**: para esta categoría de análisis, hemos determinado los indicadores siguientes, a saber, atención y participación en la clase, toma de notas, expresiones faciales y lenguaje corporal, interacción con compañeros, interacción con el profesor, manifestación de conexiones con conceptos anteriores, resolución en tiempo real.

- **Opacidad:** el nivel de opacidad que las tareas representan para los estudiantes se detecta en función de la calidad y la cantidad de las actividades y acciones que el estudiante logre implementar en el momento de la realización de dicha tarea.

En la tabla 1, se muestra una instancia obtenida en la prueba de validación para el instrumento observaciones de clases. Dicha tabla se completa con las tareas que el profesor propone (indicando su función y su uso), las distintas acciones y/o actividades que el alumno realiza, y el grado de opacidad que esa tarea representa para el estudiante.

Queda pendiente poner a prueba la entrevista abierta y semiestructurada para realizar posibles ajustes, de ser necesario. Para la misma, se elaboraron algunas preguntas a modo de guía, para orientar al estudiante y hacer

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

emerger las actividades y/o acciones que son capaces de llevar a cabo para reducir significativamente el nivel de opacidad y así lograr leer comprensivamente ESM.

N°	Tarea (función y uso)	Estu-diante	Acciones (más observables en la teoría) Actividades (más observables en la práctica)	Grado de opacidad
1	**Tarea**: Dibujar el gráfico de una función f que verifique: f(0)=0, f´(0)=3, f´(1)=0 y f´(2)=-1. **Función**: Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto. **Uso**: Ubicar en el plano los puntos característicos del gráfico de la función. Trazar las posibles rectas tangentes, de acuerdo a lo pedido. Trazar el gráfico de la función.	A	No formula preguntas. No responde preguntas. Se observan expresiones de sorpresa. Copia en la carpeta lo que el profesor escribe. Trabaja solo. Realiza una búsqueda de los conceptos antes de resolver la tarea.	Alto
		B	Pregunta al profesor para aclarar dudas. Responde las preguntas al profesor. Se observan expresiones faciales de comprensión. Asiente con la cabeza. Muestra interés y atención. Copia en la carpeta lo que el profesor escribe. Realiza una búsqueda de los conceptos antes de resolver la tarea. Busca un problema semejante que ya haya resuelto. Comparte ideas o dudas con sus compañeros. Discute el tema con compañeros.	Bajo
		C	Pregunta al profesor para aclarar dudas. No responde preguntas. Se observan expresiones de sorpresa. Copia en la carpeta lo que el profesor escribe. Realiza una búsqueda de los conceptos antes de resolver la tarea. Busca un problema semejante que ya haya resuelto. Comparte ideas o dudas con sus compañeros. Discute el tema con compañeros.	Medio

Tabla 1. Para las observaciones de clases.

Por razones de espacio, mencionamos solo algunas de las preguntas para la entrevista:

¿Cómo fue tu experiencia en el estudio de Matemática en la escuela secundaria? Las o los profesores de Matemática en la escuela secundaria, ¿usaban notación simbólica en sus clases? En el cursado de Cálculo I, ¿podés preguntar cuando no entendés algo? ¿Estudiás todos los días? ¿Cada cuánto estudiás? ¿Cómo te organizás para estudiar? ¿Estudiás solo? ¿Cómo organizás tus anotaciones y apuntes de estudio para que te sean útiles en el futuro? Cuando te sentás a estudiar, ¿cómo empezás?, ¿qué hacés? ¿Relacionás el lenguaje simbólico con el lenguaje natural? ¿Qué recursos utilizás para entender una expresión simbólica que no comprendés? ¿Qué consejos darías a alguien que está aprendiendo a leer y entender expresiones simbólicas matemáticas por primera vez? ¿Cómo tomás apuntes al estudiar contenidos que involucran expresiones simbólicas? ¿Buscás ayuda de compañeros o de algún profesor cuando tenés dudas en algún tema? ¿Cómo decidís a quién acudir? ¿Buscás en internet? ¿Qué te parece el tema derivadas? ¿Será útil en tu carrera? ¿Pudiste relacionar el tema “derivadas” con algún tema de otra asignatura o de la misma materia? Cuando los profesores te dan tareas para que hagas, ¿las hacés o esperás que otros las hagan y copiás lo que hicieron? De las tareas que los profes te dan, ¿cuáles son las que te resultan más complicadas? ¿Qué hacés en esas situaciones? Indicame cómo resolvés las siguientes situaciones:

1. En una escena de la película Matrix, Neo, protagonizado por Keanu Reeves, corta los cables de un ascensor y este cae libremente sin rozamientos a la planta baja que se encuentra a 50 m. Lo hace para que detone la bomba que allí se encuentra y así matar a todos los soldados que estaban en ese lugar. Desde que cortó los cables, ¿cuánto tiempo pasó hasta que la bomba explotó? Recordar que la aceleración de la gravedad es 9,8 m/s^2.

2. En la tabla 2, se muestra el número N de usuarios de teléfonos móviles en Argentina desde 2015 al 2021 (en millones). Hallar la razón de crecimiento promedio de celulares de 2018 a 2020, y estimar la razón de crecimiento instantáneo en 2020.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

t	2015	2016	2017	2018	2019	2020
N	22,6	26	28,6	31,2	33,2	34,8

Tabla 2. Relación entre los años y el número de usuarios.

Las estrategias de lectura comprensiva de ESM que pretendemos describir, surgirán como respuesta a partir de la articulación entre la opacidad que originan las tareas propuestas por los docentes, y las actividades y acciones que los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería puedan implementar para reducir el nivel de tal opacidad, esto es, para resignificar el conocimiento y alcanzar una comprensión efectiva de dichas expresiones. Es nuestro deseo poder comunicar estas estrategias de lectura comprensiva de ESM en el próximo EMCI.

Referencias

Alcalá, M. (2017). *La construcción del lenguaje matemático*. 4ª reimpresión. Graó.

Anijovich, R. y Mora, S. (2010). *Estrategias de Enseñanza. Otra mirada al quehacer en el aula*. Aique Grupo Editor.

Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre La construcción social del conocimiento*. 2da. edición. Gedisa.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Relime*, 10 (1), pp. 7-38.

Díaz Barriga Arceo, F. y Hernández Rojas, G. (2005). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. 2da. edición. McGraw-Hill Interamericana Editores.

Gómez Osalde, K., Silva-Crocci, H., Cordero Osorio, F. y Soto Soto, D. (2014). Exclusión, Opacidad y Adherencia. Tres fenómenos del discurso matemático escolar. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27*, pp. 1457-1464.

Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación*, cuarta edición. McGraw-Hill/Interamericana.

Ministerio de Educación. Presidencia de la Nación (2012). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Ciclo Básico. Educación Secundaria.

Ministerio de la Provincia de Santa Fe (2014). Diseño Curricular. Educación Secundaria Orientada.

Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Aprendizaje Visor.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Ediciones Morata.

Reyes Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. Gedisa.

Stake, R.E, (2013). Estudios de casos cualitativos. En N. Denzin y Y. Lincoln. (Ed.), *Manual de Investigación cualitativa* (Vol. III, pp.154-189). Gedisa.

Universidad Nacional de Rosario. Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (2014). Plan de estudio de Ingenierías.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Estrategias de enseñanza del *Sistema circular* en la Educación Técnica

Teaching strategies of the *Circular System* in Technical Education

Presentación: 05/04/24

Cintia Vernazza
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Argentina.
cinvernazza@gmail.com

Daniela Emmanuele
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario. Argentina.
emmanueledaniela@gmail.com; emman@fceia.unr.edu.ar

Resumen

A partir de diversas experiencias docentes llevadas a cabo en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, se ha detectado que los alumnos presentan dificultades a la hora de resolver situaciones problemáticas en las cuales sea indispensable utilizar el *Sistema circular*. Este trabajo (que es parte de una Tesis de Maestría en Didáctica de las Ciencias, Mención Matemática), se aborda desde la articulación de la Socioepistemología con las Ciencias de la Educación y se plantea como un estudio de caso, con alcance descriptivo-interpretativo. Y dado que buena parte del alumnado de las ingenierías de esta facultad provienen de escuelas técnicas, pretende reconocer las distintas estrategias de enseñanza con que abordan dicho contenido, docentes del nivel secundario con modalidad técnico profesional. Para alcanzar este objetivo específico, se realizaron observaciones de clases. Aquí se esbozan solo algunas conclusiones preliminares, obtenidas mediante dichas observaciones.

Palabras clave: sistema circular, estrategias de enseñanza, socioepistemología

Abstract

From various teaching experiences carried out at the Faculty of Exact Sciences, Engineering and Surveying of the National University of Rosario, it has been detected that students have difficulties when solving problem situations in which it is essential to use the *Circular System*. This work (which is part of a Master's Thesis in Didactics of Sciences, mention in Mathematics), is approached from the articulation of Socioepistemology with Educational Sciences and is proposed as a case study, with a descriptive-interpretative scope. Given that a large part of the engineering students of this faculty come from technical schools, it aims at recognizing the different teaching strategies used by teachers of the secondary level with technical-professional modality to approach such content. In order to achieve this specific objective, class observations were carried out. Only some preliminary conclusions, obtained through these observations, are outlined here.

Keywords: circular system, teaching strategies, socioepistemology

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Introducción

A partir de diversas experiencias docentes llevadas a cabo en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (FCEIA) de la Universidad Nacional de Rosario (UNR), se ha podido detectar que los alumnos en muchos casos aprenden por primera vez (en otros casos, repasan y recuerdan, pero no siempre es así) el sistema de medición angular circular en el cursillo de ingreso, aunque no pareciera resultar significativo para ellos. De igual modo, es común en instancias de exámenes de materias de primer y segundo año del ciclo básico de las carreras de ingeniería -específicamente Cálculo I, Cálculo II, Álgebra y Geometría Analítica, Introducción a la Física y Física I-, que al momento de resolver ciertos ejercicios que involucran a las funciones trigonométricas, aparezcan errores debidos a un manejo deficiente del *Sistema circular*. Observando y analizando distintos exámenes parciales de estas asignaturas, coincidimos en que "[...] se ve un conflicto en la solución de ejercicios que involucran la decisión de qué unidad angular utilizar" (Meneses Pérez, 2010: 8). Los alumnos toman el valor numérico de cierto ángulo medido en el sistema sexagesimal como si fuera un número real, por ejemplo, confunden 45° con el número real 45. En una comunicación presentada en el EMCI 2018 (Vernazza y Emmanuele, 2018), se describieron y analizaron ciertas problemáticas relacionadas al *Sistema circular* durante el dictado del cursillo de ingreso a las carreras de ingeniería de la FCEIA; por ejemplo, los ingresantes -que en una buena proporción son egresados de escuelas técnicas- no pueden concebir la importancia de seleccionar el sistema de medición angular apropiado para las situaciones problemáticas planteadas.

En base a las cuestiones mencionadas anteriormente, cabe reflexionar acerca de la conceptualización del *Sistema circular* que poseen los profesores de matemática de escuelas secundarias con modalidad técnico profesional y acerca de si las estrategias de enseñanza utilizadas al momento de diseñar sus clases relativas al *Sistema circular*, apuntalan la construcción del concepto de ángulo radián, o solamente refuerzan la repetición de su definición formal, una definición que aparentemente no es comprendida en forma acabada. Consideramos que el tema de nuestro interés, debe abordarse desde la articulación de campos disciplinares diversos: por un lado, desde una teorización de las prácticas docentes (Ciencias de la Educación) que advierta cómo reconocer las estrategias de enseñanza relativas al contenido disciplinar en cuestión, y por otro lado, desde una Socioepistemología que dé cuenta de cómo son puestos en uso los conocimientos matemáticos mediante prácticas de referencia concretas y nos permita identificar las concepciones epistemológicas.

Este trabajo de investigación se realiza desde un enfoque cualitativo, de alcance descriptivo-interpretativo, transversal. Se propone como un estudio de caso intrínseco, dado que se interesa en toda su particularidad y en su carácter ordinario (Stake, 2013). En cuanto a la población, se ha trabajado con docentes de matemática en ejercicio profesional en escuelas de Educación Secundaria con Modalidad Técnico Profesional (EETP) del depto. Rosario. La elección de la misma se justifica por el hecho de que en el Diseño Curricular de la Pcia. de Santa Fe para la EETP se propone explícitamente el desarrollo del tema *Sistema circular* como contenido (Ministerio de la Provincia de Santa Fe, 2011, 2013, 2014), en el segundo ciclo de dicha modalidad (de tercero a sexto año), mientras que el mismo no figura de forma explícita en el Diseño Curricular de la Pcia. de Santa Fe para las escuelas de la Educación Secundaria Orientada (ESO) (Ministerio de la Provincia de Santa Fe, 2014). Se han seleccionado escuelas en las que se ofrecen las tecnicaturas en Equipos e instalaciones electromecánicas, Electrónica, y Energías renovables (puesto que, potencialmente, estas terminalidades proveen alumnos a la FCEIA, dada la compatibilidad temática con las carreras ingenieriles allí ofrecidas). Dentro de estas escuelas, se han seleccionado 3 profesoras de matemática (rotuladas A, B y C) que desarrollan el contenido *Sistema circular* en sus clases de tercer y cuarto año, respectivamente.

Se han recolectado los datos mediante las siguientes técnicas: a) Observaciones de clases donde se desarrolle el contenido *Sistema circular*, con el propósito de reconocer las estrategias de enseñanza que llevan a cabo los docentes

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

en sus clases, al enseñar dicho tema; b) Entrevistas semiestructuradas a los docentes cuyas clases se observan con el fin de identificar las concepciones epistemológicas que poseen los docentes respecto al uso y la necesidad de incorporar el *Sistema circular* para la medición de los ángulos.

Desarrollo

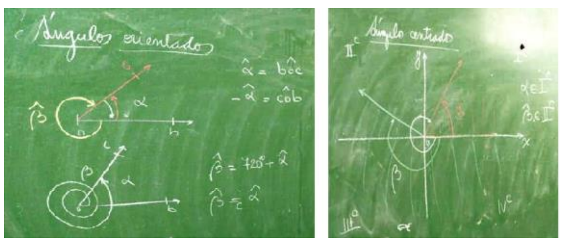
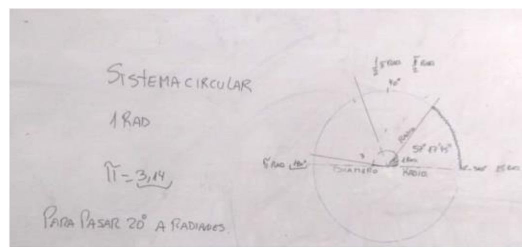
Desde la perspectiva de las Ciencias de la Educación, se sostiene (Davini, 2015), respecto de los aportes de la didáctica a las buenas prácticas docentes, la significatividad que adquiere la formación de docentes reflexivos y capaces de generar propuestas alternativas como profesionales e intelectuales, así como también la relevancia de disponer de prácticas de enseñanza acordes al contexto donde se desenvuelven los sujetos destinatarios de la propuesta en cuestión. En este sentido, se considera que la actividad docente fundamental consiste en pensar en el cómo de la enseñanza. Dependiendo, por un lado, del grado de comprensión que el docente tenga del contenido a enseñar (en el caso de interés, el *Sistema circular*) y, por el otro, de cuán creativa resulte la combinación de las componentes didácticas elegidas, la planificación de la clase podría resultar más o menos exitosa en cuanto al propósito de enseñar la temática señalada. Siguiendo a Anijovich y Mora (2010) entendemos por **estrategias de enseñanza** al conjunto de aquellas decisiones que toman quienes enseñan, con la intención de fomentar la comprensión en el estudiantado, posibilitando así la formación de conceptos, y que involucran consideraciones generales respecto a cómo, qué, por qué y para qué trabajar un determinado contenido disciplinar.

Dado que las estrategias de enseñanza se constituyen a partir de diversos recursos, actividades, formas de construcción, comunicación y transmisión de los contenidos, que se entrelazan para diseñar una clase, proponemos operativizar dicha variable de acuerdo con algunas de sus componentes, a saber: planteamiento de objetivos; organizadores previos; ejemplificación; ejercitación; gráficas; analogías; preguntas para un diálogo reflexivo; señalizaciones; comparaciones; utilización de material concreto, tangible o manipulable; uso de problemas con propósitos diversos (situaciones-problema, de reinversión o aplicación, de integración o de síntesis, de evaluación, etc.); contextualización; modelización; vinculación con otros dominios del saber (intra o extramatemático); planteamiento de situaciones lúdicas; visualización; predicción; reconocimiento de patrones; diversos modos de validación; inducción; formalización; problematización; dialectización; utilización de prácticas de referencia, entre otros (Cantoral, 2016; Díaz Barriga y Hernández Rojas, 2005; Anijovich y Mora, 2010; Farfán Márquez, 2012). Una singular combinación de componentes nos permitirá detectar una categoría particular de estrategias de enseñanza, como se describe a continuación: i) Descontextualizadas, centradas en el objeto; ii) Mediatizadas (por problemas introductorios o motivadores) y resignificadas (mediante aplicaciones); y iii) Histórico-dialécticas, centradas en las prácticas de referencia. (Se debe tener en cuenta que, estas categorías son descriptivas para la identificación de un determinado tipo principal pero que generalmente no aparecen en un estado puro y único).

En las tres docentes seleccionadas se observaron las clases correspondientes a la unidad *Funciones Trigonométricas* donde -según ellas- se presenta y desarrolla el *Sistema circular*. Se reportan aquí, parcialmente, solo algunas conclusiones preliminares, acerca de la estrategia que utilizó cada una de las docentes al momento de desarrollar el contenido *Sistema circular*. Dado que lo observado en las clases de la docente B y C es muy similar, se ha decidido, por razones de espacio, solo comunicar los resultados de las docentes A y B. La docente A planteó, en el inicio de la unidad, la secuenciación de los conceptos matemáticos de la siguiente manera: ángulo estático-ángulo orientado-ángulo centrado en los ejes-sistema sexagesimal-sistema circular-razones trigonométricas. La docente B propuso, en cambio, la siguiente secuenciación: sistema sexagesimal-elementos de una circunferencia-sistema circular-círculo unitario-funciones trigonométricas. La tabla 1 que se anexa a continuación muestra, en la columna izquierda, la componente didáctica detectada (que surge del registro categorial) y, en las otras dos columnas, palabras textuales

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

de ambas docentes (que surgen del registro narrativo). (<u>Nota</u>: el orden en el que se listan las componentes está dado por razones de espacio y organización de la tabla, no necesariamente por el orden de aparición en las clases).

COMPONENTES	Docente A	Docente B
Organizadores previos	"¿Qué es un ángulo?" "¿Cómo se podían clasificar?" "¿Qué quería decir congruentes?" "¿Qué significa medir?" "¿Qué es un ángulo recto?"	"¿Qué es una circunferencia?" "¿Qué es el radio?" "¿Qué es el diámetro?" "¿A qué se le llamaba un arco de circunferencia?"
Planteamiento de objetivos	"El sistema sexagesimal, el sistema centesimal (que no lo vamos a dar) y el sistema circular (que este sí lo vamos a dar porque es el más usado en trigonometría), son tres sistemas de medición angular: sexagesimal, centesimal y circular. Vamos a ver dos, el sexagesimal que es el más común y es el más conocido; y el circular o radial que es el más usado para la trigonometría, que es lo que nosotros vamos a ver después".	"A lo que apuntamos, es a aprender a hacer la gráfica de las funciones trigonométricas, que también plantean la relación entre ángulos, ¿sí? Pero está más relacionado a lo que nosotros estuvimos trabajando anteriormente que es la gráfica de funciones, ¿sí? Es otro tipo de trabajo dentro de la trigonometría. Entonces, antes de empezar con la gráfica de la función trigonométrica y demás, vamos a empezar a ver lo que se llama el sistema circular".
Gráficas	 Figura 1. Ángulos orientados y centrados en los ejes	 Figura 2. Sistema circular.
Ejemplificación	 Figura 3. Ejemplos de conversión de unidades.	• Para pasar 50° a radianes: $180° \rightarrow \pi$ rad $50° \rightarrow x$ rad $X = \frac{50 \cdot \pi\, rad}{180}$ $X = \frac{5\pi\, rad}{18}$ • Para pasar de $\frac{\pi}{3} rad$ radianes a grados: π rad$\rightarrow 180°$ $\frac{\pi}{3} rad \rightarrow x°$ $X = \frac{\frac{\pi}{3} rad \cdot 180°}{\pi rad}$ $X = \frac{180°}{3}$ $X = 60°$ Figura 6. Ejemplos de conversión de unidades.
Ejerci-tación	**2. Calculen en grados sexagesimales.** a. $4\pi =$ c. 2 radianes = e. $\frac{5}{4}\pi =$ b. $\frac{\pi}{6} =$ d. $1{,}5\ \pi =$ f. $2{,}75\ \pi =$ **3. Expresen los siguientes ángulos en radianes, en función de π.** a. 120° = c. 315° = e. 135° = b. 225° = d. 100° = f. 270° = Figura 4. Ejercitación planteada por la docente A	<u>Pasaje de ángulos</u>: grados a radianes A) 0° = B) 30° = C) 210° = <u>Pasaje de ángulos</u>: radianes a grados A) π/5= B) 5π/3= C) 7/12 π= D) 3/5 π=
Preguntas para un diálogo reflexivo	¿No puede haber un ángulo de 460 grados? ¿y un ángulo negativo? ¿Alguien puede traducir lo que dije?	

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Analogías	1) "Me voy a remitir a mi infancia, ¿conocen el pacman? La boquita del pacman es el ángulo convexo y el cuerpo del pacman es el ángulo cóncavo. Cuando marco el sentido del giro del ángulo queda el pacman formado". 2) "La unidad de medida es un ángulo, este va a ser la unidad de medida, pero tiene una condición en particular, que el arco o la porción de la circunferencia que queda encerrada entre los lados del ángulo, esta medida de esa curva, si yo la pudiera enderezar, si viniera con un alambre, lo corto y lo enderezo, la medida de ese arco de circunferencia coincide con el radio de la circunferencia. Es como si fuera un triángulo equilátero, pero uno de los lados lo curvamos. Esto se llama radián, eso es un radián, y es la unidad de medida de este sistema".	1) El sistema de medición, se llama sistema sexagesimal, que el grado, digamos, es similar al que nosotros usamos en la hora, ¿sí? La equivalencia, digamos, es similar a lo que nosotros usamos en el tiempo, una hora que equivale a ¿cuántos minutos? Sesenta. Y un minuto que equivale a 60 segundos. Bueno. Acá los grados al medir un ángulo, digamos, pasa lo mismo, ¿sí? Era una unidad que iba de sesenta en sesenta. 2) "Es como si tomáramos un hilito, que mida como el radio y lo hacemos coincidir acá (marcando el arco), eso es un radián. Si hacemos lo mismo con el diámetro y vamos midiendo, nos daría que el diámetro entra en la circunferencia, 3.14 veces".
Comparación	1) "Si para medir longitudes uso una determinada longitud, a la que llamo unidad centímetros. Para longitudes, uso longitudes, para medir ángulos voy a usar una unidad de medida que es la que ustedes dijeron que es el grado, pero el grado es un ángulo. Para medir ángulos, voy a usar como unidad de medida ángulos". (Comparación medida de longitud con medida angular). 2) "Fíjense que lo primero que hago es definir la unidad de medida. En el sistema sexagesimal vimos que era el grado, que lo entendieron fácil, ¿no? Porque es el ángulo recto dividido en 90 partes, además ya lo vienen escuchando desde hace un montón de tiempo, pero no sabían que era un ángulo, que el grado era un ángulo que tiene una medida particular. Bueno, el radián es la unidad de medida del sistema circular y es un ángulo un poco más grande. La condición es que se llama radián al ángulo cuyo arco de circunferencia coincide con el valor del radio de la circunferencia en la que está centrada". (Comparación sistema sexagesimal con circular).	1) "En la primera parte que está en el apunte, simplemente recuerda lo que era el sistema sexagesimal que es el que habitualmente nosotros estamos acostumbrados o reconocemos más para nombrar un ángulo. El radián es una unidad de medida diferente al grado, que está relacionado también con los ángulos, es otra unidad de medida que también me permite medir ángulos, pero no en un sistema sexagesimal que va de 60 en 60 como ya dijimos, sino que plantea otra relación. Es una forma de medir lo mismo". (Comparación entre sistema sexagesimal y circular). 2) "Algo como para comparar para que se ubiquen cuál es la idea. Ustedes recordarán que en algún momento habrán trabajado con unidades de medida como el metro, el centímetro, el decímetro. Era como equivalencia entre las distintas unidades de medida y había una regla que permitía pasar de una unidad a otra. Acá es lo mismo, la relación sería esa, es pensar en otra forma de medir lo mismo, en este caso los ángulos. Entonces, el sistema sexagesimal trabaja con los grados, el sistema circular trabaja con la unidad de medida que es el radián". (Comparación entre medir longitudes y medir ángulo).
Utilización de algoritmos de cálculo	"Las equivalencias en cualquier unidad siempre se pueden trabajar con regla de tres simple. Entonces, por ejemplo, en el primer caso, me lo da en el sistema sexagesimal y me pregunta a cuántos radianes equivale; entonces lo tengo que pasar al sistema circular. ¿Qué relación hay entre el sistema	"Bueno, por ejemplo, si tengo un ángulo en grados y quiero buscar su equivalencia en el sistema circular, en radianes, digamos, puedo usar la regla de tres simple. Partiendo de la equivalencia de que π radián equivale a 180°, partiendo de esa equivalencia puedo

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

	sexagesimal y el sistema circular? Podemos poner que 360° equivale a 2π radianes. Abajo pongo 416° 20´18´´ y es regla de tres, ¿se acuerdan cómo es la regla de tres?	averiguar cualquier otro ángulo. Por ejemplo, si quisiera averiguar un ángulo de 20°. Yo sé que 180° es π radián y 20° sería x radián, haciendo la regla de tres simple, ¿cómo sería?”
Uso de problemas de reinversión	1) Calcular la longitud de arco encerrado por un ángulo de 31° 17´ en una circunferencia de 2 cm de radio. 2) Un ángulo de 346° 43´ está inscripto en una circunferencia y abarca un arco de 17,9 cm de longitud, calcular el perímetro de la circunferencia.	
Formalización	“Entonces el radián es un ángulo que el arco de circunferencia que encierra mide lo mismo que el radio de la circunferencia en la que está centrado. Entonces yo puedo sacar que la longitud de la circunferencia es 2 π por radio y qué hago para saber cuántos radianes mide el giro completo, ¿qué tendría que hacer?” “Entonces para saber cuánto mide el ángulo en radianes, la cuenta que vamos a hacer, la longitud del arco dividido r. En particular, si lo planteamos para el ángulo de 360°, ¿cuántos radianes va a medir?”  Figura 5. Formalización del sistema circular.	“Mirando el apunte, vemos que está escrita la equivalencia de radianes y el sistema sexagesimal. Hay una circunferencia donde está dibujada la equivalencia en radianes, habíamos dicho que 180 equivalía a un π radián. Hay otra circunferencia donde hace la comparación junta para que visualicen esa equivalencia. Al costadito está marcado lo mismo que está explicado en el gráfico, pero el cálculo, es decir la relación entre la longitud de la circunferencia y el radio que era la relación que estábamos dando, de donde surgía el radián. El radián surgía del ángulo que quedaba formado entre la relación que se daba entre la medida del radio y el arco de la circunferencia. También les indica a cuánto equivale un radián, este ángulo sería 57°17´45´´” (página 1 del apunte).

Tabla 1. Componentes didácticas detectadas en las clases de las docentes A y B.

Conclusiones

Analizando la tabla presentada, se observa que ambas docentes recurren en algún momento a los conocimientos previos de sus alumnos, así como también plantean que el objetivo de estudiar el *Sistema circular* será necesario para cuando desarrollen el estudio de las funciones trigonométricas. También, a través de distintas analogías y comparaciones, intentan vincular el contenido con conceptos que son familiares a los alumnos (pacman, sistema horario habitual, uso de un hilo o alambre para medir algo curvo, etc.), pero no encontramos una vinculación con otros dominios del saber ni intra ni extramatemático (topografía, astronomía, otros). Utilizan gráficas, ejemplos y formalizan los conceptos desarrollados, como así también acuden a la utilización del algoritmo de la regla de tres simple y plantean ejercicios algorítmico-mecánicos. Todas las componentes mencionadas anteriormente conforman una estrategia centrada en el objeto, en ningún caso se vincula el *Sistema circular* con conceptos que involucran otras ciencias como, por ejemplo, el movimiento circular uniforme relativo a la Física, con el fin de matematizar la realidad y donde se utiliza naturalmente dicho sistema. No se observa alguna intermediación de cuál es su origen, considerando el trabajo llevado a cabo por los matemáticos involucrados (Cotes, Newton), ni tampoco se plantean actividades donde los alumnos recreen las prácticas de referencia implicadas en el surgimiento del *Sistema circular*. Del mismo modo, no se encuentra ninguna mención a las prácticas sociales de las cuales emergen los diferentes significados. Es por ello que, de lo observado en estas clases, ninguna de ambas docentes utiliza una estrategia histórico-dialéctica.

AJEA (Actas de Jornadas y Eventos Académicos de UTN)
DOI: https://doi.org/10.33414/ajea.1759.2024
Publicado / Published: 12/2024

Sin embargo, podría pensarse que la docente A -a diferencia de la docente B- intenta, sin lograrlo cabalmente, utilizar una estrategia mediatizada por problemas introductorios o motivadores y resignificada mediante aplicaciones ya que, por un lado, pretende resignificar el contenido a través de algunos problemas de reinversión, y por el otro, realiza preguntas que tienden a hacer reflexionar a los alumnos. Debido a esto, podría decirse que esta docente procura -quizás no de manera intencional y muy débilmente- utilizar una estrategia descentrada del objeto, sin plasmarla acabadamente. Al momento de enseñar las funciones trigonométricas, ambas docentes utilizan la amplitud del ángulo en ambos sistemas, pero no se lo resignifica a través de alguna situación problemática de la vida real, ni tampoco mediante alguna actividad que permita comprender los beneficios apareados precisamente al expresar la medida de dichos ángulos en radianes (simplificación en las ecuaciones, la relación radianes-reales).

Concluimos preliminarmente que pareciera que, al incluir al contenido *Sistema circular* dentro de la unidad *Funciones trigonométricas*, no se le atribuye la importancia suficiente y que lo fundamental se sostiene a nivel de la equivalencia con el sistema sexagesimal. De este modo, se reduce este contenido a una cuestión operativa y que solo se enseña para contar con otro sistema de medición de ángulos. No se focaliza en cómo surge dicho sistema, ni cuál es el motivo y la necesidad de su uso que, de tenerse en cuenta, propiciaría una mejor construcción de dicho conocimiento. Esperamos comunicar en el próximo EMCI los resultados obtenidos de las entrevistas mostrando las concepciones epistemológicas y la interpretación que se desprende de la relación que hay con las estrategias aquí descriptas.

Referencias

Anijovich, R. & Mora, S. (2010). *Estrategias de enseñanza. Otra mirada al quehacer en el aula*. Aique.

Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento.* (2° edición). Gedisa.

Davini, M.C. (2015). *La formación en la práctica docente*. Paidos.

Díaz Barriga Arceo, F. y Hernández Rojas, G. (2005). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. 2a edición. McGraw-Hill Interamericana Editores.

Farfán Márquez, Ma. R. (2012). *Socioepistemología y ciencia. El caso del estado estacionario y su matematización*. Gedisa.

Meneses Pérez, H. (2010). "La transición, grados, radianes, reales en la construcción de la función trigonométrica: un análisis sistémico". Tesis (Maestría en Ciencias en Matemática Educativa). Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. México, DF.

Ministerio de la Provincia de Santa Fe (2014). Diseño Curricular. Educación Secundaria Orientada.

Ministerio de Educación de la Provincia de Santa Fe (2011, 2013, 2014). Diseño curricular. Educación Secundaria Modalidad Técnico Profesional. Anexos 2 al 20. En https://campuseducativo.santafe.edu.ar/disenos-curriculares/

Stake, R.E., (2013). Estudios de casos cualitativos. En N. Denzin y Y. Lincoln. (Ed.), *Manual de Investigación cualitativa* (Vol. III, pp.154-189). Gedisa.

Vernazza, C.; Emmanuele, D. (2018). "La conceptualización de los sistemas de medición angular en alumnos ingresantes a carreras de ingeniería". Libro de Resúmenes del XXI Encuentro Nacional y XIII Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, XXI EMCI, Villa María, Córdoba, Argentina, del 24 al 26 de octubre de 2018, p. 113. En: http://emci.edu.ar/anales-de-encuentros/#2018. ISBN 978-987-4433-22-0.

2024

XXIV ENCUENTRO NACIONAL
XVI ENCUENTRO INTERNACIONAL
DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA (EMCI)

Facultad Regional San Francisco