

UN MODELO BIOBJETIVO PARA OPTIMIZAR LOS TIEMPOS DE VIAJE Y LA COMPACIDAD DE LAS RUTAS EN PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULOS

Rossit, Diego Gabriel ^(1,2); Toncovich, Adrián Andrés ⁽¹⁾

⁽¹⁾ *Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur (UNS).
atoncovi@uns.edu.ar.*

⁽²⁾ *INMABB, Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur (UNS)-CONICET.
diego.rossit@uns.edu.ar.*

RESUMEN

Los problemas de optimización de la logística de transporte en general y del ruteo de vehículos, en particular, tradicionalmente han atraído la atención de numerosos investigadores y profesionales debido a sus múltiples aplicaciones prácticas. En ese sentido, la bibliografía es abundante en el desarrollo de modelos y algoritmos de resolución para los problemas de ruteo de vehículos en todas sus variantes, un problema que ha sido reconocido como desafiante en términos de complejidad computacional. Generalmente, los principales objetivos de estos modelos ya desarrollados consisten en minimizar las distancias de recorrido, los tiempos de viaje, el número de vehículos necesarios o el costo total de transporte. Sin embargo, la bibliografía es menos abundante en otro grupo de objetivos agrupados bajo el nombre de atracción visual. Este tipo de objetivos se relaciona con ciertos beneficios operativos asociados con el diseño de un plan de rutas compactas, que no se solapan entre sí y cuyos trayectos no se intersecan. Identificando este déficit en la literatura, en este trabajo se propuso realizar un aporte en esta área desarrollando un modelo biobjetivo para optimizar tanto el tiempo de viaje como la compacidad de las rutas a los efectos de poder evaluar la relación de compromiso entre ambos criterios. Este modelo se resolvió utilizando un enfoque exacto de programación matemática y la evaluación computacional se desarrolló sobre instancias de prueba. Por medio de la estrategia utilizada, aplicada a un problema particular de ruteo de vehículos, se pueden seleccionar soluciones de compromiso adecuadas con relación a los tiempos de viaje y la atracción visual de las rutas.

Palabras Claves: Optimización - Logística del transporte - Atracción visual en problemas de ruteo.

ABSTRACT

Transport logistics optimization problems in general and vehicle routing in particular have traditionally attracted the attention of numerous researchers and professionals due to their multiple practical applications. In this sense, the bibliography is abundant in the development of models and solving algorithms for vehicle routing problems in all their variants, a problem that has been recognized as challenging in terms of computational complexity. Generally, the main objectives of these already developed models are to minimize travel distances, travel times, the number of vehicles needed or the total cost of transportation. However, the literature is less extensive on another group of objectives known as visual attraction. These types of objectives are related to certain operational benefits associated with the design of a compact route plan, which do not overlap with each other and whose paths do not intersect. Identifying this deficit in the literature, this paper proposes to make a contribution in this area by developing a bi-objective model to optimize both the travel time and the compactness of the routes in order to be able to evaluate the compromise relationship between both criteria. This model was solved using an exact approach based on mathematical programming and the computational evaluation was carried out on test instances. Through the strategy used, applied to a particular vehicle routing problem, adequate compromise solutions can be selected with respect to travel times and visual attraction of the routes.

Keywords: Optimization - Transport logistics - Visual attraction in routing problems.

1. INTRODUCCIÓN

En la gestión de la cadena de suministro, una parte importante del proceso de toma de decisiones involucra la planificación de la logística del transporte. En la literatura relacionada, este tipo de planificaciones se modela a través de lo que se conoce como un problema de ruteo de vehículos o Vehicle Routing Problem (VRP), un problema de optimización combinatoria que concierne al diseño de los recorridos óptimos de una flota de vehículos para servir a un conjunto de clientes (Toth y Vigo, 2014). Desde su primera aplicación en un problema de distribución de combustible en los EEUU (Dantzig y Ramser, 1959), los problemas de ruteo han sido adaptados y extendidos para su utilización en diversas aplicaciones (Toth y Vigo, 2014; Vidal et al., 2020). Muchas de estas aplicaciones se relacionan con la gestión de servicios urbanos entre los que podemos encontrar algunos vinculados a sistemas tradicionales, como lo pueden ser la recolección de residuos sólidos urbanos (Fermani et al., 2019; Nesmachnow et al., 2018; Rossit et al., 2021) y la determinación de los recorridos de líneas de ómnibus urbanas (Ellegood et al., 2020), como también otros vinculados con la utilización de tecnologías modernas en el contexto de las ciudades inteligentes, como puede ser la gestión del tráfico en tiempo real (Lakshmanaprabu et al., 2019) y el uso de vehículos eléctricos o bicicletas compartidas (Li et al., 2020; Shi et al., 2019).

Al momento de modelar un problema VRP pueden perseguirse distintos objetivos y considerar distintas restricciones dependiendo del caso de aplicación (Arnold y Sørensen, 2019). Esto ha llevado a que exista una gran cantidad de variantes de este problema. Por ejemplo, pueden citarse el problema de ruteo con restricciones de capacidad o Capacitated VRP (CVRP), el problema con restricciones de distancias o Distance-Constrained VRP, el problema VRP con ventanas de tiempo (VRPTW), el VRP con Pickup y Delivery (PDP) y el VRP periódico (PVRP), entre otros. Estos problemas están basados, en general, en una demanda de los clientes conocida, sin embargo, también pueden incorporar demandas de naturaleza estocástica. También existen ciertos problemas dinámicos, donde la demanda de los clientes se va revelando una vez que el vehículo ha comenzado su recorrido, debiendo realizar rediseños de la ruta al vuelo.

En general, los criterios convencionales o tradicionales que se intentan optimizar en los problemas de ruteo tratan sobre aspectos objetivos (y cuantitativos) como minimizar los costos de transporte, las distancias o los tiempos de viaje, el número de vehículos requeridos o las penalizaciones por violación de restricciones que se asumen como “débiles”, tales como las ventanas de tiempo. Otro objetivo que puede considerarse es la llamada “atracción visual” de las rutas. Esta característica, que inicialmente estaba relacionada, principalmente, con el grado de aceptación que tienen las soluciones producidas por los algoritmos VRP por parte del administrador o planificador de las rutas (Poot et al., 2002), ha demostrado también tener varias ventajas al momento de la implementación de las planificaciones de ruteo y en la disminución de costos operativos (Corberán et al., 2017; Hollis y Green, 2012). Por esta razón, es un objetivo que se incorpora frecuentemente en las aplicaciones prácticas del VRP.

Si bien no resulta fácil elaborar una definición precisa de la atracción visual debido a su carácter relativamente subjetivo (Constantino et al., 2015), diversos autores relacionan este concepto subjetivo con algunas características que deben exhibir las rutas de un plan: en general las rutas visualmente atractivas son compactas -se sitúan en una región geográfica acotada y su envolvente convexa presenta una forma aproximadamente circular-, se encuentran separadas entre sí -evitando solapamientos entre distintas rutas- y no poseen entrecruzamientos en sus trazados -evitando cruces de trayectos dentro de una misma ruta- (Rossit et al., 2019). Este carácter multidimensional en su definición también se ha traducido en una gran cantidad de métricas que se han elaborado para medir la atracción visual en problemas de ruteo, existiendo en la actualidad una gran dispersión de indicadores.

En un intento por comparar los diversos indicadores elaborados y encontrar qué grado de asociación existe entre ellos, en Rossit et al. (2019) se analizó el grado de correlación lineal entre las diversas métricas a través de su aplicación a conocidos benchmarks de la literatura. Poder determinar con mayor precisión el grado de asociación permitiría establecer un sistema de recomendaciones para asesorar a los potenciales usuarios sobre cuáles métricas utilizar para distintos tipos de la aplicación. Además, las diferentes métricas tienen tiempos de cálculo diferentes y, por lo tanto, si dos métricas están fuertemente asociadas el usuario podría optar utilizar solo una de ellas eligiendo la que requiera un menor tiempo de cómputo.

Finalmente, teniendo en cuenta que la elaboración de planes de distribución visualmente atractivos ha sido identificada como una herramienta para disminuir los costos operativos de la logística del transporte, el plan de trabajo tiene una importante vinculación con el proyecto de investigación en el

que se inserta; el cual se relaciona con el estudio de sistemas logísticos particularmente complejos desde el punto de vista computacional -como lo es el VRP- en lo referente a la coordinación de la cadena de suministro y la toma de decisiones respecto de la programación de envíos dentro de la red de distribución/recolección de la empresa.

Particularmente, en este trabajo se propone un modelo biobjetivo en el cual se optimiza tanto el tiempo de viaje como la compacidad de las rutas. Este modelo tiene aplicación en problemas de gestión de residuos en los que se identifica la necesidad de contar con rutas compactas.

Este trabajo se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2 se desarrolla el modelo matemático correspondiente al problema. El trabajo de experimentación y los resultados se exponen en la Sección 3. Finalmente, en la Sección 4 se presentan las conclusiones del trabajo y las futuras líneas de investigación.

2. MODELO MATEMÁTICO

En esta sección se formaliza el modelo de ruteo de vehículos analizado, así como la métrica de compacidad considerada.

2.1. Compacidad

La compacidad es una de las medidas más extendidas para representar el atractivo visual de una solución para un problema de ruteo. Sin embargo, a pesar de ser un concepto relativamente intuitivo, en general la compacidad no se puede definir unívocamente (Kalcsics, 2015, MacEachren, 1985). Constantino et al. (2015) clasificaron la literatura distinguiendo tres tipos de medidas de compacidad: i) similitud de la forma del casco convexo de la ruta con formas geométricas estándar (Jarrah y Bard, 2012); ii) compacidad geográfica/geométrica o visual (Lei et al., 2012); o iii) proximidad entre clientes (Salazar et al., 2012). En el mismo trabajo, se propuso una clasificación diferente definiendo medidas de compacidad basadas en: i) tiempos máximos de viaje o distancias euclidianas (González et al., 2011); ii) la suma de las distancias euclidianas (Hollis y Green, 2012); iii) las desviaciones promedio y estándar de las distancias (o tiempos de viaje) entre los clientes y un punto de referencia (Mourão et al., 2009); o iv) y los perímetros de las zonas o perímetros y áreas de las zonas (Lei et al., 2012).

Entre los trabajos recientes que aplican métricas de compacidad puede mencionarse el trabajo de Linfati et al. (2022) que propone distintos modelos matemáticos para optimizar dos objetivos en una función con peso: el balanceo de las cargas de las rutas y la compacidad. Por su parte, Kilby y Popescu (2021) propusieron algoritmos de complejidad lineal para generar rutas atractivas visualmente. Tiwari y Sharma (2023) evaluaron el desempeño de un conjunto de heurísticas muy utilizadas de la literatura teniendo como uno de los objetivos de la función agregada de costos la compacidad, siendo la búsqueda tabú una de las que mejor desempeño presentó.

Muchas de las fórmulas de compacidad desarrolladas en la literatura (Rossit et al., 2019) pueden resultar complejas cuando se introducen en una formulación matemática dando lugar a modelos no lineales los cuales son reconocidos como problemas complejos desde el punto de vista de la eficiencia computacional (Lee and Leyffer, 2011). Considerando que además los problemas de ruteo de vehículos ya son problemas NP-hard incluso en sus variantes más básicas (Toth y Vigo, 2014), no es extraño ver que la mayoría de los trabajos que integran compacidad en los procesos de optimización en problemas de ruteo sean de naturaleza heurística.

En este trabajo, proponemos un cálculo de compacidad adaptado del trabajo de Poot et al. (2002). Sea I el conjunto de nodos del problema y K el conjunto de rutas:

$$COMP = \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} d_{ij} z_{ij}^k$$

Donde d_{ij} es la distancia entre los nodos i y j , y z_{ij}^k es una variable binaria que vale 1 si los nodos i y j son parte de la ruta k .

2.2. Formulación del modelo de programación matemática

Entonces el VRP con límite de tiempo aquí estudiado, adaptado a un caso de recolección de producto, puede formalizarse a través de un modelo de programación matemática que incluye la definición de conjuntos, parámetros y variables que se indican en la Tabla 1.

Tabla 1. Definición de conjuntos, parámetros y variables del modelo de programación matemática.

Conjuntos	
K	conjunto de viajes de los vehículos que pueden utilizarse.
I	conjunto de puntos que generan demandas.
Parámetros	
C	capacidad de los vehículos.
T	límite de tiempo de la jornada laboral de los conductores.
c_i	volumen de producto a recolectar en el punto $i \in I$
t_{ij}	tiempo de viaje desde el punto $i \in I$ hasta el punto $j \in I$
tc_i	tiempo de servicio en el punto $i \in I$.
td_0	tiempo de descarga del producto acumulado en el vehículo en el depósito
d_{ij}	distancia entre los nodos $i \in I$ y $j \in I$
Variables	
x_{ij}^k	variable binaria que tiene el valor 1 si el vehículo durante el viaje $k \in K$ circula desde el punto $i \in I$ hasta el punto $j \in I$, 0 en el otro caso.
z_{ij}^k	es una variable binaria que vale 1 si los nodos $i \in I$ y $j \in I$ son parte de la ruta $k \in K$.
u_i^k	variable auxiliar continua incorporada para la eliminación de <i>subtours</i> .
v_i^k	variable auxiliar continua incorporada para limitar el tiempo por recorrido.

Teniendo en cuenta estos conjuntos, parámetros y variables el modelo matemático del problema puede expresarse en las siguientes Ecuaciones (1)-(9).

$$\min \sum_{i,j \in M, \forall j \neq i, k \in K} t_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

$$\min \text{COMP} = \sum_{k \in K, i \in I, j \in I} d_{ij} z_{ij}^k \quad (2)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in I, i \neq 0, j \neq i, k \in K} x_{ij}^k = 1, \forall j \in I \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I, i \neq 0, j \neq i, k \in K} x_{ji}^k = 1, \forall j \in I \quad (4)$$

$$\sum_{j \in I, j \neq 0} x_{0j}^k \leq 1, \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I, j \neq i, k \in K} x_{ij}^k - \sum_{i \in I, j \neq i, k \in K} x_{ji}^k = 0, \forall j \in I \quad (6)$$

$$u_i^k - u_j^k \leq C(1 - x_{ij}^k) - c_j, \forall i, j \in I, j \neq i, k \in K \quad (7)$$

$$v_i^k - v_j^k \leq T(1 - x_{ij}^k) - t_{ij} - tc_j, \forall i, j \in I, j \neq i, k \in K \quad (8)$$

$$v_{ik} - v_{jk} \leq T + T(1 - x_{ij}^k) - t_{i0} - td_0, \forall i, j \in I, j \neq i, k \in K \quad (9)$$

$$z_{ij}^k = \sum_{h \in I} x_{hi}^k \times \sum_{h \in I} x_{hj}^k, \forall k \in K \quad (10)$$

$$\mathbf{x}, \mathbf{z} \in B \quad \mathbf{u}, \mathbf{v} \geq 0$$

Los objetivos planteados consisten en minimizar el tiempo total de recorrido, dado por la Ecuación (1), y minimizar la medida de compacidad, que queda definida a través de la ecuación (2). Por su parte, las restricciones impuestas al modelo se presentan desde la Ecuación (3) hasta la (10). Las Ecuaciones (3) y (4) garantizan que se visite una única vez a cada nodo y que desde estos se salga hacia otro nodo una única vez, excepto en el caso del nodo 0 que corresponde al depósito, del cual puede salir e ingresar las veces que sean necesarias. La Ecuación (5) asegura que desde el depósito se salga como máximo una única vez para cada posible recorrido. La Ecuación (6) refiere a la conservación del flujo en el recorrido mientras que la Ecuación (7) impide la formación de subtours. Las Ecuaciones (8) y (9) aseguran que el tiempo por recorrido no supere el tiempo máximo establecido por la jornada laboral. La Ecuación (10) permite que z_{ij}^k valga 1 si los nodos i y j son parte de la misma ruta k y 0 en caso contrario.

El producto de variables de la Ecuación (10) es “no lineal”. Para linealizarlo aplicamos la metodología de linealización de Glover (1984) y, por lo tanto, la restricción (10) puede reemplazarse por las siguientes restricciones:

$$z_{ij}^k \leq \sum_{h \in I} x_{hi}^k, \forall i \in I, j \in I, k \in K \quad (11)$$

$$z_{ij}^k \leq \sum_{h \in I} x_{hj}^k, \forall i \in I, j \in I, k \in K \quad (12)$$

$$z_{ij}^k \geq \sum_{h \in I} x_{hi}^k + \sum_{h \in I} x_{hj}^k - 1, \forall i \in I, j \in I, k \in K \quad (13)$$

Con estas restricciones también puede dejarse de lado el requisito de integralidad de la variable \mathbf{z} y puede considerarse $\mathbf{z} > 0$ ya que las restricciones (10), (11) y (12) la obligan a adoptar como valores posibles 0 y 1.

3. EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL.

La experimentación computacional preliminar se desarrolló sobre instancias de prueba de tamaño reducido.

Las instancias resueltas completamente constituyen tres casos que tienen un número reducido de nodos y fueron utilizadas con el fin de probar el modelo propuesto. En particular, se consideraron problemas de 5, 8 y 10 nodos. Para problemas de mayor tamaño no resultó posible encontrar soluciones en un tiempo razonable.

Para encontrar el frente de Pareto de cada instancia, se utilizó el método tradicional de la épsilon-restricción (Mavrotas, 2009; Mavrotas y Florios, 2013; Rossit et al. 2017). Este método tiene varias ventajas sobre algunos enfoques multiobjetivo exactos conocidos, como la suma ponderada, aunque

para problemas con variables enteras existe como alternativa el método de la épsilon-restricción aumentado propuesto en Mavrotas y Florios (2013), que incorpora un mecanismo para evitar soluciones repetidas.

El modelo fue implementado utilizando el paquete de optimización Pyomo (Hart et al., 2017) en un entorno de Python. Para la resolución se utilizó CPLEX versión 22.1.1 (International Business Machines Corporation IBM, 2022). Las ejecuciones fueron desarrolladas en un equipo con procesadores Intel® Xeon® Silver 4214 @ 2,2 GHz 2,19 GHz (2 procesadores), 32,0 GB de memoria RAM y un sistema operativo Windows® 10 Pro.

A partir del análisis de las Tabla 2 a 4 se puede observar que el modelo es capaz de resolver las instancias planteadas dentro del límite de tiempo asignado, generando conjuntos de soluciones no dominadas de acuerdo con lo esperado. En cada una de las tablas está resaltada en negrita la solución que se considera representa la mejor solución de compromiso, por estar más cercana al punto ideal, es decir, aquel punto que tiene el mejor valor de los dos objetivos considerados. Sin embargo, según se indicó antes, se encuentra que para instancias de mayor tamaño el enfoque exacto deja de ser efectivo para resolver el problema por lo cual resulta necesario proponer enfoques alternativos que permitan enfrentar a su inherente complejidad computacional.

Tabla 2. Resultados de la resolución de la Instancia 1 (5 nodos).

Solución	Tiempo de viaje [ut]	Compacidad [ul]	Distancia al punto ideal
1	2,00	108	0,5882
2	2,35	94	0,4205
3	2,60	80	0,3481
4	3,40	68	0,7000

Tabla 3. Resultados de la resolución de la Instancia 2 (8 nodos).

Solución	Tiempo de viaje [ut]	Compacidad [ul]	Distancia al punto ideal
1	3,65	206	0,5606
2	3,80	196	0,4866
3	3,95	186	0,4173
4	4,20	176	0,3658
5	4,35	166	0,3211
6	4,90	154	0,3809
7	5,60	142	0,5396
8	6,60	132	0,8082

Tabla 4. Resultados de la resolución de la Instancia 3 (10 nodos).

Solución	Tiempo de viaje [ut]	Compacidad [ul]	Distancia al punto ideal
1	3,90	278	0,2411
2	4,45	260	0,2138
3	4,50	244	0,1779
4	4,65	236	0,1996
5	4,80	224	0,2308
6	5,10	210	0,3140
7	5,35	206	0,3804
8	5,65	192	0,4709
9	6,35	180	0,6582

Las Figuras 1 a 3 muestran la representación gráfica de los conjuntos de soluciones no dominadas obtenidos para las Instancias 1, 2 y 3, que están conformados por cuatro, ocho y nueve soluciones, respectivamente, apreciándose la relación contrapuesta entre los dos objetivos analizados.

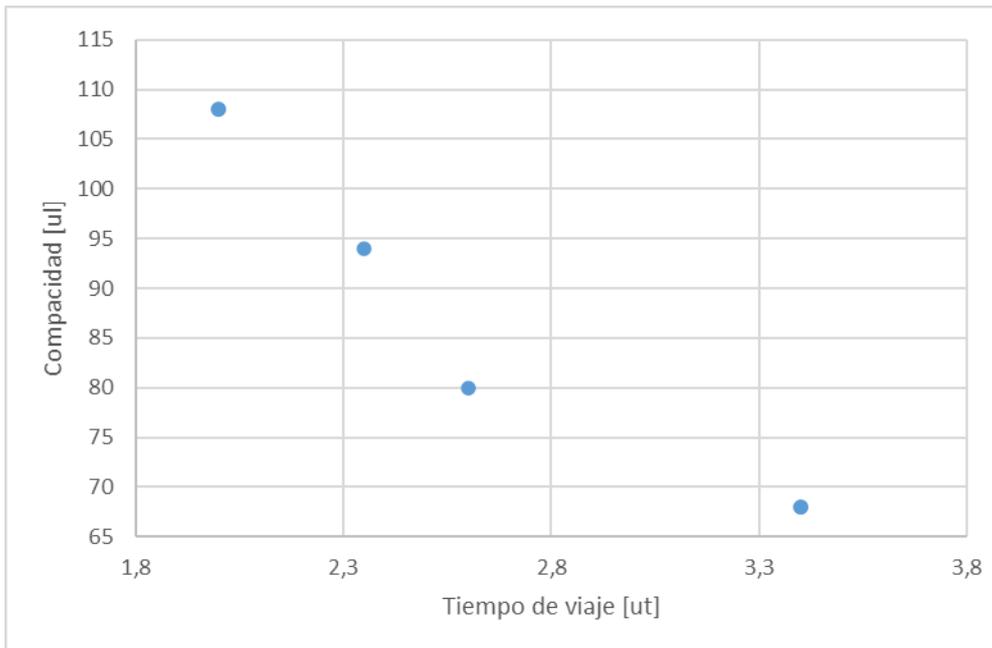


Figura 1 *Frente de Pareto obtenido para la Instancia 1.*

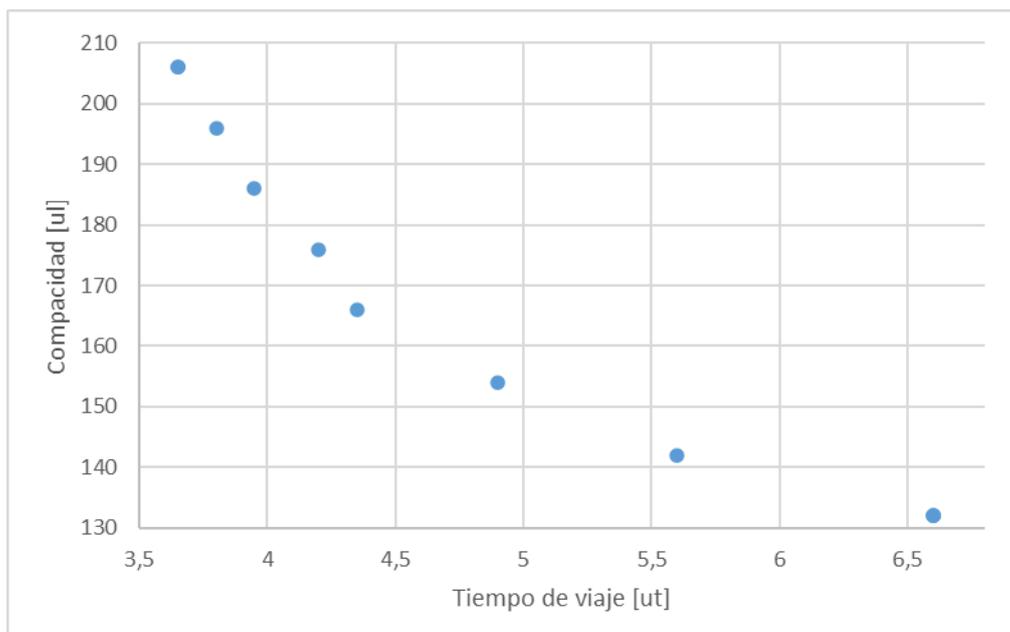


Figura 2 *Frente de Pareto obtenido para la Instancia 2*

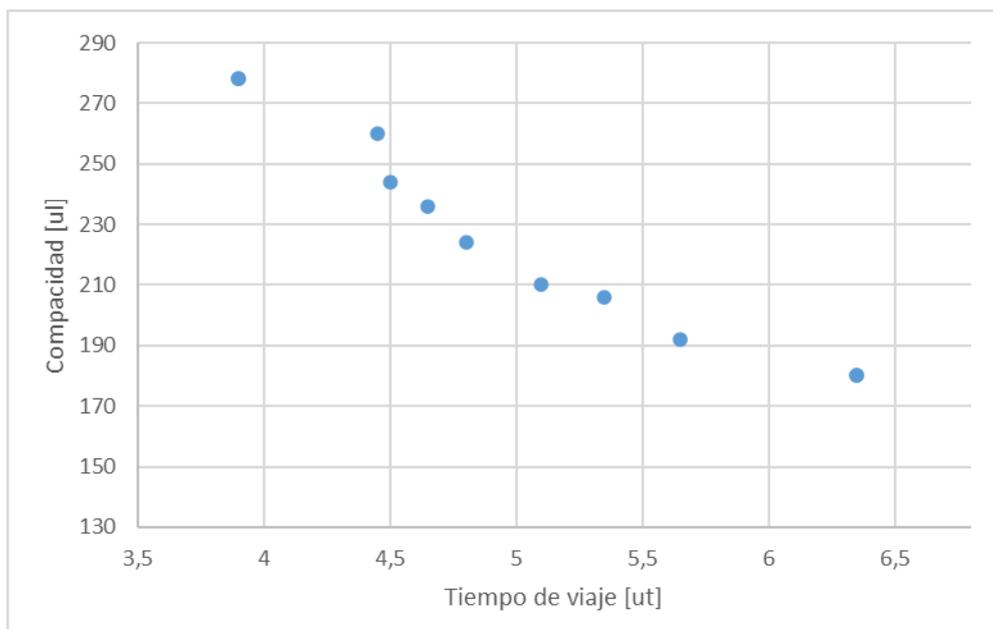


Figura 3 *Frente de Pareto obtenido para la Instancia 3.*

4. CONCLUSIONES.

Una demanda permanente en los sistemas socioeconómicos actuales viene dada por encontrar nuevas estrategias para generar soluciones eficientes para problemas relacionados con la logística del transporte y la distribución incorporando criterios de rendimiento funcionalmente apropiados. Este trabajo está centrado en la resolución de problemas de determinación de rutas de vehículos considerando restricciones de capacidad y de tiempo total de la ruta, teniendo en cuenta objetivos de minimización del tiempo recorrido y optimización de una medida de atracción visual de las rutas, que tienen aplicación, por ejemplo, en problemas de recolección de residuos sólidos urbanos. Para dicho fin se propone un modelo de programación mixta entera cuya implementación se realiza en un entorno de Python y se resuelve con el software CPLEX.

El planteamiento del problema mediante de un enfoque de solución biobjetivo ha resultado adecuado para considerar las particularidades del problema, puesto que resulta necesario considerar dos medidas de rendimiento que se encuentran en conflicto para evaluar la calidad de las soluciones generadas. Es por ello que representa un beneficio para el decisor presentarle un conjunto de soluciones eficientes (no dominadas), a partir de las cuales se pueda seleccionar la más adecuada en función de la situación concreta que se tenga. De esta forma se puede alcanzar un compromiso razonable entre los tiempos de viaje y la atracción visual de las rutas, esta última medida a través de la compacidad.

La experimentación preliminar se realizó sobre instancias de prueba de tamaño reducido. Los resultados preliminares indican que el modelo fue capaz de presentar los conjuntos de soluciones no dominadas para el problema. Los intentos por resolver problemas de mayor tamaño no tuvieron un resultado favorable, lo cual evidencia la alta complejidad combinatoria del problema, que se ve magnificada por el planteo biobjetivo. Si bien podrían proponerse otras estrategias exactas alternativas para abordar las características multiobjetivo del problema, como por ejemplo el método de la épsilon-restricción aumentado, o trabajar sobre la formulación de programación matemática, inexorablemente se topará con su naturaleza combinatoria que impedirá resolver problemas de dimensiones compatibles con las aplicaciones reales que se tienen en la práctica. Esto requiere una confirmación a partir de la extensión del trabajo experimental, considerando la incorporación de los ajustes en el modelo y la implementación de otras estrategias de solución exactas que puedan mejorar la calidad de los conjuntos de Pareto obtenidos y el rendimiento desde el punto de vista del esfuerzo computacional implicado.

En función de lo planteado anteriormente, luego de agotar las posibilidades de mejora del planteo exacto, como línea de trabajo a futuro se propondrá la resolución de problemas de determinación de rutas de vehículos que incluyan criterios de atracción visual mediante estrategias metaheurísticas que

permitan obtener conjuntos de soluciones de Pareto empleando eficientemente los recursos computacionales disponibles.

5. REFERENCIAS.

- Arnold y Sörensen (2019). What makes a VRP solution good? The generation of problem-specific knowledge for heuristics. *Computers & Operations Research*, 106, 280-288.
- Constantino, M., Gouveia, L., Mourão, M., y Nunes, A. C. (2015). The mixed capacitated arc routing problem with non-overlapping routes. *European Journal of Operational Research*, 244(2), 445-456.
- Corberán, Á., Golden, B., Lum, O., Plana, I. y Sanchis, J. M. Aesthetic considerations for the min-max K-Windy Rural Postman Problem. *Networks*, 70(3), 216-232, 2017.
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). Optimum routing of gasoline delivery trucks. *Proc. Fifth World Petroleum Cong*, 19.
- Ellegood, W. A., Solomon, S., North, J. y Campbell, J. F. School bus routing problem: Contemporary trends and research directions. *Omega*, 95, 102056, 2020.
- Fermani, M., Rossit, D. G. y Toncovich, A. Un estudio comparativo de algoritmos metaheurísticos sobre instancias reales de problemas de recolección de RSU. En: *XII Congreso de Ingeniería Industrial*. Río Gallegos, Argentina, 2019.
- Glover, F. (1984). An improved MIP formulation for products of discrete and continuous variables. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 5(1), 69-71.
- González, R., Smith, N., Askin, R., Miranda, P., & Sánchez, J. (2011). A Hybrid Metaheuristic Approach to Optimize the Districting Design of a Parcel Company. *Journal of Applied Research and Technology*, 9(1), 19-35.
- Hart, W., Laird, C., Watson, J., Woodruff, D., Hackebeil, G., Nicholson, B., y Sirola, J. (2017). *Pyomo-optimization modeling in Python*. Springer.
- Hollis, B., & Green, P. (2012). Real-life vehicle routing with time windows for visual attractiveness and operational robustness. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 29(04), 1250017.
- International Business Machines Corporation (2023). User's Manual for IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 22.1.1. International Business Machines Corporation. Disponible en: <https://www.ibm.com/docs/en/icos/22.1.1> (Último acceso: 15-09-2023).
- Jarrah, A. I., & Bard, J. F. (2012). Large-scale pickup and delivery work area design. *Computers & operations research*, 39(12), 3102-3118.
- Kalcsics, J., & Ríos-Mercado, R. Z. (2019). Districting problems. *Location science*, 705-743.
- Kilby, P., & Popescu, D. C. (2021). Linear Complexity Algorithms for Visually Appealing Routes in the Vehicle Routing Problem. In *Data and Decision Sciences in Action 2: Proceedings of the ASOR/DORS Conference 2018* (pp. 81-98). Springer International Publishing.
- Lakshmanaprabu, S. K., Shankar, K., Rani, S. S., Abdulhay, E., Arunkumar, N., Ramirez, G. y Uthayakumar, J. An effect of big data technology with ant colony optimization based routing in vehicular ad hoc networks: Towards smart cities. *Journal of Cleaner Production*, 217, 584-593, 2019.
- Lee, J., & Leyffer, S. (Eds.). (2011). *Mixed integer nonlinear programming* (Vol. 154). Springer Science & Business Media.
- Lei, H., Laporte, G., & Guo, B. (2012). Districting for routing with stochastic customers. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1(1-2), 67-85.
- Li, Y., Lim, M. K., Tan, Y., Lee, Y. y Tseng, M. L. Sharing economy to improve routing for urban logistics distribution using electric vehicles. *Resources, Conservation and Recycling*, 153, 104585, 2020.
- Linfati, R., Yáñez-Concha, F., & Escobar, J. W. (2022). Mathematical models for the vehicle routing problem by considering balancing load and customer compactness. *Sustainability*, 14(19), 12937.
- MacEachren, A. M. (1985). Compactness of geographic shape: Comparison and evaluation of measures. *Geografiska Annaler: Series B, Human Geography*, 67(1), 53-67.
- Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the ϵ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 213(2), 455-465.
- Mavrotas, G., & Florios, K. (2013). An improved version of the augmented ϵ -constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 219(18), 9652-9669.
- Mourão, M., Nunes, A., & Prins, C. (2009). Heuristic methods for the sectoring arc routing problem. *European Journal of Operational Research*, 196(3), 856-868.
- Nesmachnow, S., Rossit, D. G. y Toutouh, J. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms for Prioritized Urban Waste Collection in Montevideo, Uruguay. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 69, 93-100, 2018.

- Poot, A., Kant, G., & Wagelmans, A. P. M. (2002). A savings based method for real-life vehicle routing problems. *Journal of the Operational Research Society*, 53(1), 57-68.
- Rossit, D. G., Tohmé, F. A., Frutos, M., & Broz, D. R. (2017). An application of the augmented ϵ -constraint method to design a municipal sorted waste collection system. *Decision Science Letters*, 6(4), 323-336.
- Rossit, D. G., Vigo, D., Tohmé, F. y Frutos, M. Visual attractiveness in routing problems: A review. *Computers & Operations Research*, 103, 13-34. 2019.
- Rossit, D., Toncovich, A., y Fermani, M. (2021). Routing in waste collection: A simulated annealing algorithm for an Argentinean case study. *Mathematical Biosciences and Engineering: MBE*, 18(6), 9579-9605.
- Salazar, M., Ríos, R., González, J., & Molina, J. (2012). Multiobjective scatter search for a commercial territory design problem. *Annals of Operations Research*, 199, 343-360.
- Shi, L., Zhang, Y., Rui, W. y Yang, X. Study on the bike-sharing inventory rebalancing and vehicle routing for bike-sharing system. *Transportation research procedia*, 39, 624-633, 2019.
- Tiwari, K., & Sharma, S. (2023). An optimization model for vehicle routing problem in last-mile delivery. *Expert Systems with Applications*, 222, 119789.
- Toth, P. y Vigo, D. The vehicle routing problem. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Estados Unidos de América, 2014.
- Vidal, T., Laporte, G., & Matl, P. (2020). A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants. *European Journal of Operational Research*, 286(2), 401-416.

Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente financiado a través de los proyectos PGI 24/ZJ50 y PGI 24/J084 de la Universidad Nacional del Sur.