

Prediseño de un Convertidor Pendular de Energía Undimotriz a Pequeña Escala

Pre-design of a Small-Scale Pendulum Wave Energy Converter

Presentación: 4 y 5 de Octubre de 2022

Doctorando:

Lisandro M. Rojas

Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP), Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional-Argentina.

lisandrorojas@frbb.utn.edu.ar

Director:

Franco E. Dotti

Codirector:

Sebastian P. Machado

Resumen

Mediante un estudio computacional se realiza el prediseño de un prototipo convertidor de energía undimotriz, basado en la dinámica del péndulo paramétrico. El foco de la investigación apunta a una aplicación a pequeña escala que se planea para un futuro cercano en el Estuario de Bahía Blanca. Se formula así un modelo matemático que aborda de manera simplificada la dinámica del convertidor. Mediante el uso de este modelo, se resuelve un problema simple de optimización empleando distintos parámetros de diseño del dispositivo, buscando dar con la configuración óptima en términos de generación de energía cinética. El estudio establece además las condiciones de diseño bajo las cuales la posición de reposo resulte una respuesta inestable del sistema pendular. Esto implica minimizar el tiempo en el que el dispositivo se halle imposibilitado de generar energía. Se muestra que, con un buen diseño, un convertidor pendular puede generar unos 20 W de potencia. Esto representa un valor razonable teniendo en cuenta la baja densidad energética del oleaje típica en los estuarios.

Palabras clave: Ambiente real, péndulo paramétrico, energía undimotriz, dinámica no lineal.

Abstract

The pre-design of a wave energy converter prototype is carried out by means of a computational study, based on the dynamics of the parametric pendulum. The focus of this research is on a small-scale application planned for the near future in the Bahía Blanca Estuary. Thus, a mathematical model is formulated to address the dynamics of the converter in a simplified way. Employing this model, a simple optimization problem is solved using different device design parameters, searching for the optimal configuration in terms of kinetic energy generation. The study also defines the design conditions under which the rest position results in an unstable response of the pendulum system. This implies minimizing the time in which the device is unable to generate energy. It is shown that, with a good design, a pendulum converter is able to generate about 20 W of power. This represents a reasonable value considering the low wave energy density, typical of estuaries.

Keywords: Real environment, parametric pendulum, wave energy, nonlinear dynamics.

Introducción

El péndulo paramétrico como convertidor undimotriz ha sido motivo de estudio durante los últimos años. Se basa en el montaje de un péndulo en una plataforma flotante, que está expuesta a un movimiento predominantemente vertical impuesto por las olas. Bajo estas condiciones se pretende lograr un movimiento rotacional del péndulo, cuya energía cinética permita alimentar un generador eléctrico. La idea es atractiva dado que permitiría obtener energía undimotriz sin batallar con el oleaje sino sacando provecho de la dinámica no lineal intrínseca del sistema. Esto resulta una ventaja con respecto a otras tecnologías undimotrices, especialmente en términos de operatividad. Si bien existen desarrollos en distintas partes del mundo (Lenci y Rega, 2011, Savi y de Paula, 2006, Yurchenko y Aletras, 2018, Dotti et al., 2015, Najdecka et al., 2015), los recolectores pendulares aún no pasan de la fase de laboratorio. Esto se debe a la necesidad de dominar la dinámica no lineal del sistema, sumado a un forzamiento complejo como es el del oleaje. Aún cuando el futuro de esta tecnología está en la gran escala, es razonable llevar a cabo un prototipo a pequeña escala, como una primera aplicación en ambiente real. En base a investigaciones previas (Reguera et al., 2017, Dotti et al., 2020, Dotti y Virla, 2021), este trabajo representa el primer paso hacia tal empresa. El objetivo de estudio consiste en realizar el prediseño de un prototipo convertidor undimotriz pendular a pequeña escala, constituido básicamente por una rueda pendular y un generador eléctrico de corriente continua. A futuro, se prevé implementar el prototipo en el canal principal del Estuario de Bahía Blanca, sobre boyas de balizamiento empleadas como indicadores para el tráfico marítimo portuario.

En este marco, se busca establecer una configuración que sea óptima en términos de generación de energía cinética. Se plantea para ello un problema de optimización simple, considerando múltiples configuraciones geométricas y constructivas como así también criterios basados en la dinámica no lineal del péndulo paramétrico con el objeto de ajustar los parámetros de diseño. Para ello, se formula un modelo matemático que describe de manera simplificada la dinámica del sistema. El empleo de resultados de la dinámica no lineal es necesario en términos de maximizar el tiempo en el que el péndulo se encuentre en movimiento rotatorio y por lo tanto, también maximizar la energía cinética producida. Permite además establecer las condiciones de diseño bajo las cuales la posición de reposo resulta una respuesta inestable del sistema pendular. Esto implica minimizar el tiempo en el que el dispositivo se halle imposibilitado de generar energía.

Modelo Matemático

La Figura 1 muestra el esquema de una rueda pendular, siendo O su centro de rotación y también de simetría. Cuenta con N agujeros, distribuidos a intervalos regulares de $\psi = 2\pi/N$ y ubicados a una distancia l del punto O . Los agujeros en cuestión pueden albergar pesas de distinta magnitud o bien permanecer vacíos. Esta disposición permite materializar múltiples configuraciones de masas.

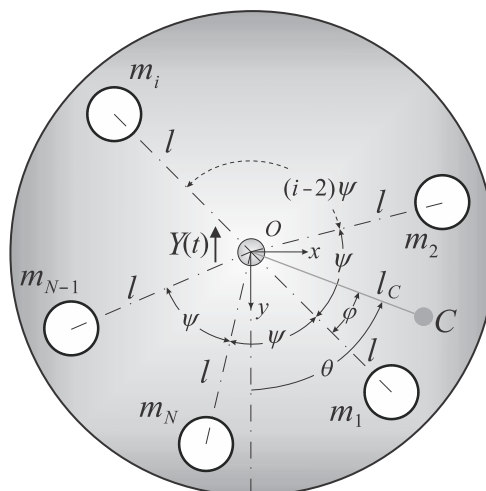


Figura 1: Esquema de una rueda pendular con N posibilidades de inclusión de pesas.

La ecuación gobernante del sistema es una ecuación diferencial de segundo orden no lineal dada por

$$I\theta'' + (b_E + b_V)\theta' + Ml_c^2(Y'' + g)\sin\theta = 0, \quad (1)$$

donde g es la gravedad, b_v es el coeficiente de fricción viscosa y $(\bullet)'$ denota derivación con respecto al tiempo t . Además, θ es la posición angular relativa al eje y $b_E = \rho^2 \delta^2 / (4c^2 R)$ el coeficiente de fricción eléctrica (Dotti y Virla, 2021; Rojas y Dotti, 2022), donde ρ es el radio del generador, δ es el factor de transducción, c el número de circuitos devanados en paralelo y R la resistencia de carga. La masa total está representada por M y l_c es la distancia desde el eje al centro de masa C . La inercia del sistema I es

$$I = \sum_{i=1}^N (m_i l^2 + \frac{r^2 m_i}{2}) + I_R + I_{eje}, \quad I_R = \frac{1}{2} \gamma e \pi (r_{ext}^4 - N r^2 (2l^2 + r^2)), \quad I_{eje} = \frac{1}{2} \gamma \pi r_{eje}^4 l_{eje}, \quad (2)$$

donde la sumatoria está asociada a las pesas, I_R a la rueda portante e I_{eje} al eje de rotación propiamente dicho. En (2) se define además e y r_{ext} como el espesor y el radio de la rueda portante, respectivamente. Por su parte r_{eje} y l_{eje} representan el radio y la longitud del eje central. Por último, γ es la densidad del material constructivo.

Se considera un forzamiento simplificado del oleaje, representado por un movimiento que contempla sólo la componente sinusoidal principal. Esto corresponde a la teoría del oleaje de Airy, de la forma $Y = -H \cos \Omega t$, donde H es la altura significativa de ola y Ω es la frecuencia del oleaje. Así, puede obtenerse de (1) la siguiente ecuación gobernante adimensional

$$\ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + (1 + p \cos \omega t) \sin \theta = 0, \quad (3)$$

donde los puntos representan derivación con respecto al tiempo adimensional τ , siendo

$$\tau = \omega_0 t, \quad p = H \Omega^2 / g, \quad \beta = (b_E + b_v) / (I \omega_0), \quad \omega = \Omega / \omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{g M l_c / I}. \quad (4)$$

En (4), ω_0 es la frecuencia natural del sistema.

Resultados

Se realiza una estimación preliminar de la geometría y magnitudes físicas de una rueda pendular que sea capaz de generar energía undimotriz bajo el forzamiento del oleaje en el estuario de Bahía Blanca. Este prediseño se conduce en base a aspectos de la dinámica del péndulo paramétrico, como así también a datos acerca del forzamiento del oleaje en el estuario de Bahía Blanca.

Para ello se asumen en este estudio las siguientes hipótesis:

- Todos los componentes de la rueda pendular se construirán en acero ($\gamma = 7800 \text{ kg/m}^3$).
- El radio de la rueda portante se fija en $r_{ext} = 350 \text{ mm}$, con el objetivo de mantener un dispositivo de dimensiones relativamente pequeñas con respecto a la boya donde será instalado. El eje se asume con $r_{eje} = 28 \text{ mm}$ y $l_{eje} = 56 \text{ mm}$. El espesor e de la rueda se considera como variable en la sintonización de la inercia del sistema.
- La cantidad N de pesas admitidas por el dispositivo se definirá mediante este estudio. No obstante, el estudio se limita a $N \leq 10$. Se asume que un valor mayor podría representar una dificultad desde el punto de vista constructivo. Por su parte, la masa total M_{tot} de los componentes mecánicos (pesas, rueda y eje) no deben superar los 75 Kg. Este valor constituye un 2 % de la masa de una boya de balizamiento estándar.
- Se asumen los parámetros H y Ω mediante mediciones tomadas en el estuario por la estación de monitoreo ambiental costero (EMAC) denominada 'Puerto de Bahía Blanca Exterior'. La misma se ubica en el kilómetro 40 del canal de acceso al estuario. Así, Ω corresponde a un promedio de frecuencias de oleaje medidas, mientras que H representa la altura significativa de olas en un período determinado.
- Tal como ha sido demostrado por Nandakumar et al. (2012), un sistema pendular no admite extracción energética si la fricción está dada por $\beta > 0.1$. Así, en esta etapa, se asume $\beta = 0.1$.
- Se fuerza al sistema al desempeño en un estado cercano al de resonancia paramétrica dado por $1.9 \leq \omega \leq 2.1$. Así el espacio de parámetros p - ω obtenido de resolver (3), asegura las rotaciones en el sistema pendular. Por otra parte, esta hipótesis asegura también la inestabilidad de la posición de reposo (Dotti et al., 2015).
- El radio r de las masas cilíndricas como así también su distancia l con respecto al centro de rotación se obtienen de resolver el siguiente sistema lineal

$$\begin{cases} r = \frac{1}{2} f_1 \psi l \\ r_{ext} - l - (1 + f_2) r = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

donde f_1 representa de forma aproximada la fracción del perímetro medido a una distancia l del centro O . Por su parte, f_2 indica la fracción del radio de pesas admitida entre las pesas y el borde de la rueda portante. En todos los

casos se considera $f_2 = 0.25$. Por su parte, para $N > 2$ se emplea $f_1 = 0.7$, para $N = 2$ se toma $f_1 = 0.45$ y para $N = 1$, $f_1 = 0.2$. Estos valores responden a las posibilidades geométricas de disposición de agujeros.

La Figura 2 ilustra la complejidad en cuanto a las combinaciones de diseños posibles. Se construye de la siguiente manera. Se definen los parámetros físicos de forzamiento, Ω y H , y el número agujeros N . Luego, se consideran todas las N -tuplas posibles de 1 y 0 como casos de estudio, correspondiendo el 1 a la presencia de una pesa de masa m en el agujero y 0 al agujero vacío. Por último, para cada uno de estos casos se calcula ω mediante (4), para un rango de valores de m . Cada una de las curvas en la figura se asocia a una N -tupla. No obstante, se observa que sólo para ciertos valores de m puede lograrse la restricción impuesta en términos de ω , esto es, $1.9 \leq \omega \leq 2.1$. Además, la Figura 2 evidencia que estas posibilidades aumentan con el número de pesas empleadas.

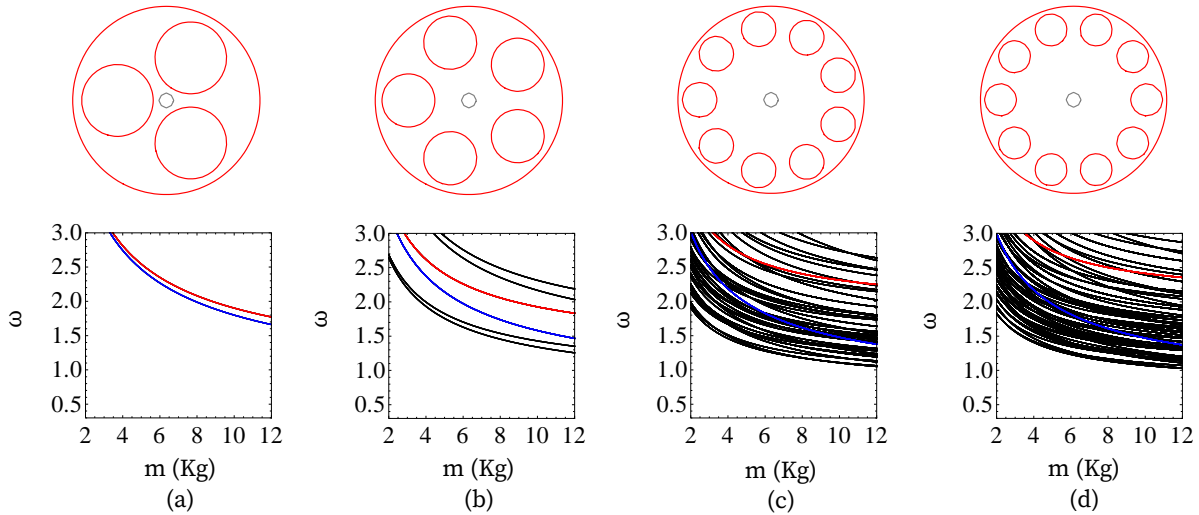


Figura 2: Configuraciones para la rueda pendular. Se consideró $e = 25$ mm. (a) $N = 3$, (b) $N = 5$, (c) $N = 9$, (d) $N = 10$.

Las curvas rojas y azules marcan las disposiciones de pesas correspondientes a los sistemas más pesado y más ligero posible, respectivamente. Por ejemplo, para $N = 5$ (Figura 2b), la curva roja corresponde a la 5-tupla $(1, 1, 1, 1, 0)$ mientras que la azul se asocia a $(0, 0, 0, 0, 1)$. Por su parte, las curvas negras corresponden a todas las 5-tuplas restantes y sus permutaciones. El número total de tuplas posibles se denota u_N . De la gran cantidad de configuraciones posibles, se busca dar con aquella capaz de alcanzar la mayor cantidad de energía cinética en rotación. Para el sistema estudiado, la energía cinética puede escribirse como

$$E_c = \frac{1}{2} g M l_c \dot{\theta}^2. \quad (6)$$

Ahora bien, siendo $\dot{\theta}$ adimensional, e invariable al fijar p , ω y β , es razonable seleccionar aquella rueda pendular cuyos parámetros geométricos y físicos maximicen la siguiente función

$$F_{obj}(e, N, m, u_N) = f_M f_\omega M l_c, \quad (7)$$

donde f_M y f_ω son factores de ponderación que permiten cumplir con las restricciones de peso máximo y cercanía a la resonancia paramétrica definidas anteriormente. Siendo κ una constante, estos vienen dados por

$$f_M = \begin{cases} \kappa \leq 1 & \text{si } M_{tot} > 75 \text{ Kg} \\ 1 & \text{si } M_{tot} \leq 75 \text{ Kg} \end{cases}, \quad (8)$$

$$f_\omega = \begin{cases} \kappa \leq 1 & \text{si } \omega < 1.9 \text{ ó } \omega > 2.1 \\ 1 & \text{si } 1.9 \leq \omega \leq 2.1 \end{cases}.$$

En términos de las variables e y m , la función en (7) resulta continua a tramos. Posee sólo las discontinuidades de salto generadas por el cambio abrupto de f_M y f_ω , contando en el resto del dominio con tramos suaves. La función F_{obj} resulta discreta en términos de N y u_N . Fijando estos parámetros, pueden obtenerse gráficas ilustrativas de F_{obj} como las de la Figura 3.

Dadas estas características de F_{obj} , para obtener sus valores máximos se realizan evaluaciones extensivas de la función, discretizando en pasos establecidos desde consideraciones prácticas. Se consideró que el tiempo computacional insumido en las evaluaciones extensivas resultaría menor que el empleado en la programación de un algoritmo de optimización sofisticado, obteniendo en ambos casos resultados válidos en términos de los objetivos de

este trabajo. La Tabla 1 muestra los resultados de estas evaluaciones, en términos del máximo valor de F_{obj} para cada N . Se observa que el máximo global de F_{obj} se obtiene para $N = 10$, esto es, el máximo N considerado en el estudio, aunque con 7 pesas. El espesor de la rueda portante es de 5 mm para el caso óptimo.

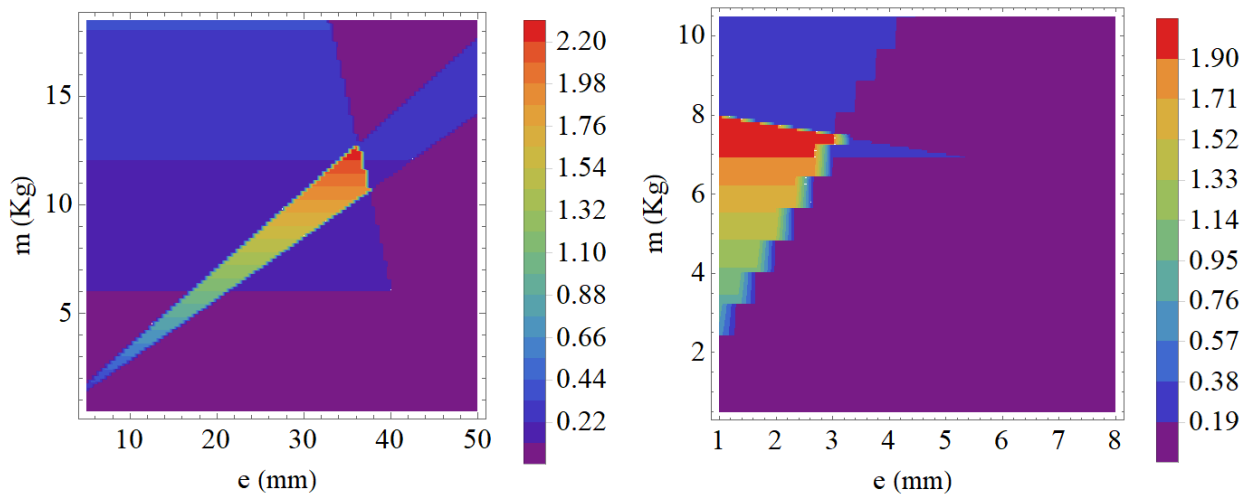


Figura 3: Gráficas de la función F_{obj} para $\Omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$, $H = 0.395 \text{ m}$ y $f_M = f_\omega = 0.1$. (a) $N = 3$, $u_N = (0,1,0)$ y (b) $N = 10$, $u_N = (1,1,1,1,1,1,1,0,1)$.

N	$máx(F_{obj})$	$e \text{ (mm)}$	$m \text{ (Kg)}$	$I \text{ (Kg m}^2\text{)}$	$M_{tot} \text{ (Kg)}$	w	n_c
1	1.86233	23	9.5	4.27288	71.0664	1.93445	(1)
2	2.04399	29	11	4.74894	74.6085	1.94664	(1,0)
3	2.19173	35	12	4.99147	72.0177	1.92729	(1,0,0)
4	2.07441	35	10	4.72055	71.5176	1.92652	(1,0,0,0)
5	2.03255	35	15,9	4.57232	72.8293	1.91546	(1,0,0,0,0)
6	1.92024	32	7,4	4.38284	72.7189	1.92941	(1,1,1,0,0,1)
7	2.02227	8	14.5	4.74829	74.5365	1.95693	(1,1,0,1,0,1,0)
8	2.21194	8	20.5	4.89662	72.559	1.90015	(1,0,1,0,0,1,0,0)
9	2.23984	8	9.5	5.1304	74.5181	1.93283	(1,1,1,0,1,1,1,0,0)
10	2.33354	5	8.5	5.16787	71.119	1.90053	(1,1,1,1,0,1,1,1,0,0)

Tabla N°1: Compendio de las configuraciones capaces de generar la mayor cantidad de energía cinética para cada valor de N . Se ha considerado $\Omega = 4.01 \text{ s}^{-1}$, $H = 0.395 \text{ m}$, $5 \text{ mm} \leq e \leq 50 \text{ mm}$ (paso 1 mm) y $0.5 \text{ Kg} \leq m \leq 30.5 \text{ Kg}$ (paso 0.5 Kg).

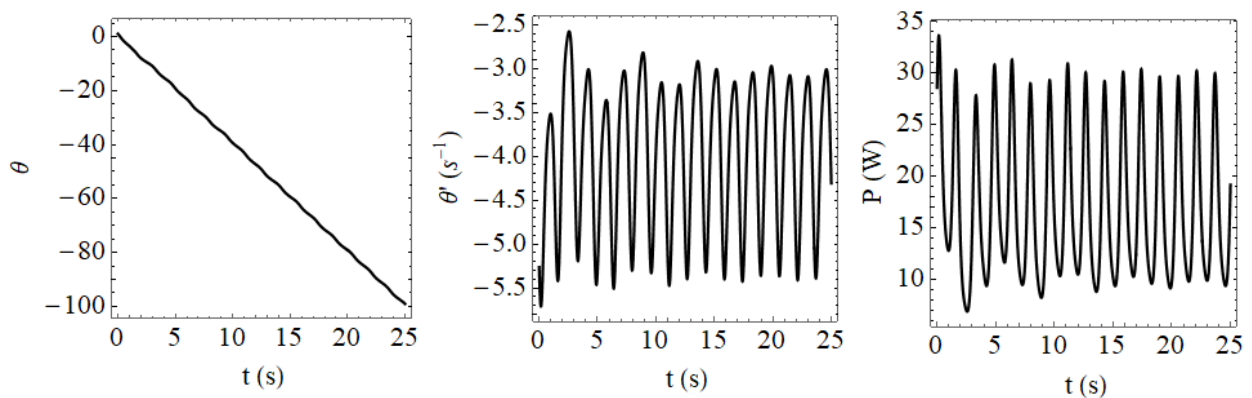


Figura 4: Simulación de respuesta rotatoria para $\Omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$, $H = 0.395 \text{ m}$, $\beta = 0.2$, $b_V = 0.054$, $b_E = 1.033$, $N = 10$, $e = 5 \text{ mm}$, $m = 8.5 \text{ Kg}$, $u_n = (1,1,1,1,0,1,1,1,0,0)$. En el cálculo de la potencia P se consideró $\delta = 1091.35$, $\rho = 0.175 \text{ m}$ y $c = 2$.

Para valores bajos de N , los mejores diseños se obtienen con grandes espesores de la rueda portante, mientras que, al aumentar N , dicho espesor disminuye para cumplir la restricción de peso máximo. La configuración óptima obtenida es también la que cuenta con mayor inercia, lo cual resulta razonable. A medida que N aumenta se observa

que, para $1 < N \leq 5$, el sistema que mejor satisface las condiciones lo hace con una única pesa. Mientras que, para $5 < N \leq 10$ los requerimientos son alcanzados con múltiples pesas.

Por último, la Figura 4 muestra la simulación de respuesta rotatoria de la rueda pendular empleando la configuración óptima obtenida. En ella se muestra la potencia instantánea, la cual se calcula como $P = \delta^2 \rho^2 \theta'^2 / (4c^2 R)$. Si se alcanza la rotación, la potencia promedio obtenida resulta ser del orden de 20 W, mientras que la instantánea alcanza picos de 30 W. Para el movimiento oscilatorio (no mostrado en la Figura 4), la potencia promedio disminuye al orden de los 8-10 W.

Conclusiones

El presente trabajo abordó el prediseño y el estudio de la dinámica del péndulo paramétrico con miras a una futura aplicación a pequeña escala en el canal principal del Estuario de Bahía Blanca.

Se concluye que una rueda pendular con 10 agujeros y 7 pesas resulta óptima en términos de generación de energía cinética para la aplicación en cuestión. Este resultado se obtuvo a partir de la resolución de un problema de optimización simple, considerando múltiples configuraciones posibles, como así también criterios basados en la dinámica no lineal del péndulo paramétrico. Las simulaciones muestran que la configuración óptima permitiría generar una potencia promedio del orden de los 20 W, en el caso del péndulo en rotación. Cabe mencionar que la rotación resulta la respuesta más común, pudiéndose obtenerla con relativa facilidad no sólo en la configuración óptima sino en todas las consideradas en el problema de optimización. Esto se debe a las restricciones impuestas inicialmente al problema, basadas en el comportamiento dinámico. No obstante, aunque en menor medida, las respuestas oscilatorias también son factibles, produciendo una potencia bastante inferior. Esta situación, sumada a la pseudo estocasticidad del forzamiento del oleaje en el corto plazo pueden conducir a la necesidad de emplear una acción de control de rotaciones. Esto será tópicos de investigaciones posteriores, como así también el estudio de nuevas configuraciones que permitan una mayor generación de potencia.

Referencias

- de Paula, A. S., Savi, M. A., & Pereira-Pinto, F. H. I. (2006). Chaos and transient chaos in an experimental nonlinear pendulum. *Journal of Sound and Vibration*, 294(3), 585–595. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.11.015>
- Dotti, F. E., Reguera, F., & Machado, S. P. (2015). A review on the nonlinear dynamics of pendulum systems for energy harvesting from ocean waves. *PANACM 2015 - 1st Pan-American Congress on Computational Mechanics, in Conjunction with the 11th Argentine Congress on Computational Mechanics, MECOM 2015*, 1516–1529.
- Dotti, F. E., Rojas, L. M., Virla, J. N., & Vera, C. A. (2021). Estudio sobre la Dinámica del Péndulo Paramétrico Tridimensional con Miras a su Empleo como Dispositivo Recolector de Energía Undimotriz. *Mecánica Computacional*, 38(6), 149–157.
- Dotti, F. E., & Virla, J. N. (2021). Nonlinear dynamics of the parametric pendulum with a view on wave energy harvesting applications. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 16(6), 1–7. <https://doi.org/10.1115/1.4050699>
- Lenci, S., & Rega, G. (2011). Experimental versus theoretical robustness of rotating solutions in a parametrically excited pendulum: A dynamical integrity perspective. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 240(9–10), 814–824. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2010.12.014>
- Najdecka, A., Narayanan, S., & Wiercigroch, M. (2015). Rotary motion of the parametric and planar pendulum under stochastic wave excitation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 71, 30–38. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2014.12.008>
- Nandakumar, K., Wiercigroch, M., & Chatterjee, A. (2012). Optimum energy extraction from rotational motion in a parametrically excited pendulum. *Mechanics Research Communications*, 43, 7–14. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2012.03.003>
- Reguera, F., Dotti, F. E., Sosa, M. D., & Machado, S. P. (2017). Sistemas pendulares de masas múltiples y su aplicación a la extracción de energía undimotriz en el Mar Argentino. In *XXIII Congreso de Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (ENIEF)(La Plata, noviembre 2017)*.
- Rojas, L. M., Dotti, F. E., (2022). Prediseño de un convertidor de energía undimotriz basado en la dinámica del péndulo paramétrico para una aplicación a pequeña escala en ambiente real. *Mecánica Computacional*.
- Yurchenko, D., & Alevras, P. (2018). Parametric pendulum based wave energy converter. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 99, 504–515. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.06.026>