

Dinámica de viga sometida a inestabilidad de flujo de fuga

Beam dynamics under leakage flow instability

Presentación: 4 y 5 de Octubre de 2022

Doctorando:

Facundo Castañon

Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada, Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional - Argentina
facundocastanon@frbb.utn.edu.ar

Director:

Martín César Saravia

Codirector:

Sebastián Pablo Machado

Resumen

El presente trabajo estudia la dinámica de una viga cantilever sometida a vibraciones inducidas por flujo de fuga bajo diferentes condiciones de vínculo y carga. Empleando un modelo bidimensional de interacción fluido-estructura, se realiza un análisis lineal para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema y llegar al problema de autovalores. Esto permite conocer los límites de flutter para las configuraciones empotrado libre y simplemente apoyado. Luego se emplea un modelo no lineal para estudiar la evolución temporal del sistema con dichas configuraciones.

Palabras clave: Vibraciones Inducidas por Flujo, Flujo de fuga, Flameo, Interacción fluido estructura.

Abstract

This work studies the dynamic of a cantilever beam under leakage flow induced vibrations with different boundary conditions and loads. Using a fluid-structure bidimensional model, we perform a linear analysis to get the equations of motion and to obtain an eigenvalue problem. This allows us to know the flutter limits of the cantilever and simple supported beams. Then, a nonlinear model is used to study the system temporal evolution with the mentioned configurations and the action of a nonlinear force.

Keywords: Flow Induced Vibrations, Leakage flow, Flutter, Fluid-Structure Interaction.

Introducción

La dinámica de elementos estructurales en flujos internos ha sido abordada por numerosos autores (Inada&Hayama, 1988, 1990; Nagakura&Kaneko, 1991). Dentro de la misma encontramos la inestabilidad de flujo de fuga o inestabilidad tipo leakage flow, caso particular de flujo interno axial, donde las dimensiones son reducidas y la flexibilidad es finita. Estas características permiten el desarrollo de grandes fluctuaciones locales de velocidad y presión, generando vibraciones. El objetivo principal de

su estudio es hallar los límites para los cuales se verifica el fenómeno de flutter o flameo. Diversos aspectos sobre su dinámica no han sido estudiados aún, como por ejemplo el efecto de las condiciones de vínculo del sólido elástico y cargas aplicadas al mismo.

En cuanto al estudio de inestabilidades de flujo, el avance computacional ha permitido realizar simulaciones directas de la interacción fluido estructura (Shoel&Mittal, 2016; Tosi&Colonius, 2019). Sin embargo, el uso de este tipo de simulaciones representa un gran coste computacional a la hora de capturar los límites de la inestabilidad. Otro enfoque, más asequible pero menos exacto debido a sus simplificaciones, es el analítico. En este sentido, Guo y Paidoussis (2000) emplearon un modelo inviscido para predecir flutter en flujos internos simétricos. Cisonni et al. (2017) demostraron que el Número de Reynolds juega un papel muy importante en la determinación de los límites de flutter, indicando que para flujos de bajo Re es necesario un enfoque viscoso. Como respuesta a este problema, Nagakura y Kaneko (1991), y Wu y Kaneko (2005) implementaron modelos con viscosidad para obtener las fuerzas de fluido sobre elementos elásticos en flujos internos.

Este trabajo toma la formulación de Tosi (2018) para analizar la influencia de las condiciones de borde del elemento flexible en la dinámica del sistema. Resolviendo el problema de autovalores podemos comparar los límites de flutter predichos para las diferentes configuraciones de vínculo propuestas. A su vez, presentamos una formulación no lineal, partiendo del modelo de Tosi, que es resuelta numéricamente para estudiar la forma en la que la viga se deforma y su amplitud. Esto se realiza en el marco del desarrollo de un dispositivo recolector de energía electromagnético que aprovecha la inestabilidad mencionada. El análisis de diferentes condiciones de borde se realiza para encontrar la más adecuada, y la carga adicionada emula una rigidez electromagnética.

Desarrollo

El modelo empleado para flujo axial esta basado en la formulación de Tosi (2018). La geometría mostrada en la Fig.1 y los parámetros de la Tabla 1 se corresponden con los del recolector de energía propuesto por Sherrit et al. (2015). El modelo consiste en una viga inmersa en un flujo que transcurre por un ducto de geometría variable.

variable	descripción	Dimensión
$u(x, t)$	desplazamiento de la viga	l
x	coordenada longitudinal de la viga	l
$h(x)$	función de geometría del ducto	l
t	tiempo	t
U	velocidad de flujo	$l \cdot t^{-1}$
h_b	espesor de la viga	l
b	ancho de la viga	l
L	largo de la viga	l
ρ_f	densidad del fluido	$m \cdot l^{-3}$
ρ_s	densidad de la viga	$m \cdot l^{-3}$
E	módulo de Young	$m \cdot l^{-1} \cdot t^{-2}$
I	momento de inercia de la viga	l^4
m	masa por unidad de longitud de la viga	$m \cdot l^{-1}$
c	amortiguamiento de la viga	$m \cdot t^{-1} \cdot l^{-1}$
h	distancia entre viga y ducto	l
ζ	coeficiente de pérdida de flujo	ND

Tabla 1: Variables del modelo

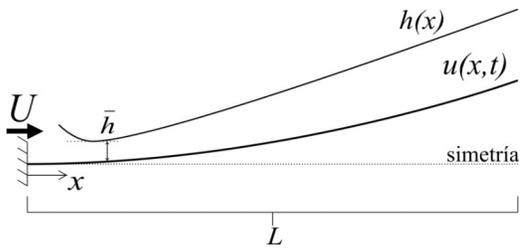


Figura 1: Modelo matemático

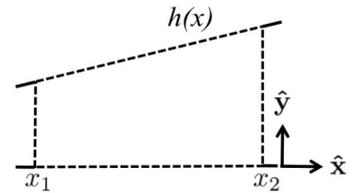


Figura 2: Volumen de Control

Asumimos que el modelo de viga de Bernoulli-Euler es adecuado para representar la dinámica del recolector. Las condiciones de borde son determinadas por la vinculación de la viga. Para este trabajo, tomamos dos condiciones de vínculo: empotrada libre y simplemente apoyada.

Para desarrollar las ecuaciones de movimiento del fluido consideramos el volumen de control ilustrado en la Fig.2, que corresponde a una porción del canal formado por la viga y la superficie del ducto. Aplicamos conservación de masa y cantidad de movimiento. La formulación lineal empleada para arribar al problema de autovalores es la presentada por Tosi (2018), quien a su vez se basó en los trabajos de Nagakura y Kaneko (1991) y Wu y Kaneko (2005) para obtener las fuerzas hidrodinámicas. Para la formulación no lineal, partimos de una proyección modal que insertamos en las ecuaciones de balance de masa y cantidad de movimiento, para luego aplicar las condiciones de borde del problema hidrodinámico y arribar a las ecuaciones de flujo y de sólido.

Resultados

Para la formulación lineal, ejecutamos los cálculos con los parámetros presentados por Nagakura y Kaneko (1991), que también emplea Tosi (2018), y se muestran en la Tabla 2. La geometría del ducto es constante. Resolvemos el problema de autovalores tomando al caudal como parámetro de bifurcación, haciendo variar el mismo desde 0 hasta $5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$.

parámetro	valor	unidad
ρ_f	1.2	kg/m^3
ρ_s	8.78E3	kg/m^3
E	1.10E11	Pa
h_b	2.0E-04	m
b	1.0E-01	m
L	2.0E-01	m
\bar{h}	2.5E-03	m
ζ_i	1	ND
ζ_o	0	ND

Tabla 2: Valores de parámetros para el modelo lineal

La Fig.3 demuestra que la implementación del modelo es capaz de reproducir el comportamiento que describe del autor mencionado, siendo comparable con la Figura 3.1 presente en Tosi (2018). Las diferencias que pueden notarse en los valores se deben a que la matriz 2.96 de dicho trabajo presenta un error en el ordenamiento de los último dos términos de las últimas dos filas. Además, el amortiguamiento no está claramente descrito, por lo que puede haber discrepancia en el tratamiento del mismo. En el presente trabajo se emplea un amortiguamiento modal. En la Fig.5 observamos la evolución de la componente real de los autovalores del sistema para la condición empotrado libre. Los autovalores asociados a los modos 2, 3 y 4 correspondientes al sólido evidencian la aparición de bifurcaciones de Hopf, dado que la parte real de los mismos experimenta un cambio de signo, de negativo a positivo, con parte imaginaria no nula; lo cual conlleva a la aparición de oscilaciones en el sistema. Los valores de caudal para los cuales se producen dichas bifurcaciones son $7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$, $1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ y $3,15 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$.

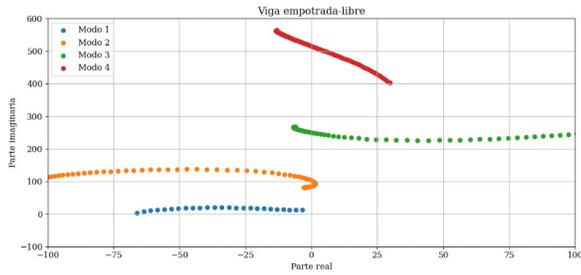


Figura 3: Evolución de los autovalores de la configuración empotrada.

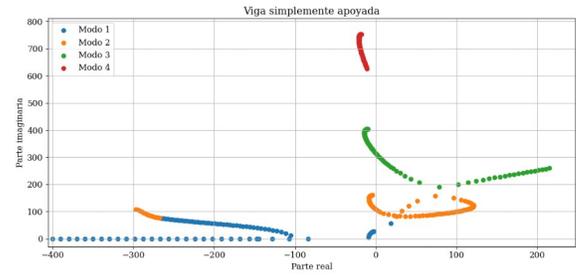


Figura 4: Evolución de los autovalores de la configuración simplemente apoyada.

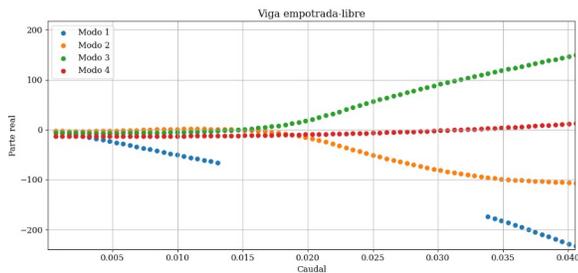


Figura 5: Parte real de los autovalores de la configuración empotrada.

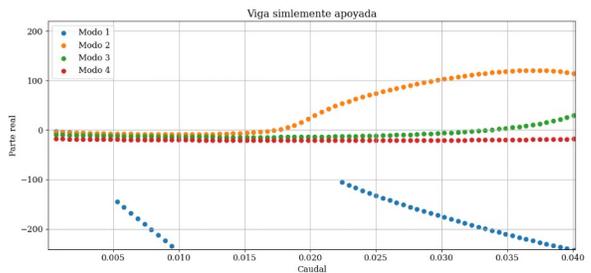


Figura 6: Parte real de los autovalores de la configuración simplemente apoyada.

En la Fig.4 presentamos la evolución de los autovalores para la segunda condición de vínculo propuesta, simplemente apoyada. Podemos notar que el autovalor correspondiente al modo 1 posee componente imaginaria nula para un amplio rango de caudal. Esto indica la presencia de una bifurcación cuasiestática o divergencia. Analizando la evolución de la componente real (Fig.6) vemos que la viga también verifica bifurcaciones de Hopf en los modos 2 y 3, aunque el valor de caudal donde aparecen es mayor comparado con el caso anterior. Los valores límites de caudal son $1,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ y $3,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$, respectivamente. La gráfica presenta discontinuidades como resultado del entrecruzamiento modal. Siendo que la rutina de ploteo grafica los autovalores en orden creciente, si sus valores cambian de modo que se altera dicho orden, se presentan estas discontinuidades.

Por otro parte, los cálculos del modelo no lineal se ejecutaron para las condiciones de vínculo propuestas, haciendo variar el parámetro de presión de entrada en función del tiempo. El parámetro \bar{h} se modificó respecto del modelo lineal, asignándole un valor de $5 \cdot 10^{-3}$, para evitar una región que presenta una dinámica con más de una rama estable, y poder capturar la respuesta del sistema con el algoritmo desarrollado. Los demás parámetros no se alteraron. Al igual que en el caso lineal, la geometría del ducto es constante. Computamos la velocidad de flujo en los canales superior e inferior que separa la viga, el desplazamiento y la deformación de la misma. Para el caso de la viga empotrada, la deformada mostrada en la Fig.11 no exhibe un único modo, sino que el modo de vibración es una combinación de los modos naturales, con predominancia del primero y segundo. El valor de velocidad de flujo a partir del cual se desarrolla flutter se corresponde con el hallado por Nagakura y Kaneko (1991), siendo aproximadamente $3,5 \text{ m/s}$ o $1,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ (ver Fig.7). A partir de dicho valor se aprecian oscilaciones estables en la Fig.9, con una amplitud de $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

La Fig.10 muestra el desplazamiento de la viga simplemente apoyada. Después de los 4 segundos de simulación aparece la divergencia predicha por el modelo lineal, con una velocidad de flujo de 8 m/s (ver Fig.8). A partir de la misma aparecen las oscilaciones estables de amplitud $7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. La diferencia entre las velocidades se debe a que los canales superior e inferior dejan de ser simétricos como consecuencia de la divergencia. Como en el caso de la viga empotrada, en la Fig.12 no observamos un único modo en la respuesta, aunque el primero predomina.

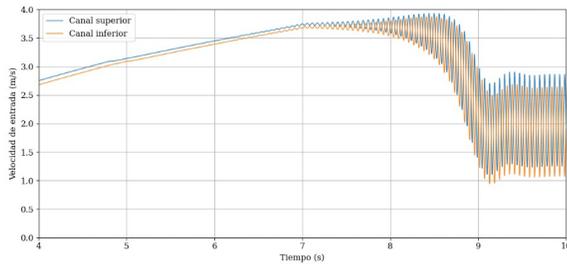


Figura 7: Velocidad de entrada del flujo en los canales de la configuración empotrado.

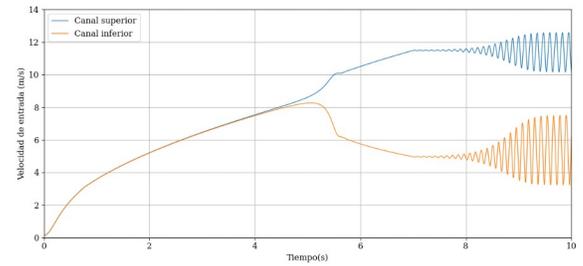


Figura 8: Velocidad de entrada del flujo en los canales de la configuración simplemente apoyado.

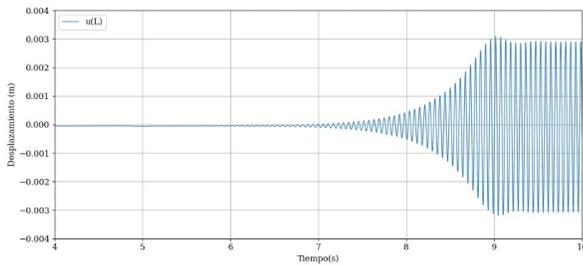


Figura 9: Desplazamiento del extremo libre de la configuración empotrado.

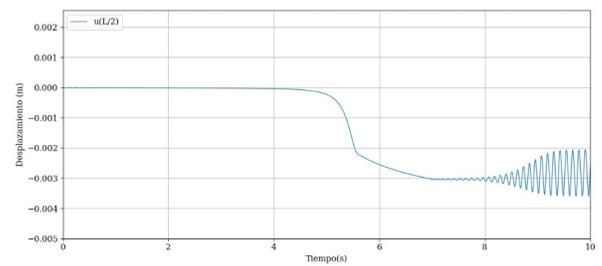


Figura 10: Desplazamiento de la sección media de la configuración simplemente apoyado.

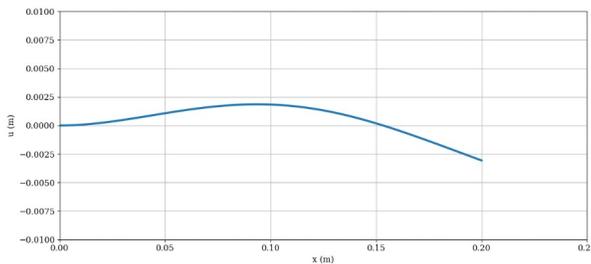


Figura 11: Modo de vibración de la configuración empotrada.

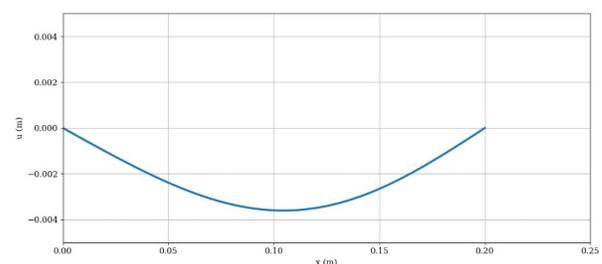


Figura 12: Modo de vibración de la configuración simplemente apoyada.

Conclusiones

Durante el desarrollo del presente artículo expusimos los resultados de emplear diferentes condiciones de vínculo en el modelo desarrollado por Tosi (2018), analizando su influencia en los límites de flutter. Posteriormente, presentamos un modelo no lineal para la resolución del problema de leakage flow e implementamos las condiciones de borde propuestas. Estudiamos la dinámica observada y la correlacionamos con la predicha por el modelo lineal.

Los resultados del modelo lineal demostraron que ambas configuraciones propuestas presentan bifurcaciones de Hopf, por lo que serían útiles en el diseño del recolector de energía. Además, la configuración simplemente apoyada presentó divergencia. El modelo no lineal confirmó la dinámica predicha en el caso anterior. Se evidenciaron oscilaciones estables en ambas configuraciones y divergencia en la viga simplemente apoyada. Esto último es un factor a tener en cuenta a la hora de utilizar el modelo lineal para predecir los límites de flutter, ya que sería necesario calcular la evolución de los autovalores a partir de la divergencia para obtener valores ajustados con la realidad; marcando la necesidad de implementar esta capacidad en el algoritmo. Tanto la divergencia de la viga simplemente apoyada, como su límite de flutter ubicado en un valor de caudal mayor respecto de la configuración empotrado libre y su menor amplitud de vibración son factores que serán decisivos a la hora de determinar su conveniencia. La posibilidad técnica de diseñar un dispositivo que responda a esta configuración será objeto de análisis a posteriori.

Referencias

- Cisomni, J., Lucey, A., Elliott, N. y Heil, M. (2017). The stability of a flexible cantilever in viscous channel flow. *Journal of Sound and Vibrations*, 396, 186 – 202. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.02.045>
- Guo, C. y Paidoussis, M. (2000). Stability of rectangular plates with free side-edges in two-dimensional inviscid channel flow. *Journal of Applied Mechanics*, 67, 171–176. <https://doi.org/10.1115/1.321143>
- Inada, F. y Hayama, S. (1988). A study on leakage-flow-induced vibrations. *Japan Society of Mechanical Engineers International Journal*, 31, 39–47. <https://doi.org/10.1299/jsmec1988.31.39>
- Inada, F. y Hayama, S. (1990). A study on leakage-flow-induced vibrations. part 1: fluid-dynamic forces and moments acting on the walls of a narrow tapered passage. *Journal of Fluids and Structures*, 4, 395–412. [https://doi.org/10.1016/0889-9746\(90\)90144-T](https://doi.org/10.1016/0889-9746(90)90144-T)
- Nagakura, H. y Kaneko, S. (1992). The stability of a cantilever beam subjected to one-dimensional leakage flow. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 58, 352-359. <https://doi.org/10.1299/kikaic.58.352>
- Sherrit, S., Lee, H., Walkemeyer, P., Winn, T., Colonius, T., y Tosi, L. (2015). Fluid flow nozzle energy harvesters. *SPIE Smart Structures and Materials + Nondestructive Evaluation and Health Monitoring. International Society for Optics and Photonics*. <https://doi.org/10.1117/12.2084574>
- Shoele, K. y Mittal, R. (2015). Flutter instability of a thin flexible plate in a channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 786, 29–46. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.632>
- Tosi, L. (2018). *Fluid-structure instability in an internal flow energy harvester*, Tesis (Doctorado en Ingeniería Mecánica). Instituto Tecnológico de California, California. <https://doi:10.7907/Y0KG-Y197>
- Tosi, L. y Colonius, T. (2019). Modeling and simulation of a fluttering cantilever in channel flow. *Journal of Fluids and Structures*. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2019.02.021>
- Wu, X. y Kaneko, S. (2005). Linear and nonlinear analyses of sheet flutter induced by leakage flow. *Journal of Fluids and Structures*, 20, 927–948. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2005.05.008>